« تحلیل سازه های نا معین »

در روش نیرو ، نیروهای واکنش تکیه گاهی یا نیروهای داخلی اضافی مجهول انتخاب می شوند . سپس ، استفاده از اصل جمع آثار قوا ، سازه نامعین ایستایی با حذف محصولات اضافه بصورت معین در متن آید . سپس این مجهولات اضافه بصورت نیروهای خارجی در نظر گرفته می شوند و مقدار آنها طوری بدست می آید که شرایط واقعی هندسی برابرتغییر شکل نقاط تأثیرشان را اقناع نماید.

پس از تعیین مجهولات اضافی، سیستم بصورت معین درمی آید و رسم نمودار برشی و لنگر خمشی روی همان روشهایی که از قبل معرفی شد انجام می شود.

با استفاده از این روش ، می توان هر سازه ای اعم از تیرهای سراسری ،قابها ،خرپاها و سازه های مرکب را برای هر عاملی مانند نیروهای خارجی ، تعمیرات درجه حرارت، نشست تکیه گاهی و یا برای هر عامل دیگری تحلیل نمود.

در رابطه با روش نیرو سه روش، سازگاری تغییر شکلها ، روش نیرو و معادله تعادل ارائه می شود.

روش سازگاری تغییر شکلها

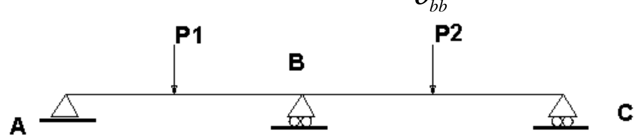
الف) تیرها با یک درجه نا معینی:

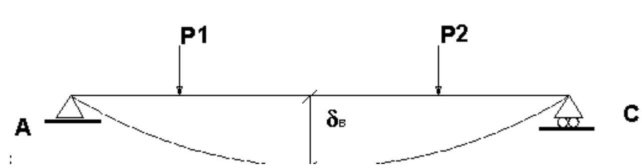
1- حذف تکیه گاههای اضافی از تیر سراسری برای تبدیل آن به یک تیر ملین استاتیکی پایدار.

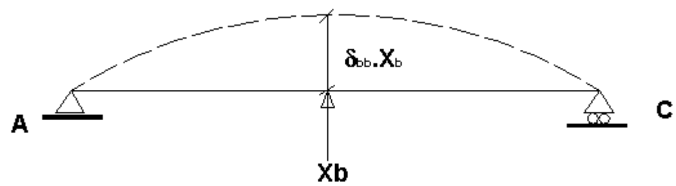
2- محاسبه تغییر مکانها در محل تکیه گاههای حذف شده δ_B تغییر مکان قائم الاستیک نقطه B تحت تاثیر نیروی خارجی

3- تعیین نیروهای لازم برای بازگشت تکیه گاه به وضعیت اولیه ، δ_{bb} تغییر مکان الاستیک قائم B تحت تاثیر نیروی واحد در نقطه B $\delta_{bb}.x_b$ تغییر مکان الاستیک قائم نقطه B تحت نیروی مجهول x_b

$$-\delta_B + \delta_{bb} x_b = \circ$$
$$\Rightarrow x_b = \frac{\delta_B}{\delta_{bb}}$$







ب) تیرها با درجه نامعینی 2 یا بیشتر:

1- حذف تکیه گاههای اضافی از تیر سراسری برای تبدیل به یک تیر معین استاتیکی پایدار

2- محاسبه تغییر مکانها در محل تکیه گاههای حذف شده δ_e و δ_B تغییر مکان الاستیک قائم نقطه Cو B تحت تاثیر نیروهای خارجی

3- تعیین نیروهای لازم برای بازگشت تکیه گاهها به وضعیت اولیه

δ_{bb} تغییر مکان قائم نقطه B تحت تاثیر نیروی واحد در B

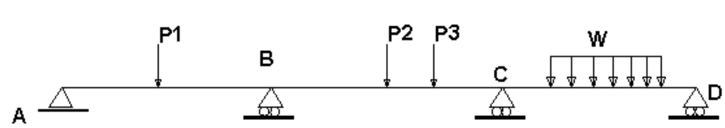
δ_{cb} تغییر مکان قائم نقطه C تحت تاثیر نیروی واحد در B

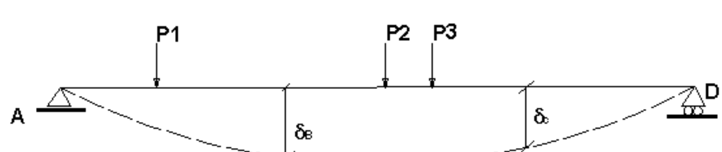
δ_{bc} تغییر مکان قائم نقطه B تحت تاثیر نیروی واحد در C

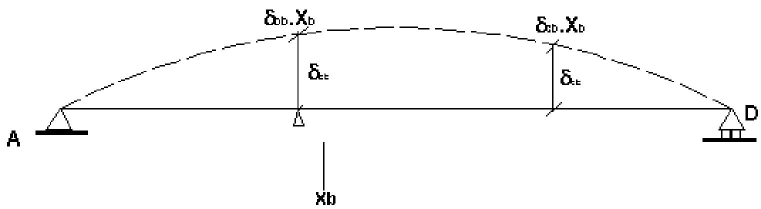
δ_{cc} تغییر مکان قائم نقطه C تحت تاثیر نیروی واحد در C

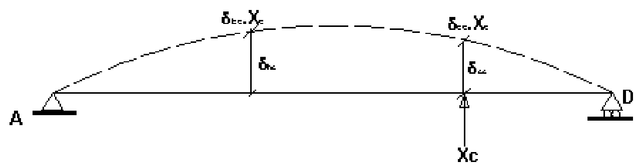
عکس العمل های تکیه گاههای B و C اثر خود را آنقدر بطرف بالا حرکت می دهند تا تغییر مکان کل این نقاط برابر صفر گردند . عکس العمل X_b نقطه B را باندازه $\delta_{bbx}X_b$ و نقطه c را به مقدار $\delta_{cb}.x_b$ به طرف بالا حرکت داده و عکس العمل x_c نقطه C را باندازه $\delta_{cc}..x_c$ و نقطه B را به مقدار $\delta_{bc}.x_c$ بطرف بالا جابجا می کند برای تغییر مکانهای هر کدام از تکیه گاهها میتوان نوشت :

$$\begin{cases} \delta_b - x_b\delta_{bb} - x_c\delta_{bc} = 0 \\ \delta_c - x_b\delta_{cb} - x_c\delta_{cc} = 0 \end{cases}$$

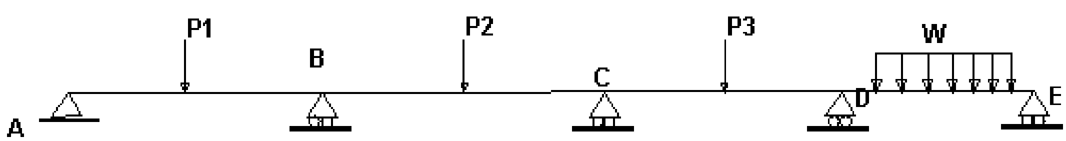








برای تیرها با سه درجه نا معینی می توان نوشت :

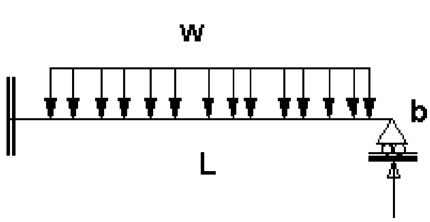


$$\delta_B + X_b\delta_{bb} + X_c\delta_{bc} + X_d\delta_{bd} = 0$$

$$\delta_c + X_b\delta_{cb} + X_c\delta_{cc} + X_d\delta_{cd} = 0$$

$$\delta_D + X_b\delta_{db} + X_c\delta_{dc} + X_d\delta_{dd} = 0$$

مثال : مطلوبست تحلیل تیر طره ای زیر با استفاده از روش نیرو :

