

۱- عمل دوتایی  $*$  روی  $\mathbb{Z}$  را به صورت  $a * b = ۲(a + b)$  در نظر بگیرید. گزینه درست کدام است؟

۱. عمل دوتایی  $*$  جابجایی نیست.
۲. عمل دوتایی  $*$  شرکت پذیر است.
۳. عمل دوتایی  $*$  شرکت پذیر نیست اما جابجایی است.
۴. عمل دوتایی  $*$  شرکت پذیر است اما جابجایی نیست.

۲- عمل دوتایی  $*$  روی مجموعه  $R - \{1\}$  را به صورت زیر تعریف کنید.

$$\forall x, y \in R - \{1\} \quad x * y = x + y - xy$$

کدام گزینه در مورد  $R - \{1\}$  همراه با عمل  $*$  درست نیست؟

۱.  $(R - \{1\}, *)$  یک گروه است.
۲.  $e = 0$  عضو همانی  $R - \{1\}$  همراه با  $*$  است.
۳.  $*$  روی  $R - \{1\}$  یک عمل دوتایی شرکت پذیر نیست.
۴.  $x' = \frac{x}{x-1}$  معکوس هر عضو مانند  $x$  است.

۳- گروه  $G$  با عضو همانی  $e$  را در نظر بگیرید. فرض کنید  $o(x) = n, x \in G$  باشد. کدام گزینه در مورد گروه  $G$  برقرار نیست؟

۱. اگر  $x^m = e$  باشد آنگاه  $n$  عدد  $m$  را تقسیم می کند.
۲. اگر  $(m, n) = 1$  آنگاه  $o(x^m) = n$ .
۳. اگر  $x^m = e$  باشد آنگاه  $n \leq m$ .
۴. مرتبه هر توانی از  $x$ ، نیز برابر با  $n$  است.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۴- رتبه عنصر  $\bar{5}$  در گروه  $(\mathbb{Z}_{۲۰}, \oplus)$  کدام است؟

۱. ۲۰
۲. ۵
۳. ۱
۴. ۴

۵- مرکز گروه  $GL(۲, R)$  کدام است؟

۱.  $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \mid a \neq 0 \right\}$
۲.  $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a \neq 0 \right\}$
۳.  $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \mid a \in R \right\}$
۴.  $\left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mid a \in R \right\}$

۶- فرض کنید  $m$  عدد صحیح و مثبت باشد. کدام گزینه در مورد گروه دوری  $G = \langle x \rangle$  از مرتبه  $n$  در حالت کلی برقرار نیست؟

۱. اگر  $m \mid n$  آنگاه  $G$  دارای زیر گروهی از مرتبه  $m$  است.
۲. اگر  $m \mid n$  آنگاه  $G$  دارای زیر گروه منحصر بفرد از مرتبه  $m$  است.
۳.  $\langle x^{\frac{n}{m}} \rangle$  گروهی از مرتبه  $m$  است.
۴. اگر  $G$  دارای زیر گروهی از مرتبه  $m$  باشد آنگاه  $m \mid n$ .

۷- کدام گزینه در مورد گروه  $Z_p \times Z_p$  درست نیست؟

۱.  $Z_p \times Z_p$  گروهی آبلی است.
۲.  $Z_p \times Z_p$  گروهی دوری است.
۳.  $Z_p \times Z_p$  با گروه  $Z_4$  یکرخت نیست.
۴.  $Z_p \times Z_p$  با گروه  $K_4$  یکرخت است.

۸- رتبه عضو  $(\overline{2}, \overline{3}, \overline{2})$  در گروه  $Z_6 \times Z_4 \times Z_{10}$  کدام است؟

۱. ۶۰
۲. ۳۰
۳. ۱
۴. ۷۲۰

۹- جایگشت  $f = (1\ 3\ 4)(2\ 5)$  را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه های زیر نمایش  $f$  به صورت حاصل ضرب ترانهش ها است؟

۱.  $f = (1\ 3)(1\ 4)(2\ 5)$
۲.  $f = (1\ 3)(1\ 4)(2\ 5)(2\ 3)(2\ 3)$
۳.  $f = (1\ 4)(1\ 3)(2\ 5)$
۴.  $f = (2\ 5)$

۱۰- شاخص زیر گروه  $5Z$  در گروه  $Z$  کدام است؟

۱. ۵
۲. ۲
۳. ۱
۴. این شاخص نامتناهی است.

