

سوالات آمار و احتمال

۱. داده‌های آماری پیوسته در ۸ طبقه دسته بندی شده‌اند به طوری که آخرین دسته به صورت ۹۲-۸۶ نوشته شده است، کوچکترین این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۲ (۳) ۴۴ (۴) ۴۸

پاسخ: گزینه «۳» $\text{Min} = 92 - 48 = 44$ $48 = 92 - \text{Min}$ $R = \text{Max} - \text{Min}$ و $R = 48$ $R = C \times K$ $C = 92 - 86 = 6$ $K = 8$

۲. در یک آزمون تحصیلی کمترین نمره ۲۲ و بیشترین نمره ۹۷ و تمام نمرات اعداد صحیح‌اند. اگر آنها را در ۱۵ طبقه دسته بندی کنیم حدود طبقه‌ی وسط کدام است؟

- (۱) ۵۸-۶۲ (۲) ۵۸-۶۳ (۳) ۵۷-۶۱ (۴) ۵۷-۶۲

پاسخ: گزینه «۴» $C = 5$ $R = C \times K$ $R = 97 - 22 = 75$ $K = 15$ دسته وسط جدول، دسته هشتم است.

$$57 = [\text{طول دسته} \times (8 - 1)] + \text{حد پایین دسته اول} = \text{حد پایین دسته هشتم}$$

۳. داده‌های آماری با ماکسیمم ۸۵ و می‌نیمم ۲۳ را در ۷ طبقه دسته بندی کرده‌ایم حدود طبقه چهارم کدام است؟

- (۱) ۴۹-۵۷ (۲) ۴۹-۵۸ (۳) ۵۰-۵۸ (۴) ۵۰-۵۹

پاسخ: گزینه «۴» در بعضی مواقع ممکن است طول دسته‌ها عدد اعشاری به دست آید. آنگاه رقم اعشاری را به سمت بالا رند می‌کنیم. هیچ‌گاه رقم اعشاری را به سمت پایین رند نکنید چون در این صورت کل دامنه تغییرات پوشش داده نمی‌شود.

۴. در یک جدول توزیع داده‌های آماری کوچکترین و بزرگترین داده به ترتیب ۲۴ و ۶۴ هستند. اگر این داده‌ها در ۸ طبقه دسته بندی شده باشند، مرکز دسته پنجم کدام است؟

- (۱) ۴۶/۵ (۲) ۴۶ (۳) ۴۷/۵ (۴) ۴۷

پاسخ: گزینه «۱»

۵. اگر دامنه تغییرات چند داده آماری ۳۰ باشد، طول دسته‌ها را چگونه انتخاب کنیم تا تعداد دسته‌ها یک واحد از طول دسته‌ها بیشتر باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

پاسخ: گزینه «۱» غیر قابل قبول $C = -6$ ، $C = 5$; $(C-5)(C+6) = 0$ $30 = C(C+1)$ $R = 30$; $R = C \times K$ $K = C + 1$

۶. در یک مجموعه‌ی آماری بزرگترین عدد ۳۰ و کوچکترین عدد ۵ می‌باشد. هرگاه دو عدد ۱۰ و ۳۶ به این مجموعه‌ی آماری افزوده شود، دامنه‌ی تغییرات کدام است؟

www.nashr-estekhdam.ir

- (۱) ۱۷ (۲) ۲۵ (۳) ۵۱ (۴) ۳۱

پاسخ: گزینه «۴» اگر کوچکترین و بزرگترین داده ۳۰ و ۵ باشد و دو داده ۱۰ و ۳۶ را به آنها اضافه کنیم کوچکترین داده همان ۵ می‌ماند اما بزرگترین داده ۳۶ می‌شود بنابراین دامنه تغییرات برابر $36 - 5 = 31$ می‌شود.

۷. شعاع قاعده یک مخزن مخروطی شکل $R=1+E_1$ و طول ارتفاع آن $h=2+E_2$ است. گنجایش این مخزن مخروطی شکل چقدر است؟

$$V = \frac{2}{3}(\pi + E_2 + 4E_1) \quad (2) \quad V = 2\pi + E_1 + E_2 \quad (1)$$

$$V = \frac{\pi}{3}(4 + 2E_1 + E_2) \quad (4) \quad V = \frac{\pi}{3}(2 + E_2 + 4E_1) \quad (3)$$

پاسخ: گزینه «۳» حجم مخروط \times مساحت قاعده \times ارتفاع

۸. اگر شعاع یک کره $1+E$ باشد مساحت آن از چه مدلی پیروی می کند؟

$$\frac{\pi}{4}(1+E) \quad (4) \quad 4\pi(1+E^2) \quad (3) \quad \frac{4}{3}\pi(1+2E) \quad (2) \quad 4\pi(1+2E) \quad (1)$$

پاسخ: گزینه «۱» مساحت کره $4\pi R^2$

۹. نمونه عبارتست از:

- (۱) بخشی از جامعه که سهل الوصول تر است. (۲) بخشی از جامعه که بیان کننده ویژگی های اصلی جامعه باشد.
(۳) بخشی از جامعه که با آن آشنا تر باشیم. (۴) بخشی از جامعه که عناصر آن مستقل از یکدیگرند.

پاسخ: گزینه «۲»

۱۰. نمونه ی تصادفی ساده دارای کدام ویژگی زیر می باشد؟

- (۱) هر یک از اعضاء جامعه امکان حضور در آن را داشته باشند.
(۲) هر یک از اعضاء جامعه با ترتیب و نظم خاصی انتخاب شوند.
(۳) قبل از انتخاب نمونه نتوانیم با اطمینان در مورد حضور یا عدم حضور عده ای در نمونه قضاوت کنیم.
(۴) موارد ۱ و ۳

پاسخ: گزینه «۴»

۱۱. در کدام یک از جوامع زیر می توان نمونه گیری را به صورت تصادفی ساده انجام داد؟

- (۱) گندم موجود در یک سیلو (۲) مخزن آب آشامیدنی
(۳) ماشین های یک پارکینگ (۴) موارد ۱ و ۲

پاسخ: گزینه «۳» نمونه گیری تصادفی برای جامعه های شمارش پذیر کاربرد دارد که تنها گزینه ۳ این ویژگی را دارد.

۱۲. در جمع آوری داده‌ها، کدام روش بهتر است؟

- (۱) مصاحبه (۲) پرسشنامه (۳) استفاده از داده‌های از پیش تهیه شده (۴) بستگی به داده دارد

پاسخ: گزینه «۴»

۱۳. در یک جامعه به حجم ۲۰۰ می‌خواهیم به کمک ماشین حساب نمونه‌گیری کنیم اعداد تصادفی ۰/۲۹۱ و ۰/۶۵۰ به دست آمده است چه شماره‌هایی متناظر با این اعداد به ترتیب باید انتخاب شوند؟

- (۱) ۱۳ و ۵۸ (۲) ۱/۳ و ۵۸ (۳) ۵۹ و ۱۳۰ (۴) ۲۹۱ و ۶۵۰

پاسخ: گزینه «۳» $A = 58/2 + 1 = 59$ $0/291 \times 200 = 58/2$ $B = 0/650 \times 200 = 130$

۱۴. پژوهشگران می‌خواهند ارتباط مصرف روزانه میوه را با طراوت پوست انسان بررسی کنند. نوع متغیرهای تصادفی این بررسی را تعیین کنید؟

(۱) مصرف روزانه میوه، کیفی - طراوت پوست، کیفی (۲) مصرف روزانه میوه، کمی گسسته - طراوت پوست، کیفی

(۳) مصرف روزانه میوه، کیفی - طراوت پوست، کمی (۴) مصرف روزانه میوه، کمی پیوسته - طراوت پوست، کیفی