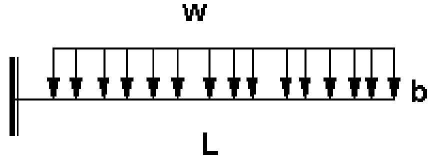


$$X_b = 3\frac{wl}{8}$$

$$-\delta_B - \delta_{bb}x_b = 0$$

$$-\frac{wt^4}{8EI} - \left(\frac{L^3}{3EI}\right)X_b = 0$$

$$X_b = -\frac{3wl}{8}$$

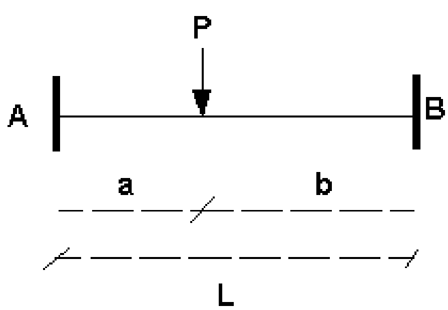


$$\delta_B = \frac{wl_4}{8EI}$$

$$\delta_{bb} = \frac{l^3}{3EI} X_b$$

تمرین : مطلوب است عکس العمل های تکیه گاهی تیر زیر به روش نیرو :

جواب :



$$M_A = \frac{Pab^2}{L^3}$$

$$M_B = \frac{Pba^2}{L^2}$$

مراحل تحلیل قابهای نامعین :

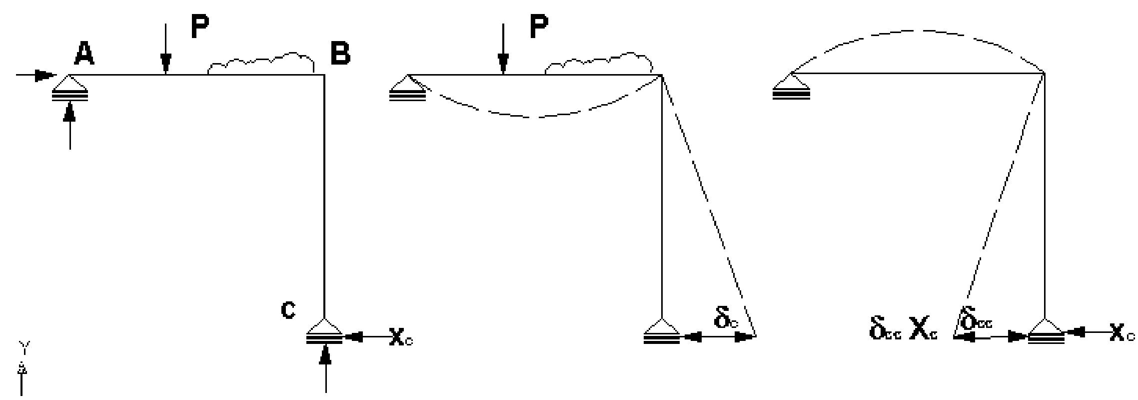
الف) قابها با یک درجه بندی نا معینی :

1- انتخاب نیروی مجهول اضافی

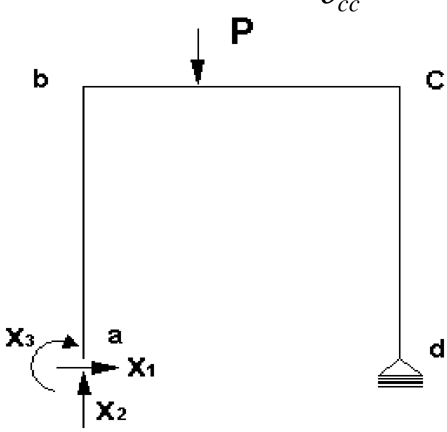
2- حذف نیروی مجهول اضافی از قاب مورد نظر برای تبدیل آن به یک قاب معین استاتیکی و پایدار

3- محاسبه تغییر مکان در محل نیروی مجهول حذف شده به δ_c تغییر مکان افقی نقطه c تحت اثر نیروهای خارجی

4- تعیین نیروهای لازم برای بازگشت تکیه گاهها به وضعیت اولیه δ_{cc} تغییر مکان افقی نقطه c تحت اثر نیروی واحد .



$$\delta_c - x_c\delta_{cc} = 0 \Rightarrow x_c = \frac{\delta_c}{\delta_{cc}}$$



ب) قابها با درجه نا معینی 3 یا بیشتر :

Δ'_1 = تغییر مکان افقی نقطه δ تحت اثر بارهای خارجی

Δ'_2 = تغییر مکان قائم نقطه δ تحت اثر بارهای خارجی

Δ'_3 = دوران نقطه δ تحت اثر بارهای خارجی

δ_{11} = تغییر مکان افقی نقطه δ تحت اثر بار واحد در δ

δ_{22} = تغییر مکان قائم نقطه δ تحت اثر بار واحد در δ

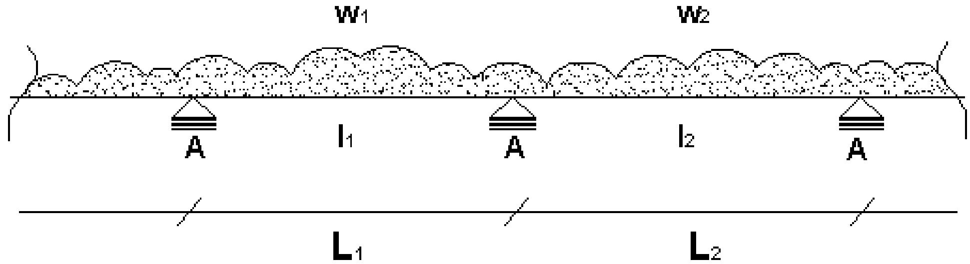
δ_{33} = دوران نقطه δ تحت اثر بار واحد در δ

طبق قانون ماکسول $\delta_{13} = \delta_{31}$ $\delta_{23} = \delta_{32}$

$$\begin{cases} \Delta'_1 + \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \delta_{13}x_3 = 0 \\ \Delta'_2 + \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \delta_{23}x_3 = 0 \\ \Delta'_3 + \delta_{31}x_1 + \delta_{32}x_2 + \delta_{33}x_3 = 0 \end{cases}$$

قضیه سه لنگری :

برای اثبات قضیه سه لنگری قسمتی از یک تیر سراسری را در نظر می گیریم .

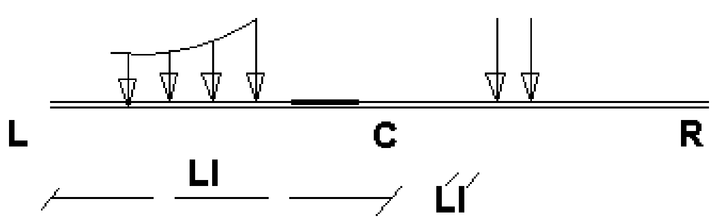


تازه اینکه پیوستگی تیر سراسری در طول آن محفوظ باشد (عدم پیوستگی نظیر مفصل و . . . نباشد .)

شیب منحنی تغییر شکل سرتاسری در فواصل بی نهایت کوچک از دو طرف هریک از تکیه گاههای داخلی با هم برابر بوده ، لیکن دارای علامتهای مختلف می باشد . $\theta_{BL} = -\theta_{BR}$. با در نظر گرفتن سه تکیه گاه داخلی متوالی

از یک تیر سراسری که تحت اثر بار $\frac{M}{EI}$ قرار داشته باشد یک رابطه برای بیان شیب در هر کدام از دو طرف تکیه گاه میانی نوشته می شود . با مساوی قرار دادن دو عبارت حاصل که از نظر عددی با هم مساوی هستند یک رابطه بین لنگرهای سه تکیه گاه متوالی از تیر نتیجه می شود .

برای شکل کلی تیر زیر قضیه سه لنگر را می توان ساده تر نوشت .