۱۱- گروه  $G$  و زیر گروه  $H$  از آن را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱. اگر  $[G : H] = 2$  آنگاه  $H \triangleleft G$ .
۲. اگر  $H \triangleleft G$  آنگاه  $[G : H] = 2$ .
۳. شرط لازم و کافی برای نرمال بودن  $H$  این است که  $[G : H] = 2$ .
۴. اگر  $H$  آبلی باشد، آنگاه  $H \triangleleft G$ .

۱۲- فرض کنید  $G = Q_8$  و  $H = \{I, -I\}$  باشد. آنگاه  $\frac{G}{H}$  با کدام یک از گروه های زیر یکرخت است؟

۱.  $Z_8$       ۲.  $k_4$       ۳.  $Q_8$       ۴.  $H$

۱۳- گروه آبلی  $G$  از مرتبه ۱۵ و عدد اول  $p = 5$  را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱.  $G$  دارای زیرگروهی از مرتبه ۲ است.      ۲.  $G$  تنها دارای دو زیرگروه بدیهی است.  
۳.  $G$  دارای زیرگروهی از مرتبه ۵ است.      ۴.  $G$  زیرگروه غیر بدیهی ندارد.

۱۴- فرض کنید  $\varphi: GL(2, R) \rightarrow (R - \{0\}, \cdot)$  به صورت زیر تعریف شده باشد.

$$\varphi\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = ad - bc$$

آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱.  $\varphi$  یک هومومورفیسم است.      ۲.  $\varphi$  یک تکریختی است.  
۳.  $\varphi$  یک یکرختی است.      ۴.  $\varphi$  یک همسانی است که نه یک به یک است و نه پوشا.

۱۵- فرض کنید  $G$  و  $H$  دو گروه و  $\varphi: G \rightarrow H$  یک همسانی و  $x \in G$  و  $n = o(x)$  باشد. کدام گزینه در مورد  $o(\varphi(x))$  درست است؟

۱.  $o(\varphi(x)) = 1$       ۲.  $o(\varphi(x)) \mid n$   
۳.  $o(\varphi(x)) = n$       ۴. در مورد مرتبه  $o(\varphi(x))$  نمی توان نظری داد.

۱۶- همریختی  $\varphi: GL(2, R) \rightarrow (R - \{0\}, \cdot)$  را با ضابطه  $\varphi\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = ad - bc$  در نظر بگیرید. هسته  $\varphi$

کدام است؟

۱.  $GL(2, R)$       ۲.  $GL(2, R) \setminus \{0\}$       ۳.  $SL(2, R)$       ۴.  $\left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\}$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۷- عنصر  $a$  در حلقه  $(Z_n, \oplus, \odot)$  را در نظر بگیرید.  $a$  یکه است اگر و فقط اگر

۱.  $a$  مقسوم علیه صفر باشد.      ۲.  $(a, n) = 1$   
۳.  $a$  پوچتوان باشد.      ۴.  $a$  عضو همانی باشد.

۱.  $Z$       ۲.  $Z_7$       ۳.  $Z_3$       ۴.  $Z_6$

۱۹- قلمرو صحیح  $R$  با عنصر یکه ۱ و ایده آل اول  $I$  از  $R$  را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۱. حلقه  $\frac{R}{I}$  تعویض پذیر است.      ۲.  $I + 1$  عنصر یکه حلقه  $\frac{R}{I}$  است.

۳.  $\frac{R}{I}$  یک قلمرو صحیح است.      ۴.  $\frac{R}{I}$  یک میدان است.

۲۰- فرض کنید  $J, I$  ایده آل هایی از حلقه  $R$  به گونه ای باشند که  $J + I = R$  و  $J \cap I = \{0\}$ . کدام گزینه درست است؟

۱.  $R \cong J + I$       ۲.  $R \cong I$       ۳.  $R \cong J$       ۴.  $R = 0$

1	ج
2	ج
3	د
4	د
5	الف
6	ج
7	ب
8	ب
9	ج
10	الف
11	الف
12	ب
13	ج
14	الف
15	ب
16	ج
17	ب
18	د
19	د
20	الف

۱- جواب معادله  $2 \oplus x \oplus 7 = 1$  در گروه  $Z_{12}$  کدام است؟

۱.  $x=3$       ۲.  $x=4$       ۳.  $x=5$       ۴.  $x=6$

۲- تعداد زیر گروههای  $(Z_{35}, +)$  برابر است با:

۱. ۱      ۲. ۲      ۳. ۳      ۴. ۴

۳- تعداد مولدهای گروه دوری  $Z_{92}$  کدام است.