پاسخ: گزینه «۴»

۱۵. در یک جدول دسته بندی داده‌ها مرکز سه دسته متوالی به ترتیب ۶/۸ و ۷/۲ و ۷/۶ و تعداد دسته‌ها برابر ۱۲ است. دامنه تغییرات کدام است؟

- (۱) ۵/۴ (۲) ۴/۸ (۳) ۷/۲ (۴) ۹/۶

پاسخ: گزینه «۲» تفاضل دو مرکز دسته متوالی برابر با طول دسته است بنابراین $C = 7/6 - 7/2 = 0/4$ و $K = 12$ و $R = K \times C$

۱۶. اگر مجموع درصد فراوانی‌های نسبی دسته‌های ماقبل آخر برابر ۹۵ و اندازه جامعه ۴۰ باشد، فراوانی مطلق دسته آخر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

پاسخ: گزینه «۲» می‌دانیم که مجموع درصدهای فراوانی‌های نسبی همیشه برابر ۱۰۰ است بنابراین:

باتوجه به مجموع

فراوانی‌ها، فراوانی مطلق دسته آخر ۲ می‌باشد.

$$5 = 100 - 95 = \text{درصد فراوانی نسبی دسته آخر}$$

۱۷. فراوانی نسبی تصادفات در پنجاه روز در جدول زیر آورده شده است. در چند روز تعداد تصادفات ۳ مورد بوده است؟

تعداد تصادف در یک روز	۰	۱	۲	۳	۴
فراوانی نسبی	۰/۲	۰/۱	۰/۲۵	X	۰/۳۵
	۳ (۴)	۱۵ (۳)	۵ (۲)	۱۰ (۱)	

www.nashr-estekhdam.ir

پاسخ: گزینه «۲» مجموع فراوانی‌های نسبی برابر یک است بنابراین: $X = 0/1$ $0/9 + X = 1$ $0/2 + 0/1 + 0/25 + X + 0/35 = 1$

مجموع فراوانی‌های مطلق ۵۰ می‌باشد.

۱۸. جدول زیر ارقام تصادفی حاصل از ۸۰ بار پرتاب یک تاس است. درصد فراوانی نسبی اعداد ظاهر شده که مضرب ۳ هستند کدام است؟

رقم تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی	۱۵	۱۷	۱۴	۱۱	۱۱	۱۲

۳۳ (۴)

۳۲/۵ (۳)

۳۲ (۲)

۳۱/۵ (۱)

پاسخ: گزینه «۳»

$$\text{فراوانی مطلق ظاهر شدن اعداد مضرب ۳} = \frac{12+14}{80} = \frac{26}{80}$$

$$Pi = \frac{26}{80} \times 100 = 32.5 \quad 100 \times \text{فراوانی نسبی} = \text{درصد فراوانی نسبی}$$

۱۹. یک سری از داده‌های آماری را به ۴ دسته تقسیم کرده‌ایم. اگر فراوانی نسبی دسته اول a باشد و فراوانی نسبی هر دسته 0.1 از دسته قبل بیشتر باشد، a چقدر است؟

۰/۴ (۴)

۰/۳ (۳)

۰/۲ (۲)

۰/۱ (۱)

پاسخ: گزینه «۱» می‌دانیم که مجموع فراوانی‌های نسبی برابر یک است.

$$a + 0.1 = \text{فراوانی نسبی دسته دوم}$$

$$a = \text{فراوانی نسبی دسته اول}$$

$$a + 0.2 = \text{فراوانی نسبی دسته سوم}$$

$$a + 0.3 = \text{فراوانی نسبی دسته چهارم}$$

$$a + (a + 0.1) + (a + 0.2) + (a + 0.3) = 1 \quad a = 0.1$$

۲۰. فراوانی تجمعی طبقه‌ای ۳۶ است، کدام مقدار زیر می‌تواند فراوانی تجمعی طبقه‌ی بعد از آن باشد؟

۳۲/۵ (۴)

۳۴ (۳)

۳۸/۵ (۲)

۴۲ (۱)

پاسخ: گزینه «۱» فراوانی تجمعی طبقات بعدی باید از ۳۶ بزرگتر و عدد صحیح باشند.

۲۱. اگر در یک جدول توزیع آماری، فراوانی تجمعی سه طبقه آخر به ترتیب برابر ۱۵ و ۲۰ و ۲۵ باشند، درصد فراوانی نسبی دو طبقه آخر به ترتیب عبارتند از:

۱۰۰ و ۰ (۴)

۲۵ و ۷۵ (۳)

۲۵ و ۰ (۲)

۱۰۰ و ۷۵ (۱)

پاسخ: گزینه «۲» سطر آخر فراوانی تجمعی برابر با تعداد کل داده‌ها می‌باشد.

$$\text{درصد فراوانی نسبی طبقه آخر} = \frac{5}{20} \times 100 = 25\%$$

$$20 - 15 = 5 = \text{فراوانی مطلق طبقه آخر}$$

$$0\% = \frac{0}{20} \times 100 = \text{درصد فراوانی نسبی طبقه ماقبل آخر}$$

$$15 - 15 = 0 = \text{فراوانی مطلق طبقه ماقبل آخر}$$

۲۲. در نمودار مستطیلی در چه حالتی مساحت مستطیل ها با یکدیگر مقایسه می شوند؟

- (۱) وقتی محور عمودی برحسب فراوانی نسبی مدرج شود.
 (۲) وقتی محور عمودی برحسب فراوانی مطلق مدرج شود.
 (۳) وقتی طول دسته ها متفاوت باشد.
 (۴) وقتی متغیر تصادفی مورد بررسی، کمی پیوسته باشد.

پاسخ : گزینه «۳»

۲۳. اگر فراوانی های مطلق، یک هیستوگرام (نمودار مستطیلی) کشیده شده باشد، سطح زیر هیستوگرام برابر با مجموع کدام فراوانی است؟

- (۱) نسبی
 (۲) تجمعی نسبی
 (۳) تجمعی
 (۴) مطلق

پاسخ : گزینه «۴»

۲۴. مساحت مستطیل ها (هیستوگرام)، وقتی از فراوانی های نسبی استفاده می شود، چقدر است؟

- (۱) حجم جامعه
 (۲) ۱۰۰
 (۳) ۳۶۰
 (۴) ۱

پاسخ : گزینه «۴»

۲۵. اگر نمودار هیستوگرام (مستطیلی) داده های آماری در دست باشد، از به هم پیوستن کدام نقاط، نمودار چندضلعی (چندبر) حاصل می شود؟

- (۱) گوشه سمت چپ مستطیل ها
 (۲) گوشه سمت راست مستطیل ها
 (۳) وسط عرض های فوقانی مستطیل ها
 (۴) وسط بلندی مستطیل ها

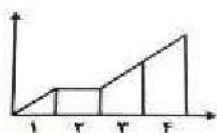
پاسخ : گزینه «۳»

۲۶. نمودار کدامیک از منحنی های زیر همواره صعودی است؟

- (۱) فراوانی نسبی
 (۲) فراوانی مطلق
 (۳) فراوانی تجمعی
 (۴) هیستوگرام (مستطیلی)

پاسخ : گزینه «۳» نمودار فراوانی تجمعی همواره صعودی است.

۲۷. نمودار تجمعی یک جدول فراوانی با چهار طبقه به صورت زیر است. کدام طبقه کمترین فراوانی مطلق را دارد؟



www.nashr-estekhdam.ir

- (۱) ۲
 (۲) ۱
 (۳) ۳
 (۴) ۴

پاسخ : گزینه «۱» باتوجه به نمودار داده شده می توان گفت کمترین فراوانی مربوط به طبقه دوم است. چون در این طبقه شیب خط نمودار فراوانی تجمعی از همه طبقات دیگر کمتر است.