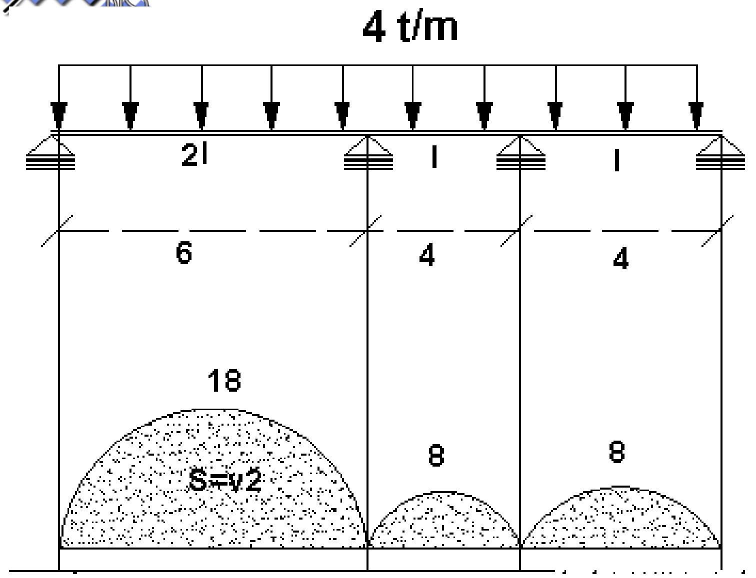


$$M_L\left(\frac{L}{I}\right)+2M_c\left(\frac{L}{I}+\frac{L'}{I'}\right)+M_R\left(\frac{L'}{I'}\right)=\left[6E\left(-\frac{\Delta L}{L}+\Delta_c\left(\frac{1}{L}+\frac{1}{L'}\right)-\frac{\Delta R}{L'}\right)\right]*-\frac{6S_x^{-}}{LI}$$

×اگر این قضیه را برای تیری چنددهانه بنویسیم چون نقاط مذکور تکیه گاهند خیزشان صفر است و قسمت کروشه صفر می شود و داریم :

$$M_L\left(\frac{L}{I}\right)+2M_c\left(\frac{L}{I}+\frac{L'}{I'}\right)+M_R\left(\frac{L'}{I'}\right)=-\frac{6S_x^{-}}{LI}-\frac{6S_{x'}^{-}}{L'I'}$$

مثال : با استفاده از قضیه سه لنگری نا معینی تیر مقابل را بر طرف کنید .



حل : چون β^2 درجه نا معین است قضیه سه لنگری را باید دو بار نوشت .قبلاً S,S' را مشخص می کنیم .

S=73

$$L_A - C_B - R_C$$

$$2M_B\left(\frac{6}{2I}+\frac{4}{I}\right)+M_c\left(\frac{4}{I}\right)=-\frac{6\times72\times3}{6\times2I}-6\frac{\frac{64}{3}\times2}{2I}$$

$$14M_B+4M_c=-172(I)$$

$$L_B - C_C - R_D$$

$$M_B(4)+2M_C(4+4)=-6\frac{\left(\frac{64}{3}\right)\times2}{4}-6\frac{\left(\frac{64}{3}\right)\times2}{4}$$

$$4M_B+16M_C=-128(II)$$

$$I,II=\begin{cases}14M_B+4M_C=-172\\4M_B+16M_C=-128\end{cases}$$

$$M_C=-5.2^{ton.m},M_B=-10.7\ \ t.m$$

هدف از تحلیل سازه

1) بدست آوردن عکس العمل تکیه‌گاهی

2) بدست آوردن نیروهای داخلی

3) بدست آوردن شکل تغییر یافته سازه

معادلات حاکم بر رفتار سازه

1) معادلات تعادل $EquiLibrium.Eq$

2) معادلات مشخصه $Charateristies.eq$ قانون هوک مد نظر است یعنی رابطه بین تنش و کرنش یک رابطه خطی فرضی می گردد.

3) معادلات جنبشی $Krnematic.eq$ یک سری معادله است که رابط بین نیروی نقاط مختلف سازه و تغییر فرم اعضای مختلف تشکیل دهنده سازه را مشخص می‌سازد.

در روش جابجایی و در روش نیرو مجموع تعداد معادلات جنبشی و تعادل و مشخصه برابر مجهولات سازه مربوطه است ولی چون ممکن است تعداد معادلات بسیار زیاد باشد (تعداد مجهولات)، بنابراین می آئیم و این دستگاه بزرگ را حل می‌کنیم.

1- معادله تعادل 2- معادلات مشخصه 3- معادلات سازگاری

روش نیرو

در روش نیرو از معادلات (1) و (2) مقادیر جابجایی‌ها بر حسب نیروها بدست می آید و این مقادیر در معادلات (3) قرار داده می شود و یک دستگاه معادلات بر حسب نیرو حاصل می گردد و از حل آن مقادیر نیروها بدست می آید.

روش جابجایی

از معادلات مشخصه و جنبشی مقادیر نیروها بر حسب جابجایی گره ها حاصل می شود و در معادلات تعادل جایگذاری شده و از حل آن مقادیر جابجایی حاصل می شود.

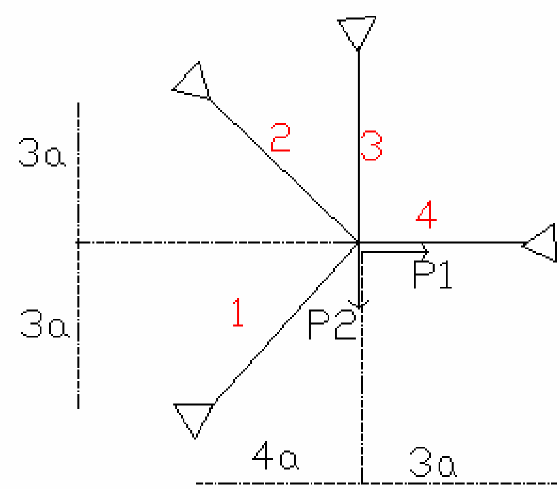
Given :

$A_1 = 2A, A_2 = A, A_3 = \frac{27}{125}A$

$A_4 = \frac{36}{125}A$

$P_1 = 2P$

$P_2 = P$



مطلوبست:

1) روابط تعادل- مشخصه- جنبشی (سازگاری) را تشکیل دهید.

2) سازه را به روش نیرو تحلیل کنید.

3) سازه را به روش جابجایی تحلیل کنید.

جابجایی گره	δ_1, δ_2
تغییر طول اعضاء	$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$
نیروهای داخلی اعضاء	F_1, F_2, F_3, F_4

تعداد مجهولات 10 عدد

1) کنترل تعداد مجهولات و معادلات

تعداد معادلات
- 2 معادله تعادل
- 4 معادله مشخصه: برای هر عضویک معادله داریم
- 4 معادله جنبشی= معادله تغییر طول اعضاء بر حسب جابجائی گره ها

تعداد معادلات = 10 عدد

تعداد مجهولات = 10 عدد

معادلات تعادل:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -\frac{4}{5}F_1 - \frac{4}{5}F_2 + F_4 + P_1 = 0$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \frac{3}{5}F_1 - \frac{3}{5}F_2 - F_3 + P_2 = 0$$

معادلات مشخصه:

$$\Delta = PL/AE$$

$$L_1 = \sqrt{9+16} = 5 \qquad \Delta_1 = \frac{5}{2}\frac{a}{AE}F_1 \qquad F_1 = \frac{2}{5}A\frac{E}{a}\Delta_1$$

$$\Delta_2 = 5\frac{a}{AE}F_2 \qquad F_2 = \frac{1}{5}\frac{AE}{a}\Delta_2$$

$$\Delta_3 = \frac{125}{9}\frac{a}{AE}F_3 \qquad F_3 = \frac{9}{125}\frac{AE}{a}\Delta_3$$

$$\Delta_4 = \frac{125}{12}\frac{a}{AE}F_4 \qquad F_4 = \frac{12}{125}\frac{\Delta E}{a}\Delta_4$$

برای روش جابجایی		برای روش نیرو

هر دو معادله یکی هستند

$$P = \frac{\Delta E}{L}\Delta \qquad \text{یا} \qquad \Delta = \frac{PL}{AE}$$

درروش جابجایی استفاده می شود		در روش نیرو استفاده می شود

$$p = K \times \Delta \qquad \Delta = f \times p$$

ضریب سختی		$f \times k = 1$		ضریب نرمی

Stiffness		*Flexibility*

اضافه طول را مثبت و کاهش طول را منفی می گیریم.