۱. ۴۲      ۲. ۴      ۳. ۴۳      ۴. ۲

۴- مرکز گروه  $Q_8$  چند عضو دارد؟

۱. ۱      ۲. ۲      ۳. ۰      ۴. ۸

۵- از گروههای زیر کدام دوری است.

۱.  $Z \times Z_5$       ۲.  $Z \times Z$       ۳.  $Z_2 \times Z_3 \times Z_{11}$       ۴.  $Z_{18} \times Z_{18}$

۶- در مورد  $Z \times Z_5$  کدام حکم درست است.

۱. دوری است      ۲. غیر آبدلی است      ۳. آبدلی است.      ۴. آبدلی متناهی است.

۷- گروه  $\frac{S_3}{D_3}$  با کدام گروه یکرخت است.

۱.  $\{e\}$       ۲.  $D_3$       ۳.  $S_3$       ۴.  $Z_2$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۸- تعداد زیر گروههای نرمال  $D_4$  برابر است با:

۱. ۴      ۲. ۳      ۳. ۲      ۴. ۱

۹- تعداد گروههای دوری نامتناهی غیر یکسان برابر است با:

۱. ۱      ۲. بی نهایت      ۳. ۲      ۴. مشخص نمی توان کرد.

۱۰- قضیه کیلی بیان می دارد که:

۱. هر گروه با یک گروه دوری یکرخت است.  
۲. هر گروه با زیرگروهی از  $Z$  یکرخت است.  
۳. هر گروه با زیرگروهی از جایگشتها یکرخت است.  
۴. هر گروه با یک گروه آبلی یکرخت است.

۱۱- اگر  $V_4$  گروه چهارتایی کلاین باشد آنگاه  $Aut(V_4)$  با کدام گروه یکسان است.

۱.  $S_3$       ۲.  $Z_4$       ۳.  $A_4$       ۴.  $V_4$

۱۲- تعداد همسانی های پوشا از یک گروه ۱۴ عضوی به یک گروه ۸ عضوی برابر چه عددی است.

۱. ۰      ۲. ۱      ۳. ۲      ۴. ۸

۱۳- فرض کنید  $H$  زیرگروهی از مرتبه ۲ و  $K$  زیرگروهی از مرتبه ۷ در گروه  $G$  باشند آنگاه  $|HK|$  برابر است با:

۱. ۱      ۲. ۲      ۳. ۷      ۴. ۱۴

۱۴- اندیس زیرگروه  $2Z \times 3Z \times 2Z$  در گروه  $Z \times Z \times Z$  برابر است با:

۱. ۲      ۲. ۶      ۳. ۱۲      ۴. ۴

۱۵- کدام گزینه درست است.

۱.  $Z$  ایده ال  $Q$  است.  
۲. هر ایده ال  $Z$  یک ایده ال  $Q$  است.  
۳.  $Z$  زیر حلقه  $Q$  است.  
۴.  $Z$  ایده ال ندارد.

۱۶- کدامیک از گزینه های زیر قلمرو صحیح نیست.

۱.  $Z_6$       ۲.  $Z_{11}$       ۳.  $Q$       ۴.  $R$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۷- کدامیک از گزینه های زیر نادرست است؟

۱. هر قلمرو صحیح یک میدان است.  
۲. هر میدان یک قلمرو صحیح است.  
۳. هر حلقه بخشی مقسوم علیه صفر غیر بدیهی ندارد.  
۴. مشخصه هر قلمرو صحیح یا صفر یا عددی اول است.

۱۸- کدام یک از مجموعه های زیر، زیرحلقه  $(Q, +, \times)$  است؟

۲. N

۱.  $\{\frac{n}{5} \mid n \in Z\}$

۴.  $\{\frac{a}{3^b} \mid b \geq 0, a, b \in Z\}$

۳.  $\{\frac{n}{3} \mid n \in Z\}$

۱۹- در حلقه کوآترنیون های حقیقی وارون  $-I-J+2K$  کدام است.