۲۸. «چه نموداری» برای نشان دادن توزیع درصدهای انواع هزینه های یک شرکت، مناسب است؟

- (۱) دایره ای (۲) چندبر فراوانی (۳) مستطیلی (۴) چندبر فراوانی نسبی

پاسخ: گزینه «۱» چون متغیر تصادفی، انواع هزینه های شرکت است، k حالت کیفی، مانند هزینه غذای کارکنان، ایاب و ذهاب کارکنان و... دارد. برای آنکه اطلاعات موجود در داده ها را به سرعت در معرض دید قرار دهیم از نمودار دایره ای استفاده می کنیم.

۲۹. در یک نمودار دایره ای که نشان دهنده ی سیمتهای ۴۸ نفر کارمند یک مؤسسه است، زاویه مرکزی مربوط به کارشناسان برابر

۴۵ است، «تعداد آنان» چند نفر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

پاسخ: گزینه «۲»

۳۰. در یک نمونه آماری فراوانی نسبی متغیری با فراوانی مطلق ۳۰، ۰/۶ می باشد زاویه مربوط به نمودار دایره ای متغیری با فراوانی ۲۰

چند است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۱۶ (۴) ۱۸۲

پاسخ: گزینه «۲» $F_i = 0.6$ فراوانی نسبی $f_i = 30$ فراوانی مطلق

$$F_i = \frac{f_i}{n} \quad \frac{6}{10} = \frac{30}{n} \quad n = \frac{300}{6} = 50$$

تعداد کل داده ها = ۵۰ $n = 50$ و $f_i = 20$ زاویه مربوط به نمودار دایره ای متغیری با فراوانی ۲۰ به دست می آید.

۳۱. دو گروه از داده های $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ و $(x_1, x_1, x_2, x_2, \dots, x_n, x_n)$ را در دو نمودار دایره ای ترسیم کرده ایم کدام

گزینه درست است؟

(۱) زاویه های نمودار اول دو برابر زاویه های نمودار دوم است. (۲) زاویه های نمودار اول نصف زاویه های نمودار دوم است.

(۳) زاویه های هر دو نمودار یکسان است. (۴) هیچ کدام

پاسخ: گزینه «۳»

A	B	AB	O
۲۴	۱۴	۱۰	۱۲

۳۲. توزیع گروه های خونی تعدادی از افراد به صورت

نمودار دایره ای کدام است؟

www.nashr-estekhdam.ir

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۴۰

پاسخ: گزینه «۲» توجه: در این مسئله به جای زاویه، درصد مساحت مربوط به فراوانی یک طبقه را خواسته است.

۳۳. در نمودار دایره‌ای جدول زیر، زاویه‌ی مرکزی دسته به نمایندگی ۱۰، برابر 72° شده چند درصد داده‌ها از ۱۱/۵ کوچکتر می‌باشند؟

دسته‌ها	۲/۵-۵/۵	۵/۵-۸/۵	۸/۵-۱۱/۵	۱۱/۵-۱۴/۵
فراوانی‌ها	۸	۱۰	x	۶

(۴) ۸۰٪

(۳) ۴۰٪

(۲) ۶۰٪

(۱) ۴۵٪

پاسخ: گزینه «۴» عدد ۱۰ نماینده دسته ۸.۵ تا ۱۱.۵ می‌باشد.

۳۴. معدل حدسی تعدادی نمره ۱۱ در نظر گرفته شده و تفاوت آن از یکایک نمرات ۵- و ۱- و ۳ و ۷ گردیده، معدل واقعی نمرات «چه عددی» است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۱۲

(۲) ۱۰

(۱) ۷

پاسخ: گزینه «۳» اگر a, b, c, d داده های مورد نظر باشند با توجه به اینکه میانگین حدسی برابر ۱۱ می باشد داریم:

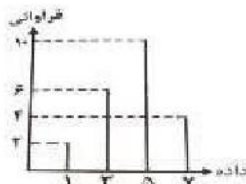
$$a - 11 = -1 \rightarrow a = 10$$

$$b - 11 = -5 \rightarrow$$

$$d - 11 = 7 \rightarrow d = 18$$

$$c - 11 = 3 \rightarrow c = 14$$

۳۵. در نمودار میله‌ای روبرو میانگین چقدر است؟



www.nashr-estekhdam.ir

(۴) ۴/۴۵

(۳) ۵/۱۲۵

(۲) ۶/۷۵

(۱) ۷/۶۵

$$x = \frac{\sum fx}{n}$$

پاسخ: گزینه «۴»

۳۶. اگر میانگین داده های جدول زیر برابر ۴ باشد، درصد فراوانی نسبی دسته آخر کدام است؟

(۱) ۲۴/۱۲

(۲) ۲۷/۲۷

(۳) ۲۸/۳۲

(۴) ۲۹/۰۵

حدود دسته	۰-۲	۲-۴	۴-۶	۶-۸
فراوانی	۵	۷	۴	x

پاسخ: گزینه «۲» با توجه به میانگین داده شده فراوانی دسته آخر را محاسبه می کنیم که عدد ۶ به دست می آید.

$$27/27 = 100 \times \frac{6}{22} = 29/05$$

۳۷. میانگین داده آماری برابر $\frac{37}{3}$ و میانگین داده آماری دیگر برابر ۴۵ می باشد. میانگین این ۱۱ داده آماری کدام است؟

- ۴۱ (۱) $\frac{41}{25}$ (۲) $\frac{41}{5}$ (۳) $\frac{4}{75}$ (۴)

$$x = \frac{nx+my}{n+m}$$

پاسخ: گزینه «۳»

۳۸. میانگین m داده آماری برابر ۵ و میانگین n داده برابر ۱۰ است. اگر میانگین کل داده ها برابر ۸ باشد، n کدام است؟

- ۱۸ (۱) 18 (۲) 19 (۳) 20 (۴)

$$x = \frac{nx+my}{n+m} \quad \lambda = \frac{5m+10n}{m+n} \quad 3m=2n$$

پاسخ: گزینه «۲»

با توجه به تساوی به دست آمده متوجه می شویم که m باید مضرب ۲ باشد و n باید مضرب ۳ باشد. حال با توجه به گزینه ها متوجه می شویم که فقط عدد ۱۸ است که مضرب ۳ است.

۳۹. میانگین ۱۰ داده آماری $\frac{32}{5}$ است. اگر دو داده ۳۵ و ۴۰ را از آن داده ها کنار بگذاریم، میانگین ۸ داده حاصل کدام است؟

- $\frac{32}{5}$ (۱) $\frac{31}{5}$ (۲) $\frac{31}{75}$ (۳) $\frac{32}{5}$ (۴)

پاسخ: گزینه «۱» از مجموع داده ها که $10 \times \frac{32}{5} = 32$ است دو داده حذف شده ۳۵ و ۴۰ را کم میکنیم و میانگین ۸ داده جدید را به دست می آوریم

۴۰. میانگین ۳ داده آماری ۱۴ و میانگین همان ۳ داده به اضافه یک داده دیگر برابر ۱۳ شده مقدار داده اخیر کدام است؟

- ۱۰ (۱) 11 (۲) 12 (۳) 13 (۴)

پاسخ: گزینه «۱»

۴۱. میانگین مجموعه $\{a, b\}$ برابر x و میانگین مجموعه $\{a, b, c, d\}$ برابر y است. میانگین مجموعه $\{c, d\}$ کدام است؟

- $x-2y$ (۱) $2y-x$ (۲) $x+2y$ (۳) $2x-y$ (۴)