معادلات جنبشیδ

$$\Delta_3 = \delta_2$$

$$\Delta_4 = -\delta_1$$

$$\Delta_1 = \frac{4}{5}\delta_1 - \frac{3}{5}\delta_2 = -\frac{4}{5}\Delta_4 - \frac{3}{5}\Delta_3 \rightarrow \Delta_1 + \frac{4}{5}\Delta_4 + \frac{3}{5}\Delta_3 = 0$$

$$\Delta_2 = \frac{4}{5}\delta_1 + \frac{3}{5}\delta_2 = -\frac{4}{5}\Delta_4 + \frac{3}{5}\Delta_3 \rightarrow \Delta_2 + \frac{4}{5}\Delta_4 - \frac{3}{5}\Delta_3 = 0$$

برای نوشتن معادلات فوق: ابتدا فرض می کنیم δ_2 نباشد و سپس فرض می کنیم δ_1 نباشد معادلات تغییر فرم هر مرحله را نوشته و سپس آنها را با هم جمع می کنیم.

(اصل $Super \quad Position$) (طبق پایین)

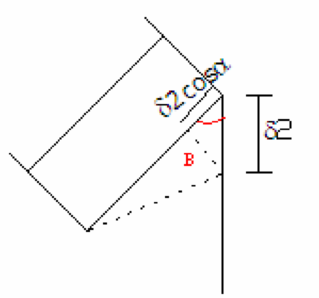
1) فرض فقط وجود δ_1

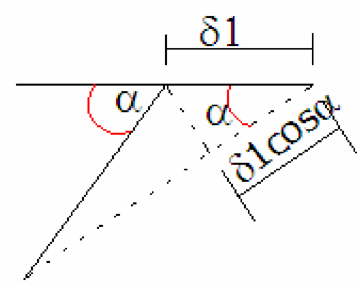
$$\Delta h = \delta_1 Cos\alpha = \frac{4}{5}\delta_1$$

2) فرض فقط وجود δ_2

$$\Delta v = -\delta_2 Cos\beta = -\frac{3}{5}\delta_2$$

علامت منفی به علت کوچکتر شدن





تعداد معادلات افت = تعداد درجات آزادی − تعداد اعضاء $4-2=2$

تعداد معادلات افت = درجه نا معینی سازه $2=2$

Compatibility

$$\Delta_1 + \frac{3}{5}\Delta_3 + \frac{4}{5}\Delta_4 = 0$$

$$\Delta_2 - \frac{3}{5}\Delta_3 + \frac{4}{5}\Delta_4 = 0$$

روش نیرو: *Force Metod*

1) مجهولات اضافی را انتخاب کنید. $X_1 = F_1 , X_2 = F_2$

2) با استفاده از معادلات تعادل سایر مجهولات را بر حسب معادلات زائد بنویسید.

از معادلات تعادل در صفحات قبل

$$F_1 = X_1$$
$$F_2 = X_2$$
$$F_3 = \frac{3}{5}X_1 - \frac{3}{5}X_2 + P_2$$
$$F_4 = \frac{4}{5}X_1 + \frac{4}{5}X_2 - P_1$$

3) روابط مشخصه به صورت ضریب نرمی را تشکیل دهید و در آن بجای نیروها روابط مرحله 2 را قرار دهید.

$$\Delta_1 = \frac{5}{2}\frac{a}{AE}X_1$$
$$\Delta_2 = 5\frac{a}{AE}X_2$$
$$\Delta_3 = \frac{125}{9}\frac{a}{AE}(\frac{3}{5}X_1 - \frac{3}{5}X_2 + P_2)$$
$$\Delta_4 = \frac{125}{12}\frac{a}{AE}(\frac{4}{5}X_1 + \frac{4}{5}X_2 - P_1)$$

4) در معادلات سازگاری به جای مقادیر Δ روابط مرحله 3 را قرار می دهیم یک دستگاه معادله بر حسب X_1 و X_2 حاصل می شود.

جایگذاری روابط مرحله سوم در معادلات سازگاری(معادلات صفحه قبل)

$$8.5X_1 + X_2 = 5P$$
$$X_1 + 10X_2 = 15P$$

(5) دستگاه را حل می کنیم.

$$X_1=\frac{5}{12}P, X_2=\frac{35}{24}P$$

6) با استفاده از روابط مرحله 2 داریم.

$$F_1=\frac{5}{12}P,\quad F_2=\frac{35}{24}P,\quad F_3=\frac{3}{6}P,\quad F_4=-\frac{1}{2}P$$

7) با استفاده از روابط مشخصه مقادیر را حساب کنید.

$$\Delta_1= \qquad \Delta_2=$$

8) به دلخواه روابطی از معادلات جنبشی را انتخاب کرده و ازروی آن δ_2 $\delta_1,$ را بدست آورید.

$$\delta_1=\delta_2=\frac{125}{24}\frac{AE}{a}$$

روش جابجایی

یکی از فواید این روش در آن است که احتیاجی به تعیین معادلات افت نداریم.

1) مقادیر δ_2 $\delta_1,$ را به عنوان مجهول انتخاب می کنیم.

2) با استفاده از روابط جنبشی مقادیر Δ را بر حسب δ بدست آورید.

3) از روابط مشخصه به فرم سختی استفاده کنید وبه جای تصاویر Δ از روابط 2 استفاده کنید.

$$F_1=\frac{3}{5}\frac{AE}{a}(\frac{4}{5}\delta_1-\frac{3}{5}\delta_2)$$
$$F_2=\frac{1}{5}\frac{AE}{a}(\frac{4}{5}\delta_1+\frac{3}{5}\delta_2)$$
$$F_3=\frac{9}{125}\frac{AE}{a}\delta_2$$
$$F_4=\frac{12}{125}\frac{AE}{a}(-\delta_1)$$

4) مقادیر بدست آمده را در معادلات تعادل قرار دهید.

$$-\frac{60}{125}\delta_1+\frac{12}{125}\delta_2+2\frac{a\rho}{AE}=0$$
$$\frac{12}{125}\delta_1-\frac{36}{125}\delta_2+\frac{a\rho}{AE}=0$$
$$\delta_1=\delta_2=\frac{125}{24}\frac{a\rho}{AE}$$

5) از حل دستگاه داریم $\delta_1 = \delta_2 = \dfrac{125}{24}\dfrac{aP}{AE}$

6) مقادیر را در روابط مرحله 2 قرار داده تا مقادیر Δ_1 تا Δ_4 و F_1 تا F_4 حاصل گردد.

روش شیب و افت *Slop Diflection Method*

1) برای آنالیز قاب دو بعدی صفحه‌ای

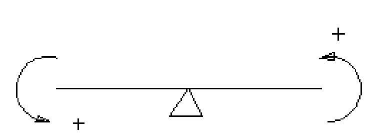
2) فقط اثرات تغییر شکل‌های خمشی وارد مسئله شده است.

3) اعضای تشکیل دهنده سازه مستقیم هستند.

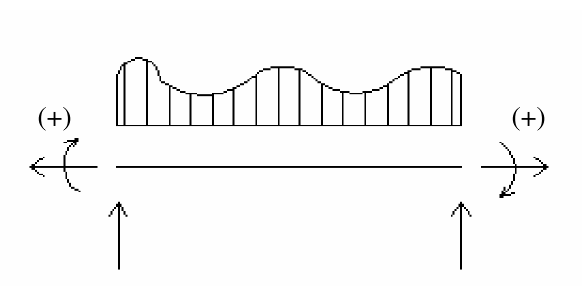
4) تغییر فرم‌ها کوچک در نظر گرفته شده است.

5) رفتار مصالح از قانون هوک تبعیت می کند.