۴.  $\frac{I}{6} + \frac{J}{6} - \frac{K}{3}$

۳.  $\frac{I}{6} - \frac{J}{6} + \frac{K}{3}$

۲.  $-\frac{I}{6} + \frac{J}{6} - \frac{K}{3}$

۱.  $-\frac{I}{6} + \frac{J}{6} + \frac{K}{3}$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۲۰- تعداد اید ه ال های ماکسیمال  $Z_{84}$  برابر است با:

۴. ۱۱

۳. ۳

۲. ۲

۱. ۱

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	ب
2	د
3	الف
4	ب
5	ج
6	ج
7	الف
8	الف
9	الف
10	ج
11	الف
12	الف
13	د
14	ج
15	ج
16	الف
17	الف
18	د
19	ب
20	ج



۱- عمل دوتایی  $*$  روی مجموعه تمام زوج های مرتب از اعداد حقیقی به صورت  $(x, y) * (z, w) = (x + z, y - w)$  تعریف شده است. در این صورت عمل  $*$

۱. شرکت پذیر و جابجایی است.
۲. شرکت پذیر هست ولی جابجایی نیست.
۳. شرکت پذیر نیست ولی جابجایی هست.
۴. شرکت پذیر و جابجایی نیست.

۲- فرض کنید  $X$  یک مجموعه و  $P(X)$  مجموعه توانی  $X$  باشد.  $P(X)$  تحت عمل اشتراک

۱. گروه است.
۲. گروه نیست زیرا شرکت پذیر نیست.
۳. گروه نیست زیرا عضو خنثی ندارد.
۴. گروه نیست زیرا وارون هر عضو موجود نیست.

۳- کدام یک از گروههای زیر غیر آبدی است؟

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱.  $Z$  تحت عمل  $a * b = a + b - 1$ .
۲.  $R \setminus \{1\}$  تحت عمل  $a * b = a + b - ab$ .
۳.  $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} \mid a, b, c, d \in R, ad \neq 0 \right\}$  به همراه ضرب ماتریس ها
۴.  $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1/a \end{bmatrix} \mid a \in R, a \neq 0 \right\}$  به همراه ضرب ماتریس ها

۴- فرض کنید  $X = \{1, 2, \dots, 8\}$ . در گروه  $(P(X), \Delta)$  عناصر  $A = \{1, 3, 5\}$  و  $B = \{1, 2, 4\}$  را در نظر بگیرید. جواب معادله  $A \Delta x = B$  کدام است؟

۱.  $\{6, 7, 8\}$
۲.  $\{2, 3, 4, 5\}$
۳.  $\{3, 5\}$
۴.  $\{2, 4\}$

۵- چه تعداد از عناصر  $Z_8$  مولد  $Z_8$  هستند؟

۱. ۱
۲. ۲
۳. ۳
۴. ۴

۶- کدام یک از گروههای زیر دوری نیست؟

۱. گروه  $4$ -تایی کلاین.
۲.  $(Z, +)$
۳.  $(Z_n, +)$
۴.  $\{1, -1\}$  تحت عمل ضرب.

۷- کدام یک از زیر مجموعه های زیر ، زیر گروه  $(Z_{12}, \oplus)$  است؟

۱.  $\{3,6\}$       ۲.  $\{0,2,6\}$       ۳.  $\{0,4,8\}$       ۴.  $\{1,2,4,6\}$

۸- تعداد زیر گروههای گروه  $(Z_{18}, \oplus)$  چند تاست ؟

۱. ۴      ۲. ۵      ۳. ۶      ۴. ۷

۹- رتبه  $(14,12)$  در  $Z_{35} \times Z_{16}$  برابر است با :

۱. ۵      ۲. ۷      ۳. ۲۰      ۴. ۸۴

۱۰- حاصل ضرب  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$  در  $S_5$  برابر است با:

۱.  $(1 \ 2 \ 4 \ 3)$       ۲.  $(1 \ 3 \ 5 \ 2)$       ۳.  $(2 \ 4 \ 5 \ 3)$       ۴.  $(2 \ 3 \ 4 \ 5)$

۱۱- فرض کنید  $G$  گروهی ۶ عضوی و غیردوری باشد. کدام گزینه در مورد گروه  $G$  صحیح نیست؟

۱. دارای عضوی از مرتبه ۶ است.      ۲. حتما دارای عضوی از مرتبه ۳ است.