پاسخ: گزینه «۲» $a+b=2x$, $a+b+c+d=4y$

$$c+d = (a+b+c+d) - (a+b) = 4y-2x$$

۴۲. میانگین نمرات یک دانشجو برابر ۱۵ است، اگر به هر یک از نمرات این دانشجو، به اندازه ۲۰ درصد آن نمره را اضافه نمائیم،

میانگین داده های جدید کدام است؟

- ۱۵ (۱) 16 (۲) 17 (۳) 18 (۴)

پاسخ: گزینه «۴» با توجه به اینکه $\frac{20}{100} = 0.2$ است داریم:

$$x = x + 0.2x = \frac{1}{2}x = \frac{1}{2} \times (15) = 18$$

۴۳. در صورتی که مجموع انحراف داده ها از عدد ۵ برابر صفر باشد، میانگین این داده ها کدام است؟

۲۵ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

-۵ (۱)

پاسخ: گزینه «۳» می دانیم که همواره مجموع انحراف داده ها از میانگین برابر صفر است و چون مجموع انحراف داده ها از عدد ۵ برابر صفر است، پس میانگین نیز برابر ۵ است

۴۴. در یک امتحان ریاضی نمرات ۱۵ نفر به صورت زیر است، میانه این نمرات کدام است؟

۴, ۷, ۷, ۳, ۱۲, ۱۱, ۱۷, ۱۵, ۱۴, ۱۷, ۱۹, ۱۴, ۱۰, ۹, ۵

۱۱/۵ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰/۵ (۲)

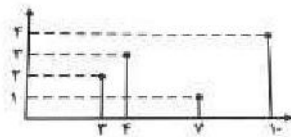
۱۰.۱ (۱)

پاسخ: گزینه «۳» ابتدا داده ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم:

۱۹, ۱۷, ۱۷, ۱۵, ۱۴, ۱۴, ۱۲, ۱۱, ۱۰, ۹, ۷, ۷, ۵, ۴, ۳

چون تعداد داده ها فرد است بنابراین میانه، داده وسط (داده هشتم) است؛ یعنی میانه = ۱۱

www.nashr-estekhdam.ir



۴۵. با توجه به نمودار مقابل، میانه کدام است؟

۴ (۴)

۵/۵ (۳)

۶/۵ (۲)

۱۰.۱ (۱)

پاسخ: گزینه «۳» نمودار داده شده متناظر با اعداد ۳, ۳, ۴, ۴, ۴, ۷, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰ است.

۴۶. اگر میانه را از تمام داده ها کم کنیم، میانه اعداد حاصل برابر می شود با:

۱ (۴)

-۱ (۳)

عدد منفی (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه «۱»

۴۷. به مجموعه ی آماری روبرو کدام مقادیر اضافه شوند تا میانه نمونه آماری آن عدد ۴/۵ باشد؟

۱, ۷, ۶, ۵, ۶, ۴, ۱, ۳, ۲, ۳

۶ و ۵ (۴)

۸ و ۱ (۳)

۴ و ۵ (۲)

۲ و ۷ (۱)

پاسخ: گزینه «۴» ابتدا داده ها را مرتب می کنیم. ۱, ۱, ۲, ۳, ۳, ۴, ۵, ۶, ۶, ۷

تعداد داده ها زوج است باید مقادیری را انتخاب کرد که تعداد ارقام در طرفین اعداد ۴ و ۵ یکسان باشند یعنی ۴ و ۵ داده های ششم و هفتم گردند که با توجه به گزینه ها این اعداد فقط می توانند ۶ و ۷ باشند.

۴۸. چارک سوم اعداد صحیح ۱ تا ۱۱ برابر است با:

۹/۵ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه «۳»

۴۹. در داده های آماری ۳,۵,۳,۳,۸,۹,۵,۳,۱,۲,۵ مجموع میانه و مد چقدر است؟

۴(۱) ۶(۲) ۷(۳) ۸(۴)

پاسخ : گزینه «۲»

۵۰. میانگین، میانه و مد برای داده های زیر به ترتیب از راست به چپ عبارت است از:

	x	۵	۴	۳	۲	۱		
f	۶	۴	۵	۷	۸		۵-۲-۲/۷۶۶(۲)	۱-۲/۵-۲/۷۶۶(۱)
							۵-۲/۵-۲۰(۴)	۱-۲/۵-۲۰(۳)

پاسخ : گزینه «۱»

۵۱. اگر وزن شخصی ۵۳kg اندازه گیری شود، کدام یک از گزینه های زیر می تواند خطای اندازه گیری باشد؟

۱Kg(۱) ۲kg(۲) ۱.۵kg(۳) ۰.۷۵kg(۴)

پاسخ : گزینه «۴»

۵۲. اگر وزن دانش آموزی ۵۴.۵ کیلوگرم گزارش شده باشد، کدام مدل ممکن است مورد استفاده قرار گیرد؟

۱) $P = E + 54/5$ و قدرمطلق E از ۰.۵ کمتر
 ۲) $P = E + 54$ و قدرمطلق E از ۰.۵ کمتر
 ۳) $P = E + 54/5$ و قدرمطلق E از یک کمتر
 ۴) $P = E + 54$ و قدرمطلق E از یک کمتر

پاسخ : گزینه «۱»

۵۳. طول و عرض یک مستطیل به صورت $E_1 + 6$ و $E_2 + 3$ اندازه گیری شده است. اگر مدل مساحت مستطیل به صورت

$$S = 18 + E$$

باشد، E کدام است؟

۱) $4E_1 + 2E_2$ (۱) ۲) $2E_1 + 6E_2$ (۲) ۳) $E_1 + 6E_2$ (۳) ۴) $2E_1 + E_2$ (۴)

پاسخ : گزینه «۲» مساحت مستطیل=طول×عرض! می توان از EE به دلیل کوچک بودن صرف نظر کرد

۵۴. در یک استوانه مدل شعاع قاعده $R = 2 + E_1$ و مدل ارتفاع $h = 5 + E_2$ است. در این صورت حجم استوانه از چه مدلی پیروی می کند؟

www.nashr-estekhdam.ir

$$V = \pi(20 + 2E_1 + 2 \cdot E_2) \quad (۲) \quad V = [(20 + 4E_2 + 2 \cdot E_1)] \quad (۱)$$

$$V = \pi(40 + 2 \cdot E_2 + 2E_1) \quad (۴) \quad V = \pi(20 + 2E_2 + 2 \cdot E_1) \quad (۳)$$

پاسخ : گزینه «۱» حجم استوانه به شعاع R و ارتفاع h از فرمول $V = (\pi R^2) \times h$ به دست می آید. می توان از $4EE$ به دلیل کوچک بودن صرف نظر کرد.

۵۵. ششمین عددی که با قرار گرفتن در بین داده های ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ موجب می شود میانگین، میانه و مد آنها برابر گردد، چیست؟

- ۵(۱) ۵(۲) ۴(۳) ۳(۴)

پاسخ: گزینه «۳» اگر ششمین عدد x را در نظر بگیریم باید یکی از اعداد ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ باشد چون در غیر این صورت اعداد فاقد مد می

شوند. بنابراین عدد x مد می شود و چون مد و میانه و میانگین با هم برابرند داریم: $x = 4 \rightarrow x = \frac{6+5+4+3+2+x}{6}$

۵۶. پراکندگی یک مجموعه از داده ها تنها در چه صورت صفر است؟

- (۱) همه ی اعداد صفر باشند. (۲) اعداد همه منفی باشند.
(۳) همه ی اعداد مساوی باشند. (۴) اعداد یک در میان مثبت و منفی باشند.