قرارداد علامت لنگر



خلاف عقربه های ساعت



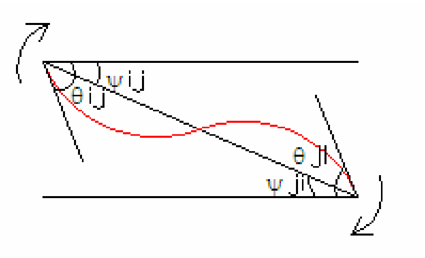
جهت عقربه های ساعت

روی عضو لنگری که درجهت عقربه‌های ساعت باشد مثبت در نظر می گیریم.

روی گره لنگری که در خلاف جهت عقربه‌های ساعت باشد مثبت درنظر می گیریم.

قرارداد علامت دوران انتهاها

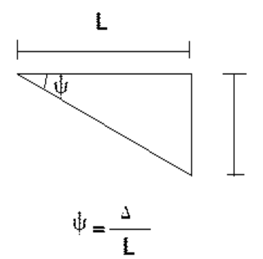
در جهت عقربه‌های ساعت مثبت



دوران وتری یا سای

$$\psi_{ij} = \psi_{ji} = Chord \quad Rolation$$

$$\psi_{ij} = \psi_{ji} = \frac{\Delta_{ij}}{L}$$

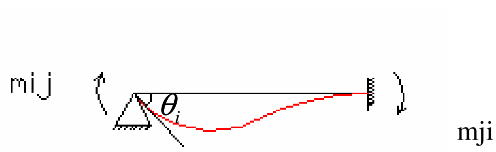


$M_{ij} = f_1(\theta_i, \theta j, \psi_{ij},$ بار گذاری عضو $)$ $\quad M_{ij} = f_2(\theta_i, \theta j, \psi_{ij},$ بار گذاری عضو $)$

بدست آوردن FEM**:(لنگر انتهایی گیردار)**

سختی دورانی:(S)

انتهای i را مفصل و انتهای j را گیردار می کنیم. لنگر لازم در نقطه i برای دوران واحد در گره i را سختی دورانی S_{ij} می نامیم.



$$M_{ij} = S_{ij}\theta_i$$

$$M_{ji} = C_{ij}.S_{ij}.\theta_i$$

S_{ij} ⟶ سختی دورانی

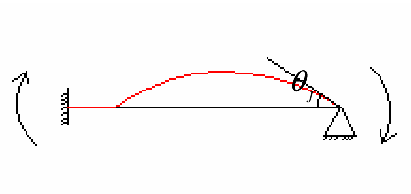
C_{ij} ⟶ ضریب انتقال لنگر

ضریب انتقال لنگر: C

برای یک عضو که یک سر آن مفصل و سر دیگر آن گیردار باشد اگر در انتهای i لنگر m_{ij} وارد شود در انتهای دیگر لنگر m_{ji} وارد خواهد شد ضریب انتقال لنگر برابر است با

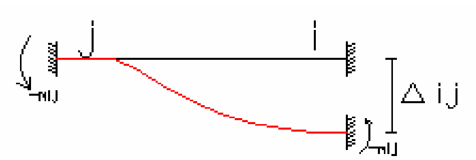
ضریب انتقال لنگر $C = \dfrac{M_{ji}}{M_{ij}}$

$C_{ji}S_{ji}\theta_i$

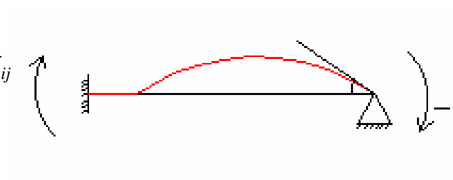


$S_{ji}\theta_i$ $\quad -S_{iji}\psi_{ij}$ $\quad -C_{ij}S_{ij}\psi_{ij}$

اگر نشست داشته باشیم



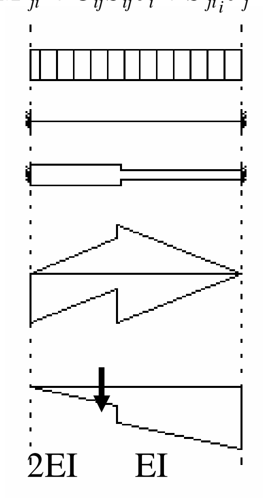
$-C_{ji}S_{ji}\psi_{ij}$



$-S_{ji}\psi_{ij}$

$$M_{ij} = M_{ij}^F + S_{ij}\theta_i + C_{ji}S_{ji}\theta_j - (S_{ij} + C_{ji}S_{ji})\psi$$

$$M_{ji} = M_{ji}^F + C_{ij}S_{ij}\theta_i + S_{ji_i}\theta_j - (s_{ji} + c_{ij}s_{ij})\psi$$



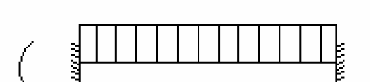
$\dfrac{M_{ij}^F}{2EI}$

$-\dfrac{M_{iji}^F}{EI}$

لنگرهای گیرداری

اگر تیر مقطع مستوی داشته باشد.

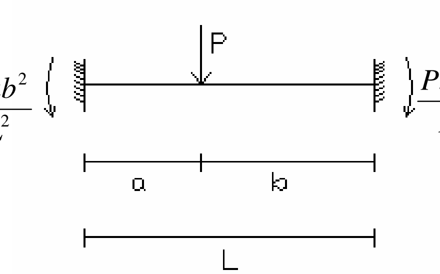
$-\dfrac{WL^2}{12}$



$\dfrac{WL^2}{12}$

FEM برای بارگسترده یکنواخت

$-\dfrac{Pab^2}{L^2}$

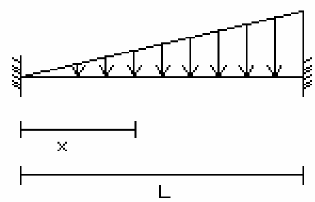


$\dfrac{Pba^2}{L^2}$

FEM برای بارمنفردبه فاصله a از تکیه گاه

مثال:

لنگرهای گیرداری تیر زیر را بدست آورید.



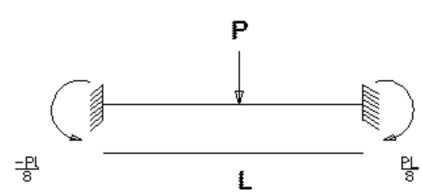
$$M = \int_0^l \frac{\omega x^2}{L^2}(L-x)^2 d_x$$

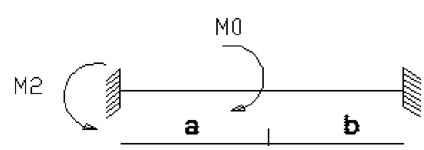
$$dm = \frac{\frac{\omega x}{L} dx \times x(L-x)^2}{L^2}$$

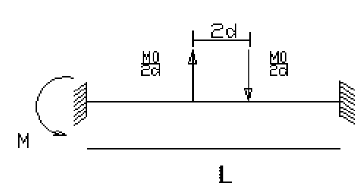
$$M^F_{AB} = -\frac{1}{L^2}\int_{L_1}^{L_2} \omega x \; (L-x)^2 \; dx \qquad m^F_{BA} = -\frac{1}{L^2}\int_{L_1}^{L_2} \omega x^2 (L-x) \; dx$$

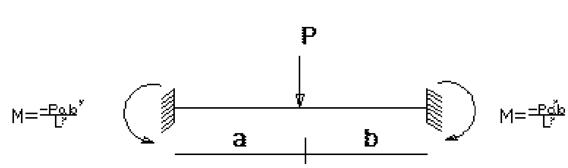
مثال:

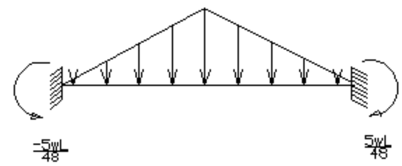
لنگرهای گیرداری تیر زیر را بدست آورید.