۳. با  $S_3$  یکسان است.      ۴. دارای عضوی از مرتبه یک است.

۱۲- فرض کنید  $G$  یک گروه و  $H$  زیر گروه آن باشد. کدام یک از موارد زیر با تعریف  $H$  در  $G$  نرمال است معادل نیست؟

به ازای هر  $g \in G$  داریم:

۱.  $gHg^{-1} = H$       ۲.  $gHg^{-1} \subseteq H$       ۳.  $gH \subseteq gHg^{-1}$       ۴.  $gH = Hg$

۱۳- کدام گزینه صحیح است؟

۱. هر گروه از مرتبه  $n$  با  $Z_n$  یکسان است.      ۲. هر گروه نامتناهی با  $Z$  یکسان است.  
۳. هر گروه از مرتبه عدد اول  $p$  با  $Z_p$  یکسان است.      ۴. هر دو گروه متناهی بامرتبه ۶ با یکدیگر یکسانند.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۴-  $\frac{9Z}{9Z \cap 6Z}$  با کدام یک از گروههای زیر یکسان است؟

۱.  $Z_2$       ۲.  $Z_3$       ۳.  $Z_3 \times Z_2$       ۴.  $Z_9$

۱۵- هر گاه  $G = (C \setminus \{0\}, \cdot)$  و  $U = \{x + iy \mid x^2 + y^2 = 1\}$  (منظور از  $C$  مجموعه اعداد مختلط و عمل ضرب روی اعداد مختلط است) باشد.  $G/U$  با کدام گروه زیر یکسان است.

۱.  $(\mathbb{R}^+, \cdot)$       ۲.  $(\mathbb{Z}, +)$       ۳.  $(\mathbb{Z}_n, +)$       ۴.  $(\{1, -1\}, \cdot)$

۱۶- فرض کنید  $G$  گروهی ۸ عضوی و غیر آبدی باشد. کدام گزینه در مورد گروه  $G$  صحیح است؟

۱. با  $\mathbb{Z}_8$  یکسان است.  
 ۲. با  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$  یکسان است.  
 ۳. دارای عضوی از مرتبه ۸ است.  
 ۴. نمی توان آن را به صورت حاصل ضرب مستقیم دو زیر گروه غیر بدیهی نوشت.

۱۷- یک حلقه بخشی، میدان است هرگاه:

۱. هر عضو آن وارون ضربی داشته باشد.  
 ۲. دارای مقسوم علیه صفر نباشد.  
 ۳. هر عضو غیر صفر آن یکه باشد.  
 ۴. تعویض پذیر باشد.

۱۸- در حلقه  $\frac{\mathbb{Z}}{3\mathbb{Z}}$  حاصل  $(3\mathbb{Z} + 1) \cdot 3\mathbb{Z}$  کدام است؟

۱.  $3\mathbb{Z}$       ۲.  $3\mathbb{Z} + 1$       ۳.  $3\mathbb{Z} + 2$       ۴.  $9\mathbb{Z} + 3$

۱۹- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. هر میدان نامتناهی دارای زیر میدانی یکسان با  $R$  است.  
 ۲. سه قضیه اساسی همسانی در مورد حلقه ها برقرار است.  
 ۳. اگر  $R$  یک حلقه باشد،  $R$  را می توان در حلقه ی یکدار نشانده.  
 ۴. اگر  $D$  یک قلمرو صحیح باشد، می توان آن را در یک میدان نشانده.

۲۰- اگر  $1_F$  دارای مرتبه نامتناهی در میدان  $F$  باشد،  $F$  را از مشخصه ..... گوئیم.