پاسخ: گزینه «۱»

۵۷ دامنه تغییرات x_1, x_2, \dots, x_n برابر هفت می باشد. از کوچکترین داده سه واحد و از بزرگترین داده چهار واحد کاسته شده است، دامنه تغییرات جدید چه قدر است؟

- ۵(۵۷) ۵(۲) ۷(۳) ۴(۴)

پاسخ: گزینه «۱» با توجه به اینکه دامنه تغییرات ۷ می باشد اگر از کوچکترین داده ۳ واحد کم کنیم یعنی $\text{Min} - 3$ و از بزرگترین داده ۴ واحد کم کنیم یعنی $\text{Max} - 4$ دامنه تغییرات جدید به صورت زیر می شود:
 $R = (\text{Max} - 4) - (\text{Min} - 3) = 7 - 1 = 6$

۵۸ اگر دامنه تغییرات داده های ۱۲، ۲، a ، ۳ برابر ۱۸ باشد، دامنه تغییرات ۱۴، ۵، a کدام می تواند باشد؟

- ۱۱(۱) ۱۹(۲) ۲۲(۳) ۱۶(۴)

پاسخ: گزینه «۱»

۵۹ در صورتی که واریانس برابر صفر باشد، میانگین و میانه همواره چگونه اند؟

- (۱) با هم مساویند (۲) فقط میانه صفر است. (۳) فقط میانگین صفر است. (۴) میانگین و میانه هر دو صفر است.

پاسخ: گزینه «۱» اگر واریانس داده ها برابر صفر باشد آنگاه تمام داده ها با هم برابرند.

۶۰ اگر واریانس داده های $a, b, c, d, 3$ برابر صفر باشد، میانگین داده های $a+2, b+3, c+4, d+5, 3+6$ کدام است؟

- ۱۹(۱) ۲(۲) صفر (۳) ۷(۴)

پاسخ: گزینه «۴» $a=b=c=d=3$

۶۱ اگر واریانس داده های x_1, x_2, \dots, x_n برابر صفر باشد، میانگین داده های $x_1 - 2x_n, x_2 - 2x_n, \dots, x_n - 2x_n$ چقدر است؟

- x_n (۱) $-x_n$ (۲) صفر (۳) $-2x_n$ (۴)

پاسخ: گزینه «۲»

۶۲. اگر مَدِ صفتی در افراد یک جامعه مثبت باشد و این مقدار مد را از هر یک از داده‌ها کم کنیم:

(۱) واریانس افزایش می‌یابد. (۲) واریانس تغییر نمی‌کند.

(۳) واریانس کاهش می‌یابد. (۴) واریانس در مقدار مَد ضرب می‌شود.

پاسخ: گزینه «۲»

۶۳. واریانس اعداد ۱۳۸۰، ۱۳۷۸، ۱۳۷۶، ۱۳۷۴ کدام است؟

(۱) ۲۵ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۲

پاسخ: گزینه «۱» اگر از تمام داده‌ها یک عدد ثابت کم شود واریانس تغییری نمی‌کند بنابراین می‌توانیم از تمام داده‌های ۱۳۷۴ و ۱۳۷۶ و ۱۳۷۸ و ۱۳۸۰ کوچکترین داده را کم کنیم و واریانس داده‌های ۰ و ۲ و ۴ و ۶ را محاسبه کنیم.

۶۴. اگر σ_x^2 واریانس داده‌های x_1, x_2, \dots, x_N باشد، واریانس مشاهدات $\frac{-x_1}{2} + 3, \frac{-x_2}{2} + 3, \dots, \frac{-x_N}{2} + 3$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}\sigma_x^2$ (۲) $-\frac{1}{2}\sigma_x^2 + 3$ (۳) $-\frac{1}{2}\sigma_x^2 + 3$ (۴) $\frac{1}{4}\sigma_x^2$

پاسخ: گزینه «۴» می‌دانیم که اگر $y = ax + b$ باشد $\sigma_y^2 = a^2 \sigma_x^2$ می‌شود

۶۵. واریانس چیست؟

(۱) مجذور متوسط انحراف از میانگین (۲) متوسط مجذور انحرافات از میانگین

(۳) متوسط جذر انحرافات از میانگین (۴) مجموع مجذورات انحرافات از میانگین

پاسخ: گزینه «۲»

۶۶. واریانس مقادیر ۴، ۳، ۰، -۳، -۴ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

پاسخ: گزینه «۳»

۶۷. واریانس کدام یک از مجموعه داده‌های زیر بیشتر است؟

www.nashr-estekhdam.ir

$x_i = 5, 5, 5, 5, 5$ $y_i = 5, 5, 10, 5, 5$

$z_i = 5, 6, 7, 8, 9$ $u_i = 15, 15, 15, 15, 15$

(۱) u_i (۲) z_i (۳) y_i (۴) x_i

پاسخ: گزینه «۳» با توجه به اینکه داده‌های x و u یکسان هستند بنابراین $\sigma_u^2 = 0$ و $\sigma_x^2 = 0$

$\sigma_z^2 = 2$ $\sigma_y^2 = 4$

۶۸. در داده‌های آماری دسته بندی شده‌ی زیر مقدار واریانس کدام است؟

مرکز دسته	۲	۳	۵	۷	۹
فراوانی	۳	۶	۴	۲	۱

۵/۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۵ (۲)

۴ (۱)

$$\sigma^2 = \frac{\sum f(x-x)^2}{n}$$

پاسخ: گزینه «۳»

۶۹. اگر واریانس داده‌های ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ برابر K باشد، واریانس داده‌های ۱۹ و ۱۵ و ۱۱ و ۷ و ۳ کدام است؟

K+۱ (۴)

۲K+۱ (۳)

۲K (۲)

۴K (۱)

پاسخ: گزینه «۱» اگر هریک از داده‌های ۱، ۳، ۵، ۷، ۹ را دو برابر کنیم و سپس آنها را با یک جمع کنیم داده‌های ۱۹، ۱۵، ۱۱، ۷، ۳ به دست می‌آید.

۷۰. در ۵ داده‌ی آماری تفاضل میانگین از داده‌ها به صورت ۱، ۴، ۰، ۲، -۳ است، واریانس کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$\sigma^2 = \frac{\sum f(x-x)^2}{n}$$

پاسخ: گزینه «۴»

۷۱. واریانس داده‌ها در کدام حالت ۱ است؟

(۲) مجموع انحراف از میانگین برابر فراوانی کل

(۱) مجموع مربعات انحراف از میانگین برابر فراوانی کل

(۴) مجموع انحراف از میانگین برابر صفر

(۳) مجموع مربعات انحرافات از میانگین برابر صفر

پاسخ: گزینه «۱»

۷۲. .. انحراف معیار داده‌های $\{2n-5 | n \in \mathbb{N}, n \leq 5\}$ کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{2/4}$ (۳)

$1\sqrt{8}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه «۴»

$$\sum (x_i - \bar{x})^2$$

۷۳. انحراف معیار ۸ داده آماری برابر ۱/۵ شده است. در این بررسی مقدار چقدر بوده است؟

۹ (۴)

۱۲ (۳)

۱۸ (۲)

۲۳ (۱)

پاسخ: گزینه «۲» واریانس این ۸ داده برابر است با $(1/5)^2 = 2/25$

www.nashr-estekhdam.ir

$$\sigma^2 = \frac{\sum f(x-x)^2}{n} \rightarrow 2/25 = \frac{\sum f(x-x)^2}{8} \rightarrow \sum f(x-x)^2 = 18$$

۷۴. انحراف از میانگین‌های ۶ داده آماری عبارتند از «۴- و ۲- و ۱ و ۲ و ۵» انحراف معیار آنها چقدر است؟

$\frac{8}{3}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{64}{9}$ (۴) ۲ (۱)

پاسخ: گزینه «۱»

۷۵. جمع نمرات و جمع مربعات نمرات دانشجویان یک کلاس ۲۵ نفری به ترتیب برابر ۴۰۰ و ۶۴۰۰ است. انحراف معیار این دانشجویان چقدر است؟