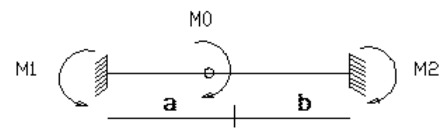




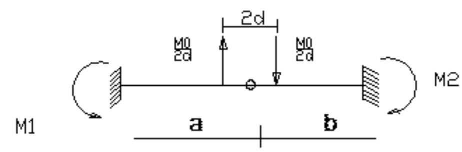


$$M = M_1 - M_2$$

$$M_1 = \frac{\frac{M_\circ}{2d}(a-d)(b+d)^2}{L^2}$$



$$M_2 = \frac{\frac{M_\circ}{2d}(a+d)(b-d)^2}{L^2}$$



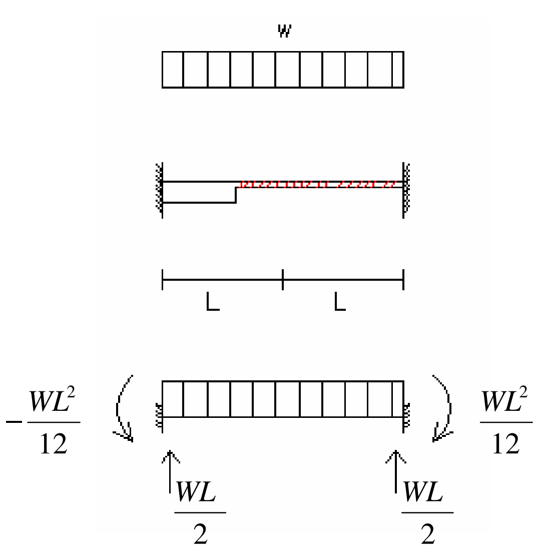
$$M = \frac{M_\circ}{2dL^2}[(a-d)(a+d)^2 - (a+d)(b-d)^2]$$

$$M^F = \lim_{d \to 0} M$$

$$M = -\frac{pab^2}{L^2}$$

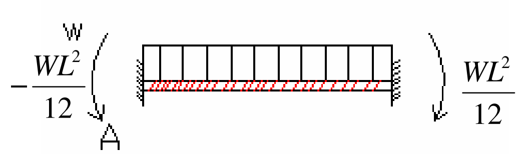
مثال:

لنگرهای گیرداری تیر شکل زیر را بدست آورید فرض کنید که تکه سمت چپ صلب باشد.



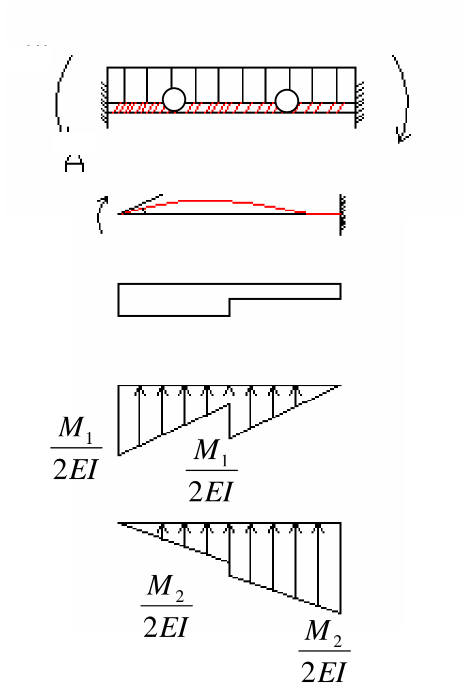
با لنگر گیری حول A مقدار M بدست می آید.

مثال:



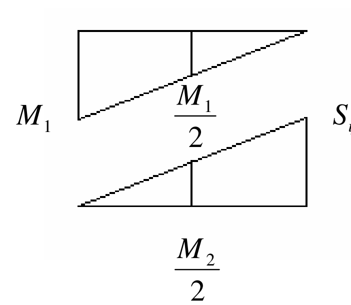
لنگرهای گیردار

مسئله معین است (چون نیروی محوری را صفر فرض می کنیم)



سفتی دورانی و ضریب انتقال لنگر

$$\Sigma Fy=0\Rightarrow 1+\frac{M_2}{4EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{M_2}{2EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}$$
$$\frac{M_2}{EI}\times\frac{2}{2}\times\frac{1}{2}-\frac{M_1}{2EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}$$



$$S_{ij}C_{ij}=M_2$$

$$-\frac{M_1}{2EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}-\frac{M_1}{4EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}=0\Rightarrow$$
$$\frac{MEI}{L}+M_1+2M_2+4M_2-2M_1-2M_1-M_1=0\Rightarrow$$

$$5M_1-7M_2=\frac{4EI}{L}$$

$$\frac{L}{6}\times\frac{M_1}{2EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{M_1}{4EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{L}{3}+\frac{M_1}{2EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{2L}{3}=$$
$$\frac{M_2}{4EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{L}{3}+\frac{M_2}{2EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{2L}{3}+\frac{M_2}{EI}\times\frac{L}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{5L}{6}$$
$$\Rightarrow 1.5M_1=3.75M_2,\qquad C_{ij}=\frac{M_2}{M_1}=\frac{1.5}{3.75}=0.4$$

بنابراین $5M_1-7\times 0.4M_1=\frac{4EI}{L}\Rightarrow M_2=\frac{4EI}{L}(\frac{1}{5-2.8})$

معادلات شیب و افت برای مقاطع منشوری

$$M_{ij} = M_{ij}^{F} + S_{ij}\theta_i + C_{ji}S_{ji}\theta_j - (S_{ij} + C_j S_{ij})\psi$$

سختي دوراني $S_{ij} = S_{ji} = \dfrac{4EI}{L}$

ضريب انتقال لنگر $C_{ij} = C_{ji} = \dfrac{1}{2}$

$$S_{ij} + C_{ji}S_{ji} = \frac{4EI}{L} + \frac{L}{2}\times\frac{4EI}{L} = \frac{6EI}{L}$$

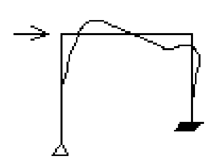
$$M_{ij} = M_{ij}^{F} + \frac{4EI}{L}\theta_i + \frac{2EI}{L}\theta_j - \frac{6EI}{L}\psi$$

$$M_{ij} = M_{ij}^{F} + \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 3\psi)$$

$$M_{ji} = M_{ji}^{F} + \frac{2EI}{L}(2\theta_j + \theta_i - 3\Psi)$$

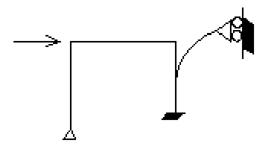
روش شیب و افت برای سازه‌های بدون انتقال جانبی

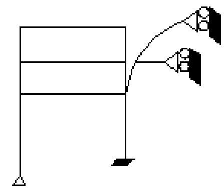
قاب بدون انتقال جانبی قابی است که هیچ کدام از اعضاء دوران وتری نداشته باشند.



دوران وتری ندارد چون بدون انتقال جانبی است.

$\Psi = 0$ برای سازههای بدون انتقال جانبی





برای بدست آوردن تعداد درجات آزادی تعداد تکیه گاههایی که از انتقال جانبی سازه جلوگیری می کند را تعداد درجات آزادی می گویند

رابطه تعداد درجات آزادی

تعداد اعضاء – تعداد درجات آزادی انتقالی گره‌ها = تعداد درجات آزادی

نکته: گیردار بودن یا مفصلی تفاوتی در تعداد درجه آزادی ندارند ولی غلطک یک درجه آزادی اضافه می کند.

مرحله 1: مقادیر لنگر گیرداری را برای تمام اعضاء حساب کنید.

مرحله 2: مقادیر سختی Sدورانی و ضریبC انتقال را برای تمام اعضاء حساب کنید.

مرحله 3: برای تمام اعضاء معادلات شیب افت را بنویسید.

$$m_{ij} = m_{ij}^F + \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 0)$$

مرحله 4: برای هر گره معادله تعادل لنگر نوشته شود.(برای گره i)

$$B: \qquad B_{BA} + m_{BC} = 0$$

لنگرانتهایی عضو ij در گره i ⟵ $M_i + \sum M_{ij} = 0$ لنگر متمرکز وارد بر گره i

مجموع لنگرهاي ij در گره i + لنگر متمرکز در گره i :i

مرحله 5: در معادلات مرحله 4 بجای M_{ij} ها از معادلات شیب افت قرار دهید.