۱. تعریف نشده      ۲. نامتناهی      ۳. یک      ۴. صفر

شماره سوال	پاسخ صحیح
1	د
2	د
3	ج
4	ب
5	د
6	الف
7	ج
8	ج
9	ج
10	الف
11	الف
12	ج
13	ج
14	الف
15	الف
16	د
17	د
18	الف
19	الف
20	د

۱- کدام یک از اعمال زیر بر  $Z^+$  یک عمل دوتایی نیست؟

۱.  $\forall a, b \in Z^+, a * b = a + b$  .۱  
 ۲.  $\forall a, b \in Z^+, a * b = ab$  .۲  
 ۳.  $\forall a, b \in Z^+, a * b = a^3 + b^3 + 1$  .۳  
 ۴.  $\forall a, b \in Z^+, a * b = \frac{a}{b}$  .۴

۲- کدام یک از اعمال زیر شرکت پذیر است؟

۱.  $a * b = a - b$  .۱  
 ۲.  $a * b = 2(a + b)$  .۲  
 ۳.  $a * b = 2ab$  .۳  
 ۴.  $a * b = ab - 2$  .۴

۳- گروه  $(G, *)$  و  $x, y \in G$  را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱.  $(x * y)^{-1} = (y * x)^{-1}$  .۱  
 ۲.  $(x * y)^{-1} = y * x$  .۲  
 ۳.  $(x * y)^{-1} = x^{-1} * y^{-1}$  .۳  
 ۴.  $(x * y)^{-1} = y^{-1} * x^{-1}$  .۴

۴- جواب معادله  $\bar{2} \oplus \bar{x} \oplus \bar{7} = \bar{1}$  در گروه  $(Z_{12}, \oplus)$  کدام است؟

۱.  $\bar{0}$  .۱  
 ۲.  $\bar{4}$  .۲  
 ۳.  $\bar{2}$  .۳  
 ۴. این معادله جوابی در  $Z_{12}$  ندارد. .۴

۵- فرض کنید  $G$  یک گروه و  $x \in G$  از مرتبه  $n$  باشد. گزینه نادرست کدام است؟

۱.  $o(x^{-1}) = n$  .۱  
 ۲. اگر  $x^4 = e$  آنگاه  $n \mid 4$  .۲  
 ۳. مرتبه هر توانی از  $x$  نیز  $n$  است. .۳  
 ۴. اگر  $(n, m) = d$  آنگاه  $o(x^m) = \frac{n}{d}$  .۴

۶- فرض کنید  $G$  یک گروه دوری با مولد  $x$  باشد. کدام گزینه در مورد گروه  $G$  نادرست است.

۱. تمام زیرگروه های  $G$  دوری هستند. .۱  
 ۲. گروه  $G$  آبلی است. .۲  
 ۳. هر زیر گروه  $G$  چون  $H$  مولدی مانند  $x^n$  دارد که در آن  $n$  کوچکترین عدد صحیح مثبتی است که  $x^n \in H$  .۳  
 ۴.  $G$  گروهی نامتناهی است. .۴

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۷- مرتبه عضو  $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{2})$  در  $Z_4 \times Z_9 \times Z_{20}$  برابر است با:

۱. ۱ .۱  
 ۲. ۱۲ .۲  
 ۳. ۳۰ .۳  
 ۴. ۷۲۰ .۴

۸- کدام یک از گروه های زیر دوری است؟

۱.  $Z_{10} \times Z_7 \times Z_{15}$       ۲.  $Z_2 \times Z_3$   
 ۳.  $K_4$       ۴.  $Q$

۹- تجزیه جایگشت  $\begin{pmatrix} 12345678 \\ 42761835 \end{pmatrix}$  به صورت حاصل ضرب دورهای از هم جدا کدام است؟

۱.  $(14685)(37)$       ۲.  $(37)(1468)$       ۳.  $(142)(37)(85)$       ۴.  $(37)(85)$

۱۰- کدام یک از جایگشت های زیر در  $S_5$  یک جایگشت فرد است؟

۱.  $(12345)$       ۲. جایگشت همانی      ۳.  $(325)$       ۴.  $(2345)$

۱۱- تعداد هم مجموعه های یک زیرگروه ۸ عضوی از یک گروه ۲۴ عضوی کدام است؟

۱. ۳      ۲. ۸      ۳. ۲۴      ۴. ۱

۱۲- گروه  $G$  را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۱. هر زیرگروه از  $Z(G)$  در  $G$  نرمال است.  
 ۲.  $Z(G)$  همواره یک زیرگروه نرمال  $G$  است.  
 ۳. اگر  $G$  آبلی باشد آنگاه هر زیرگروه آن نرمال است.  
 ۴. اگر هر زیرگروه از  $G$  نرمال باشد آنگاه  $G$  آبلی است.