۱۶ (۷۵) ۵ (۲) صفر (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه «۳» $\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{6400}{25} - \left(\frac{400}{25}\right)^2 = 0$

۷۶. میانگین داده‌های x_1, \dots, x_n برابر ۴ و انحراف معیار آنها برابر $\sqrt{2}$ است. میانگین داده‌های x_1^2, \dots, x_n^2 کدام است؟

۱۶ (۱) ۲۵ (۲) ۷ (۳) ۱۹ (۴)

پاسخ: گزینه «۴» میانگین داده‌های داده شده همان $\frac{\sum x^2}{n}$ می‌باشد بنابراین:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \rightarrow \frac{\sum x^2}{n} = 19$$

۷۷. اگر انحراف معیار $5 - 2x$, $4 + y$, $1 - 3z$, ۱۱ برابر صفر باشد میانگین x و y و z کدام است؟

$\frac{10}{3}$ (۱) ۱۱ (۲) $\frac{19}{3}$ (۳) $\frac{11}{3}$ (۴)

پاسخ: گزینه «۳» $11 = 3z - 1 = y + 4 = 2x - 5$

۷۸. انحراف معیار y , ۱۰۶, ۱۰۵, ۱۰۱, ۱۰۰, ۶, ۵, ۱۰۵, ۶, ۱۰۰ برابر با A می‌باشد؟

۱۰۰ (۱) ۱۰۰ - A (۲) A (۳) ۱۰۰ + A (۴)

پاسخ: گزینه «۳» می‌دانیم که اگر به عدد ثابت مانند ۱۰۰ به تمام داده‌ها اضافه کنیم انحراف معیار تغییر نمی‌کند بنابراین اگر به تمام داده‌های $100 - y$, ۶, ۵, ۱۰۶, ۱۰۵, ۱۰۱, ۱۰۰ در می‌آیند.

۷۹. واریانس ۶ عدد ۳۶ است. اگر هر عدد را از مجذور میانگین کم و حاصل را بر انحراف معیار تقسیم کنیم مقدار واریانس چه قدر خواهد شد؟

$\frac{1}{6}$ (۱) ۱ (۲) ۶ (۳) ۳۶ (۴)

پاسخ: گزینه «۲» اگر هر داده را از عدد صابت مجذور میانگین کم کنیم واریانس تغییر نمی‌کند اما اگر اعداد به دست آمده را بر انحراف معیار تقسیم کنیم واریانس جدید به صورت زیر است:

www.nashr-estekhdam.ir

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \sigma^2 \times \left(\frac{1}{\sigma}\right)^2 = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$$

۸۰. اگر انحراف معیار داده‌های $X, 3X, 3X, X$ برابر ۲ باشد، میانگین داده‌ها چقدر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۴

پاسخ: گزینه «۴»

۸۱. انحراف معیار داده‌های آماری در کدام حالت ۱ است؟

- (۱) مجموع انحراف از میانگین برابر صفر
(۲) مجموع انحراف از میانگین برابر فراوانی کل
(۳) مجموع مربعات انحراف از میانگین برابر صفر
(۴) مجموع مربعات انحراف از میانگین برابر فراوانی کل

پاسخ: گزینه «۴»

۸۲. میانگین ۲۰ داده آماری ۱۵ و واریانس آنها برابر ۵/۲۵ است. درصد ضریب تغییرات آنها چقدر است؟

- (۱) ۵۷۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

پاسخ: گزینه «۱» $\sigma^2 = 5 \rightarrow 25/2 = 12.5$

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0.1 \rightarrow \text{درصد ضریب تغییرات} = 0.1 \times 100 = 10$$

۸۳. اگر ضریب تغییرات Z و Y و X برابر ۰/۲ باشد، ضریب تغییرات کدام داده‌ها نیز ۰/۲ است؟

- (۱) $x+2, y+2, z+2$ (۲) $2x-1, 2y-1, 2z-1$

- (۳) $2x, 2y, 2z$ (۴) $\frac{1}{2}x-1, \frac{1}{2}y-1, \frac{1}{2}z-1$

پاسخ: گزینه «۳»

۸۴. در یک نمونه گیری آماری مجموع ۱۰ داده برابر ۵۰ و ضریب تغییرات آنها $\frac{1}{5}$ است، مجموع مربعات این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۲۴۹ (۲) ۲۵۲ (۳) ۲۵۷ (۴) ۲۶۰

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \sigma^2 = 1$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \bar{x}^2 \rightarrow 1 = \frac{\sum x^2}{10} - (5)^2$$

پاسخ: گزینه «۴»

۸۵. اگر میانگین داده‌های آماری a_1, a_2, \dots, a_n برابر ۳ و انحراف معیار آنها مساوی ۰/۶ باشد، ضریب تغییرات داده‌های آماری

$3a_1+1, 3a_2+1, \dots, 3a_n+1$ کدام است؟

- (۱) ۰/۱۸ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳۸ (۴) ۰/۴

پاسخ: گزینه «۱»

۸۶ چند عدد ۴ رقمی با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ وجود دارد که در آن‌ها هر یک از رقم‌های ۲ و ۴ حداقل یک بار ظاهر شوند؟

۱۲۰ (۴)

۱۱۶ (۳)

۱۰۴ (۲)

۱۱۰ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

برای حل این نوع مثال از اصل شمول و عدم شمول استفاده می‌کنیم. یعنی اعداد چهار رقمی که رقم‌های ۲ و ۴ در آن وجود ندارد را به دست می‌آوریم و از کل اعداد چهاررقمی که با این ارقام ساخته می‌شوند، کم می‌کنیم.

A_1 {اعداد چهار رقمی که رقم ۲ ندارند}

A_2 {اعداد چهار رقمی که رقم ۴ ندارند}

$$|\overline{A_1 A_2}| = |S| - [|A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|]$$

$$|S| = \boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} = 256 \quad \text{تعداد کل اعداد چهار رقمی که با این ارقام ساخته می‌شود}$$

$$|A_1| = \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3} = 3^4 = 81 \quad \text{تعداد اعداد چهار رقمی که رقم ۲ ندارند}$$

$$|A_2| = \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3} = 3^4 = 81 \quad \text{تعداد اعداد چهار رقمی که رقم ۴ ندارند}$$

$$|A_1 \cap A_2| = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16 \quad \text{تعداد اعداد چهار رقمی که رقم ۲ و ۴ ندارند}$$

$$|\overline{A_1 A_2}| = 256 - [81 + 81 - 16] = 110$$

۸۷ چند عدد سه رقمی وجود دارد که در آن‌ها هر یک از رقم‌های ۳ و ۶، حداقل یک بار، ظاهر شوند؟

۵۶ (۴)

۵۴ (۳)

۵۲ (۲)

۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

حالت‌هایی که رقم ۳ و ۶ وجود ندارند را از کل اعداد سه رقمی کم می‌کنیم. پس:

A : {اعداد سه رقمی که رقم ۳ ندارند}

B : {اعداد سه رقمی که رقم ۶ ندارند}

$$|\overline{A \cap B}| = |S| - |A \cap B|$$

↓

$$|\overline{A \cap B}| = 900 - (648 + 648 - 448) = 900 - 848 = 52$$

www.nashr-estekhdam.ir

$$|S| : \boxed{9} \boxed{10} \boxed{10} = 900$$

$$|A| = |B| = \boxed{8} \boxed{9} \boxed{9} = 648$$

$$|A \cap B| = \boxed{7} \boxed{8} \boxed{8} = 448 \quad (\text{تعداد اعداد ۳ رقمی که ۳ و ۶ ندارند})$$

۸۸ تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. پیشامد این که مجموع اعداد ظاهر شده بر ۵ بخش پذیر باشد، چند عضو دارد؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