مرحله 6: دستگاه معادله را برای θ ها محاسبه کنید.

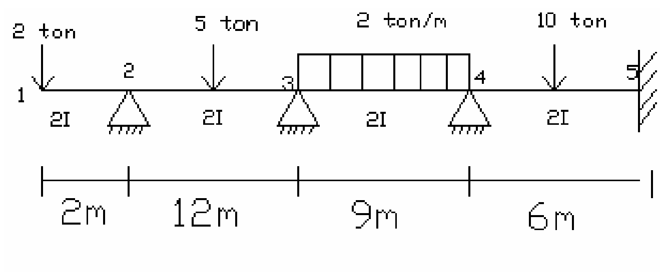
مرحله 7: با قرار دادن در معادلات شیب افت مقادیر لنگرهای انتهایی محاسبه شوند.

مرحله 8: منحنی‌های تغییرات نیروی برشی و لنگر خمشی را رسم کنید.

نکته: در مورد تیرها غلتک بودن یا مفصل بودن اثری در لنگر خمشی ندارد و فقط در نیروی محوری تاثیر گذاراست.

مثال:

مطلوبست آنالیز تیر زیر و رسم منحنی $Moment\quad SD, Bending$. از روش شیب و افت استفاده شود.



مرحله 1: بدست آوردن لنگرهای گیرداری روی تکیه گاه 2 بصورت مجازی لنگر 4ton را وارد می کنیم چون انگر گیرداری باید دوسرعضو تکیه گاه باشد

$$2,3 \rightarrow \frac{pa^2b}{L^2} = \frac{p(L/2)^2\, L/2}{L^2} = \frac{pL}{8}$$

$$-M_{2,3}^F = M_{3,2}^F = PL/8 = \frac{5\times 12}{8} = 7.5 ton.m$$

$$-M_{3,4}^F = M_{4,3}^F = \frac{WL^2}{12} = \frac{2\times 9^2}{12} = 13.5 ton.m$$

$$M_{5,4}^F = -M_{4,5}^F = PL/8 = \frac{10\times 6}{8} = 7.5 ton.m$$

فقط برای مقاطع منشوری درست است.

مرحله 2: نوشتن معادلات شیب وافت

$$M_{ij} = M_{ij}^{F} + \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - \overbrace{3\Psi}^{0})$$

$$M_{2,3} = M_{2,3}^{F} + \frac{\overbrace{4EI}^{\text{تذکر1}}}{L}(2\theta_2 + \theta_3) \Rightarrow M_{2,3} = -7.5 + \frac{8EI\theta_2}{12} + \frac{4EI\theta_3}{12}$$

$$M_{2,3} = -7.5 + \frac{2EI\theta_2}{3} + \frac{EI\theta_3}{3}$$

تذکر1:چون سختی عضو3-2 برابر 2I است

$$M_{3,2}=7.5+\frac{2EI\theta_3}{3}+\frac{EI\theta_2}{3}$$

$$M_{3,4}=-13.5+\frac{8}{9}EI\theta_3+\frac{4}{9}EI\theta_4$$

$$M_{4,3}=13.5+\frac{4}{9}EI\theta_3+\frac{8}{9}EI\theta_4$$

$$M_{4,5}=-7.5+\frac{1}{3}EI\theta_4+\overbrace{\frac{1}{6}EI\theta_5}^{0} \qquad \frac{1}{6}EI\theta_5=0$$

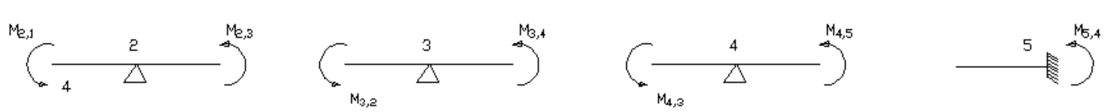
چون درنقطه 5تیرگیردار و θ_5 است $\Rightarrow$

$$M_{5,4}=7.5+\underbrace{\frac{1}{6}}_{\frac{4}{6}}EI\theta_4+\overbrace{\underbrace{\frac{1}{3}}_{\frac{4}{3}}EI\theta_5}^{0} \qquad \frac{1}{3}EI\theta_5=0$$

$$\theta_5=0$$

مرحله 3:معادلات تعادل برای گره ها می نویسیم.

در گره جهت خلاف عقربه ساعت جهت مثبت است.



$$M_{2,1}=4$$
$$M_{2,3}+4=0\Rightarrow M_{2,3}=-4$$
$$M_{3,2}+M_{3,4}=0$$
$$M_{4,3}+M_{4,5}=0$$

$$M_{5,4}=0$$

– برای راحتی m_{ij} ها را در 3 ضرب کرده و نتایج به صورت زیر را مورد استفاده قرار می دهیم.

– مرحله 4:معادلات گره ها را درمعادله های شیب و افت جایگذاری می کنیم

$M_{2,3}=-4 \Rightarrow 2EI\theta_2+EI\theta_3=18.5$ در سه ضرب شده

$M_{3,2}+M_{3,4}=0 \Rightarrow 3EI\theta_2+14EI\theta_3+4EI\theta_4=54$ در نه ضرب شده

$M_{4,5}+M_{4,3}=0 \Rightarrow 4EI\theta_3+11EI\theta_4=-54$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 14 & 4 \\ 0 & 4 & 11 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 18.5 \\ 54 \\ -54 \end{vmatrix}$$

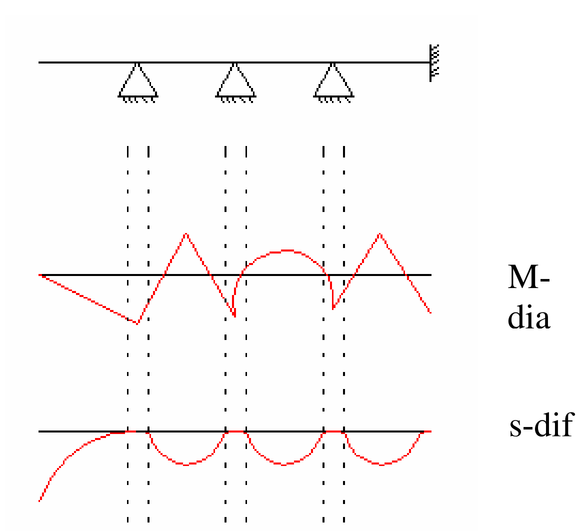
$$\begin{aligned} -25EI\theta_2+4EI\theta_4 &= -205 \quad \Rightarrow 243EI\theta_4=-1560 \\ -8EI\theta_2+11EI\theta_4 &= -128 \quad\quad EI\theta_4=-6.41 \end{aligned}$$

به وسیله جایگزاری در معادلات بدست می آوریم.

$$\begin{array}{lccc} \Sigma I\theta_4=-6.41 & & M_{2,3}=? & M_{4,5}=? \\ \Sigma I\theta_4=7.18 & \Rightarrow & M_{3,2}=? & M_{5,4}=? \\ \Sigma I\theta_3=4.127 & & M_{3,4}=? & M_{4,3}=? \end{array}$$

دوران در جهت عقربه‌های ساعت روی گره یا عضو هر دو مثبت است.

θ_i بر حسب رادیان



رسم دیاگرام تغییرفرم

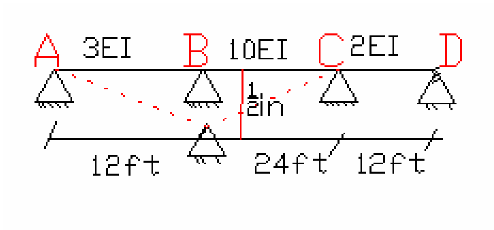
نکته: نقاطی که منحنی لنگر منفی است تغییر فرم گنبدی است.

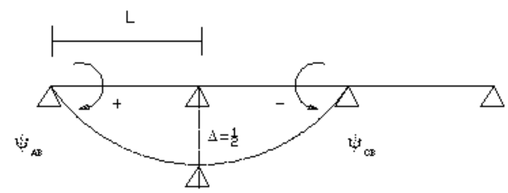
نکته: نقاطی که منحنی لنگر مثبت است تغییر فرم کاسه‌ای است.