۱۳- فرض کنید  $\varphi: G \rightarrow H$  یک همسانی باشد. در این صورت کدام گزینه در حالت کلی نادرست است؟

۱.  $\varphi(e_G) = e_H$

۲. برای هر  $x \in G$  و هر عدد صحیح  $n$ ،  $\varphi(x^n) = (\varphi(x))^n$

۳. اگر  $o(x) = n$  آنگاه  $o(\varphi(x)) \mid n$

۴. برای هر  $x \in G$ ،  $o(\varphi(x)) = o(x)$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۴- فرض کنید  $\varphi: G \rightarrow K$  یک همسانی گروهی باشد. کدام گزینه در حالت کلی برقرار نیست؟  $\varphi^{-1}(J)$  تصویر معکوس  $J$

تحت نگاشت  $\varphi$  است.

۱. اگر  $H \leq G$  آنگاه  $\varphi(H) \leq K$       ۲. اگر  $J \triangleleft K$  آنگاه  $\varphi^{-1}(J) \triangleleft G$

۳. اگر  $H \triangleleft G$  آنگاه  $\varphi(H) \triangleleft K$       ۴. اگر  $J \leq K$  آنگاه  $\varphi^{-1}(J) \leq G$

۱۵- فرض کنید  $G$  گروهی از مرتبه ۱۵،  $H$  زیرگروهی از مرتبه ۳ و  $K$  زیرگروه نرمال از مرتبه ۵ باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱.  $|HK|=15$       ۲.  $G \cong HK$       ۳.  $H \cap K = \{e\}$       ۴.  $|HK|=1$

۱۶- کدام گزینه نادرست است؟

۱. عضو  $a$  در  $(Z_n, \oplus, \otimes)$  یکه است هرگاه  $(a, n) = 1$ .  
 ۲. اگر  $(a, n) = 1$  آنگاه عضو  $a$  در  $(Z_n, \oplus, \otimes)$  یکه است.  
 ۳. هر عضو در  $Z_n$  یک مقسوم علیه صفر است.  
 ۴. هر عضو در  $Z_n$  یا یک یکه است یا یک مقسوم علیه صفر.

۱۷- حلقه  $R$  و ایده آل  $I$  در آن را در نظر بگیرید. کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر حلقه  $R$  تعویض پذیر باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  نیز تعویض پذیر است.  
 ۲. اگر حلقه  $R$  دارای عنصر یکه ۱ باشد آنگاه  $1+I$  عنصر یکه  $\frac{R}{I}$  است.  
 ۳. اگر  $R$  قلمرو صحیح باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  نیز قلمرو صحیح است.  
 ۴. اگر حلقه  $R$  تعویض پذیر و با عنصر یکه و  $I$  یک ایده آل اول باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  یک قلمرو صحیح است.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۱۸- کدام یک از حلقه های زیر یک قلمرو صحیح است؟

۱.  $\frac{Z}{6Z}$       ۲.  $Z_5$       ۳.  $Z_8$       ۴.  $\frac{Z}{4Z}$

۱۹- حلقه تعویض پذیر  $R$  با عنصر یکه و ایده آل  $I$  از آن را در نظر بگیرید. گزینه نادرست کدام است؟

۱. ایده آل  $I$  ماکسیمال است اگر و تنها اگر  $\frac{R}{I}$  میدان باشد.

۲. اگر ایده آل  $I$  ماکسیمال باشد آنگاه  $I$  یک ایده آل اول است.

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۳. اگر ایده آل  $I$  ماکسیمال باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  یک قلمرو صحیح است.

۴. اگر ایده آل  $I$  ماکسیمال باشد آنگاه  $\frac{R}{I}$  قلمرو صحیح متناهی است.

۲۰- فرض کنید  $n \geq 1$ ،  $\varphi: (Z, +, \cdot) \rightarrow (Z_n, \oplus, \otimes)$  با ضابطه  $\varphi(x) = \bar{x}$  تعریف شود. آنگاه هسته این همریختی برابر است با:

۴.  $\{0\}$

۳.  $nZ$

۲.  $Z_n$

۱.  $Z$



شماره سوال	پاسخ صحیح
1	د
2	ج
3	د
4	ب
5	ج
6	د
7	ج
8	ب
9	الف
10	د
11	الف
12	د
13	د
14	ج
15	د
16	ج
17	ج
18	ب
19	د
20	ج