مجموع اعداد ظاهر شده مضرب ۵ می‌باشد یعنی جمع اعداد روی دو تاس یا ۵ یا ۱۰ است و پیشامد A به شکل زیر است:

$$A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 5), (6, 4), (4, 6)\}$$

$$n(A) = 7$$

۸۹ در پرتاب دو تاس اگر مجموع دو تاس بزرگتر از ۵ ظاهر شود چقدر احتمال دارد هر دو تاس مساوی باشند؟

$\frac{4}{30}$ (۴)

$\frac{4}{36}$ (۴)

$\frac{4}{28}$ (۲)

$\frac{4}{26}$ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

پیشامد این که مجموع دو تاس کوچکتر یا مساوی ۵ باشد را A در نظر می‌گیریم:

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)\} \Rightarrow |A| = 10$$

پس تعداد اعضای پیشامدی که مجموع دو تاس بزرگتر از ۵ باشد برابر است با:

$$|A'| = 36 - 10 = 26$$

پیشامد این که هر دو تاس مساوی و مجموعشان بیشتر از ۵ باشد شامل ۴ عضو $(6, 6), (5, 5), (4, 4), (3, 3)$ است. پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = \frac{4}{26}$$

۹۰ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم، احتمال آن که مجموع ۵ بیاید، کدام است؟

$\frac{1}{36}$ (۴)

$\frac{1}{18}$ (۳)

$\frac{1}{12}$ (۲)

$\frac{1}{9}$ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

www.nashr-estekhdam.ir

$$n(S) = 6 \times 6 = 36 \quad \text{دو تاس}$$

$$A = \{(1, 4), (2, 3), (4, 1), (3, 2)\} \Rightarrow n(A) = 4 \quad \text{مجموع دو عدد ۵}$$

$$P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۹۱ یک صندوق محتوی ۱۰ عدد ساعت مچی است. چهار عدد از این ساعت‌ها در حالی که هیچ نوع علائم ظاهری ندارند، خراب می‌باشند. شخصی از این صندوق ۳ ساعت به طور تصادفی با هم بیرون می‌آورد. احتمال آن که هر سه ساعت خراب باشند، کدام است؟

$$\begin{array}{cccc} \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}} & \frac{\binom{10}{3}}{\binom{10}{4}} & \frac{\binom{7}{3}}{\binom{10}{4}} & \frac{\binom{4}{3}}{\binom{7}{3}} \\ (۴) & (۳) & (۲) & (۱) \end{array}$$

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

از ۱۰ ساعت، تعداد ۴ ساعت خراب است و ما تعداد ۳ ساعت را به تصادف خارج می‌کنیم؛ لذا باید از ترکیب $\binom{4}{3}$ استفاده کنیم و تعداد اعضای فضای نمونه $\binom{10}{3}$ می‌باشد.

$$P = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{10}{3}}$$

۹۲ دورأس از یک پنج ضلعی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این دو رأس مجاور باشند برابر است با :

$$\begin{array}{cccc} \frac{2}{5} & \frac{1}{2} & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \\ (۱) & (۲) & (۳) & (۴) \end{array}$$

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

اولاً ۵ ضلعی دارای ۵ رأس است و ثانیاً برای این که دو رأس مجاور هم باشند باید دو رأس روی یک ضلع باشند؛ یعنی باید دو رأس را از ۵ ضلع انتخاب کنیم، مانند این است که یک ضلع را از ۵ ضلع انتخاب کنیم یعنی:

$$\binom{5}{1}$$

$$n(S) = \binom{5}{2} = 10$$

$$n(A) = \binom{5}{1} = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

۹۳ اگر $P(A-B) = \frac{1}{4}$ و $P(B-A) = \frac{2}{7}$ باشد حداکثر مقدار $\frac{P(A)}{P(B)}$ چقدر است؟

$\frac{8}{7}$ (۴)

$\frac{21}{20}$ (۳)

$\frac{7}{8}$ (۲)

$\frac{20}{21}$ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

$$\begin{cases} \frac{1}{4} = P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) \\ \frac{2}{7} = P(B-A) = P(B) - P(A \cap B) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} = P(A) - x \Rightarrow P(A) = \frac{1}{4} + x \\ \frac{2}{7} = P(B) - x \Rightarrow P(B) = \frac{2}{7} + x \end{cases}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + x + \frac{2}{7} + x - x \Rightarrow P(A \cup B) = x + \frac{1}{4} + \frac{2}{7}$$

اگر $P(A \cup B) = 1$ باشد حاصل $\frac{P(A)}{P(B)}$ حداکثر است، زیرا اگر آن را تابعی از x در نظر بگیریم، این تابع صعودی است.

$$1 = x + \frac{1}{4} + \frac{2}{7} \Rightarrow x = 1 - \frac{15}{28} = \frac{13}{28} \Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} + x}{\frac{2}{7} + x} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{13}{28}}{\frac{2}{7} + \frac{13}{28}} = \frac{20}{21}$$

۹۴ اگر A و B دو پيشامد مستقل باشند و $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cap B), P(B) = \frac{1}{4}$ کدام است؟

$\frac{7}{12}$ (۴)

$\frac{6}{12}$ (۳)

$\frac{5}{12}$ (۲)

$\frac{4}{12}$ (۱)

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ چون دو پيشامد مستقلند، لذا:

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{6}{12}$$

www.nashr-estekhdam.ir

۹۵ دو تاس متمایز را پرتاب می‌کنیم، با کدام احتمال هر یک از اعداد رو شده مضرب ۳ نیستند؟

$$(1) \frac{4}{9} \quad (2) \frac{5}{9} \quad (3) \frac{5}{12} \quad (4) \frac{7}{18}$$

پاسخ: گزینه‌ی «۱»: چون اعداد ظاهر شده نباید مضرب ۳ باشند، یعنی اعداد ۳ و ۶ ظاهر نشوند، لذا از احتمال متمم استفاده می‌کنیم،

یعنی در تاس اول احتمال این که اعداد ۳ و ۶ ظاهر شود، برابر است با: $\frac{2}{6}$ و چون دو تاس است، احتمال‌ها را در هم ضرب می‌کنیم. (دو پیشامد مستقل از هم هستند).

$$P(\text{عدد ۳ و ۶ ظاهر نشود}) = 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(\text{عدد ۳ و ۶ ظاهر شود})$$

$$\Rightarrow P(\text{هر دو تاس مضرب ۳ نباشد}) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

۹۶ از کیسه‌ای که محتوی ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه است دو مهره با هم و به طور تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال این که این دو مهره هم رنگ نباشند، کدام است؟

$$(1) \frac{6}{25} \quad (2) \frac{3}{10} \quad (3) \frac{3}{5} \quad (4) \frac{12}{25}$$

پاسخ: گزینه‌ی «۳»: ابتدا احتمال این که دو مهره هم رنگ باشند را تعیین می‌کنیم، آنگاه آن را از عدد ۱ کم می‌کنیم. احتمال اهم رنگ نبودن به دست می‌آید.

توجه: دو مهره هم رنگ باشن، یعنی هر دو سفید یا هر دو سیاه هستند؛ لذا از قانون جمع احتمال‌ها استفاده می‌کنیم.

$$\begin{array}{rcl} & \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 3 \end{array} \right. & \begin{array}{l} \text{مهره‌ی سفید} \\ \text{مهره‌ی سیاه} \end{array} \\ \hline & 5 & \text{جمع} \end{array}$$

$$n(S) = 2 + 3 = 5$$

$$P(A) = P(\text{دو مهره سفید}) + P(\text{دو مهره سیاه}) = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \quad \text{احتمال این که دو مهره هم رنگ نباشد}$$

۹۷ اگر $P(A-B)=P(A)-P(B)$ باشد، کدام گزینه درست است؟

$$P(B-A)=P(A-B) \quad (۲) \quad P(B-A)=P(B)-P(A) \quad (۱)$$

$$P(B-A)=0 \quad (۴) \quad P(B-A)=P(B) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

$$\begin{cases} P(A-B)=P(A)-P(A \cap B) \\ P(B-A)=P(B)-P(A \cap B) \end{cases} \quad \text{می‌دانیم که:}$$

$$\Rightarrow P(A)-P(A \cap B)=P(A)-P(B) \Rightarrow P(A \cap B)=P(B) \Rightarrow$$

$$P(B-A)=P(B)-P(B)=0 \Rightarrow P(B-A)=0$$

۹۸ اگر $P(A)=\frac{1}{4}$ و $P(B)=\frac{1}{6}$ و $P(A|B)=\frac{1}{3}$ و $P(A \cap B)$ کدام است؟

$$\frac{1}{12} \quad (۱) \quad \frac{13}{36} \quad (۲) \quad \frac{1}{3} \quad (۳) \quad \frac{5}{12} \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

$$P(A)=\frac{1}{4}, \quad P(B)=\frac{1}{6}, \quad P(A|B)=\frac{1}{3}$$

$$P(A|B)=\frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{1}{3}=\frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{6}} \Rightarrow P(A \cap B)=\frac{1}{18}$$

$$P(A \cap B)=P(A)+P(B)-P(A \cup B)=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{18}=\frac{9+6-2}{36}=\frac{13}{36}$$

۹۹ در پرتاب دو مکعب با هم مشروط بر آن که مجموع دو عدد رو شده برابر ۶ باشد، احتمال آن که هر دو عدد رو شده زوج باشند، کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (۱) \quad \frac{2}{5} \quad (۲) \quad \frac{3}{5} \quad (۳) \quad \frac{5}{8} \quad (۴)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

$$x+y=6$$

چون مجموع دو عدد، برابر ۶ و هر دو عدد باید زوج باشند، لذا به صورت $A=\{(۴,۲), (۲,۴)\}$ است. و از طرفی فضای نمونه عبارتست از:

$$S=\{(۲,۴), (۱,۵), (۴,۲), (۵,۱), (۳,۳)\}$$

www.nashr-estekhdam.ir

$$\Rightarrow n(S)=5, \quad n(A)=2 \Rightarrow P(A)=\frac{2}{5}$$

۱۰۰ در یک کارخانه ۷۰۰ کارگر مشغول کار هستند که ۳۰۰ نفر آن‌ها زن و بقیه مرد هستند. ۷٪ زنان و ۱۲٪ مردان تحصیلات دیپلم دارند. فردی به تصادف انتخاب می‌شود، اگر این فرد دیپلم باشد، احتمال این که زن باشد، چقدر است؟

$$\frac{21}{700} \quad (4)$$

$$\frac{69}{700} \quad (3)$$

$$\frac{7}{23} \quad (2)$$

$$\frac{6}{23} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۲»

طبق قانون بیز داریم:

$$P(\text{زن} | \text{دیپلم}) = \frac{P(\text{زن}) \times P(\text{دیپلم} | \text{زن})}{P(\text{دیپلم})}$$

$$\frac{300}{700} = \frac{3}{7} \quad \text{زن دیپلم} \quad \frac{7}{100}$$

$$\frac{400}{700} = \frac{4}{7} \quad \text{مرد دیپلم} \quad \frac{12}{100}$$

$$P(\text{دیپلم}) = \frac{3}{7} \times \frac{7}{100} + \frac{4}{7} \times \frac{12}{100}$$

www.nashr-estekhdam.ir

طبق قانون کلی:

$$P(\text{زن} | \text{دیپلم}) = \frac{\frac{3}{7} \times \frac{7}{100}}{\frac{3}{7} \times \frac{7}{100} + \frac{4}{7} \times \frac{12}{100}} = \frac{21}{21 + 48} = \frac{21}{69} = \frac{7}{23}$$

۱۰۱ به ازای کدام مقدار a جدول زیر جدول توزیع متغیر تصادفی X است؟

x_i	-5	-4	1	2
$F_X(X=x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	a	$\frac{1}{8}$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

چون جدول داده شده مربوط به توزیع متغیرهای تصادفی است، لذا باید مجموع احتمال‌ها در آن برابر یک باشد:

$$\sum p(x=x_i) = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + a + \frac{1}{8} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

۱۰۲ یک تاس همگن را هشت بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که ۴ بار رقم شش ظاهر شود چقدر است؟

$$\binom{8}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^4 \quad \frac{1}{2} \binom{8}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^4 \quad \binom{8}{4} \left(\frac{5}{6}\right)^4 \quad \binom{8}{4} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۴»: از تابع توزیع احتمال دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$P(x) = \binom{n}{x} P^x (1-P)^{n-x}$$

احتمال این که هر بار رقم ۶ ظاهر شود، برابر است با $P = \frac{1}{6}$

$$\Rightarrow P = \binom{8}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{8-4} = \binom{8}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

۱۰۳ اگر زاویه‌ی α را به تصادف در بازه‌ی $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}\right]$ انتخاب کنیم احتمال آن که $\sin^2 \alpha < \cos^2 \alpha$ باشد چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \frac{1}{16} \quad (3) \quad \frac{1}{8} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۴»

مواردی را که $|\sin \alpha| < |\cos \alpha|$ می‌باشد را جدا می‌کنیم.

$$\begin{cases} \frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin \alpha < \cos \alpha & \text{ق ق} \\ \frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha > \cos \alpha & \text{غ ق ق} \\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \sin \alpha > \cos \alpha & \text{غ ق ق} \\ \frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi \Rightarrow \sin \alpha < |\cos \alpha| & \text{ق ق} \\ \pi < \alpha < \frac{4\pi}{3} \Rightarrow |\sin \alpha| < |\cos \alpha| & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + \left(\pi - \frac{3\pi}{4}\right) + \left(\frac{4\pi}{3} - \pi\right) = 1.5$$

$$n(s) = \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} = 210 \Rightarrow P = \frac{1.5}{210} = \frac{1}{2}$$

۱۰۴ اگر زاویه‌ی α را به تصادف در فاصله‌ی $[0, \pi]$ انتخاب کنیم، احتمال آن که $\sin \alpha < \cos \alpha$ باشد، چقدر است؟

$$\frac{3}{4} \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{8} \quad (4)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۳»

می‌دانیم که وقتی $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{4}$ باشد، $\sin \alpha < \cos \alpha$ است. که این فاصله یعنی بازه‌ی $\left[0, \frac{\pi}{4}\right)$ برابر $\frac{1}{4}$ بازه‌ی $[0, \pi]$ است؛ بنابراین

احتمال آن برابر $P = \frac{1}{4}$ است.

۱۰۵ بین اعداد سه رقمی یک عدد فرد انتخاب می‌کنیم، احتمال این که این عدد مضرب ۳ باشد، چقدر است؟

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه‌ی «۱»

$$n(S) = 1000 - 100 = 900 \quad \text{تعداد اعداد سه رقمی} \rightarrow 900 \div 2 = 450 \quad \text{تعداد اعداد سه رقمی فرد}$$

$$n(A) = \left[\frac{1000}{3} \right] - \left[\frac{100}{3} \right] = 333 - 33 = 300 \quad \text{تعداد اعداد سه رقمی مضرب ۳}$$

www.nashr-estekhdam.ir

$$\rightarrow \frac{300}{450} = \frac{2}{3} = P \rightarrow \frac{150}{450} = \frac{1}{3} \quad \text{باید تعداد اعداد سه رقمی مضرب ۳ و فرد را بیابیم}$$