مثال:برای سازه هایی که نشست داشته باشند:

تکیه‌گاه B به اندازه $\frac{1}{2}in$ نشست کرده است.

تیر را به روش شیب افت آنالیز کنید.

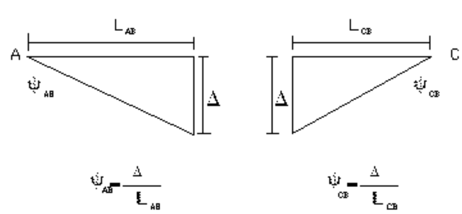




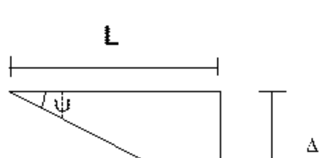
جهت دوران وتری (Ψ) درجهت عقربه های ساعت مثبت است.

$$EI = 30000\,psi, I = 1000in^4$$

$$m_{ij} = m_{ij}^F + \frac{2EI}{L}(2\theta_i + \theta_j - 3\psi)$$



ترم اول حل مسئله: در اینجا برای عضو BC, AB همین مقدار نشست را داریم و می توانیم ψ را بدست آوریم و از دستور العمل قبل استفاده کنیم که اگر بار گذاری واقعی نداشته باشیم. m_{ij}^F صفر است در غیر این صورت با لنگر گیرداری جمع می شود.



چون جابجایی داریم پس دوران وتری (Ψ) نیز داریم

ترم دوم حل مسئله:

$$M_{ij}=M_{ij}^{F}-(\frac{6EI}{L}\psi)+\frac{2EI}{L}(2\theta_i+\theta_j)$$

چون بارگذاری نداریم لنگر گیرداری ها M_{ij}^{F} برابر صفر است.

نکته: لنگر گیرداری ناشی از نشست تکیه‌گاهی $M_{ij}^{F}=M_{ji}^{F}=-\frac{6EI}{L}\overbrace{\psi}^{\frac{\Delta}{L}}=-\frac{6EI\Delta}{L^2}$

دردهنه سمت چپ تکیه گاه B لنگرگیرداری مثبت است.

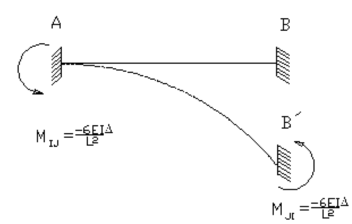
دردهنه سمت راست تکیه گاه Bلنگرگیرداری منفی است.

$$-\frac{WL^2}{12} \qquad \frac{WL^2}{12}$$

$$-\frac{6EI\Delta}{L^2} \qquad \frac{6EI\Delta}{L^2}$$

حل مسئله:

$$\psi_{AB}=\frac{\Delta_{AB}}{L_{AB}}=\frac{0.5}{\underbrace{12\times12}_{\text{تبدیل به } in}}=0.0035$$



اگر درحالت داشتن جابجایی بارگذاری داشتیم برای تعیین لنگرهای گیرداری باید لنگرگیرداری $\frac{wl^2}{12}$ بالنگر گیرداری $\frac{6EI\Delta}{l^2}$ جمع شود.

$\psi_{AB}=\frac{\Delta_{BC}}{L_{BC}}=\frac{-0.5}{24\times 12}=-0.0017$ منفی می شود چون درجهت خلاف عقربه هاست

$$M_{AB}=\frac{2\times 3EI}{12\times 12}(2\theta_A+\theta_B-3\psi_{AB})$$

ضرب در 12 می شود $M_{AB}=EI\theta_A+E\frac{I}{2}\theta_B-3\times\frac{0.0035EI}{2}$

$$\Rightarrow M_{AB}=\overbrace{208333\theta_A}^{\text{نکته 1}}+104167\theta_B-1085.06$$

$$M_{BC}=104167\theta_A+208333\theta_B-1085.06$$

عدد گذاری EI پس از تبدیل واحدها $M_{CB}=173611\theta_B+347222\theta_C+904.22$

$$M_{CD}=13889\theta_C+69444\theta_D$$

$$M_{DC}=69444\theta_C+138889\theta_D$$

نکته 1:

$$E=30000\frac{lb}{ft^2}\times\frac{ft^2}{12^2 in^2}=208.333$$

$$EI=208.333\times 1000=208333$$

از اینجا به بعد با دیگرمسائل هیچ تفاوتی ندارد به عبارت دیگر Δ تنها در FEM تأثیر می گذارد.

معادلات تعادل

$$1-M_{AB}=0$$
$$2-M_{BA}+M_{BC}=0$$
$$3-M_{CB}+M_{CD}=0$$
$$4-M_{DC}=0$$

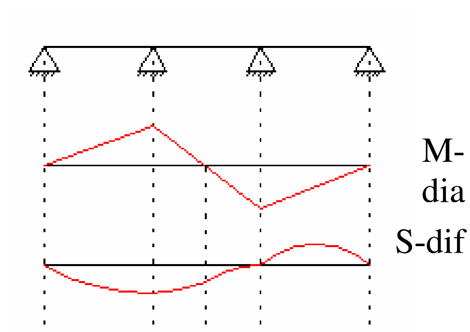
1-گره A   2-گره B   3-گره C   4-گره D

$\dfrac{\text{مجموع دو لنگر}}{\text{طول دهنه}}$= برای تعیین برش(علامت کوپلی درجهت خلاف لنگر)

$\dfrac{0+547.51}{2}$= مقدار برش

جهت نیروهای برشی باید سمتی باشد که کوپی آن جهتی مخالف لنگربدست آمده باشد

$$1-M_{AB}=0\Rightarrow$$
$$1)\Rightarrow 208333\theta_A+104167\theta_B=1085.06$$
$$2)\Rightarrow 104167\theta_A+555555\theta_B+173611\theta_c=180.84$$
$$3)\Rightarrow 173611\theta_B+486111\theta_C-694444\theta_B=-904.22$$
$$4)\Rightarrow 694444\theta_C+138889\theta_B=0$$



پس از حل معادلات $\begin{array}{l}\theta_A=5.22\times10^{-3}\\ \theta_B=0.718\times10^{-3}\\ \theta_C=-1.99\times10^{-3}\\ \theta_D=0.995\times10^{-3}\end{array}\Rightarrow :$

$$M_{AB}=0\rightarrow cont \qquad ok$$

پس از جایگذاری در معادلات $\Rightarrow$ $\begin{array}{l}M_{BA}=-547.51\\ M_{BC}=547.51\\ M_{CB}=207.39\\ M_{CD}=-207.39\end{array}$

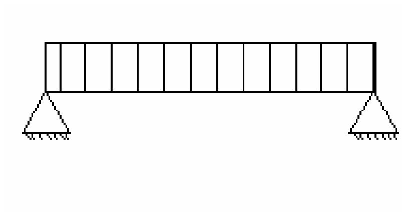
$$M_{DC}=0\rightarrow Cont \qquad o.k$$

لنگر CB در $Slop.dif$ مثبت بدست آورده و در مقاومت مصالح منفی بوده پس منفی درنظری می گیریم.

مثال:

یک مثال جهت کاربرد شیب افت جهت تعیین dif درنقاط مشخص.

مطلوبست مقدار خیز در وسط و در $\frac{1}{4}$ دهانه

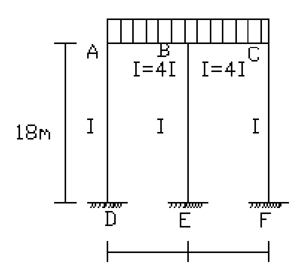


مثال:

مطلوب است آنالیز سازه شکل زیر به روش شیب و افت و ترسیم دیاگرامهای خمشی و برشی

گره‌ای قابل حرکت A, B, C

د ر حالت کلی. سازه یک درجه آزادی دارد یعنی می تواند در جهت افق حرکت کند ولی چنین سازه‌ای متقارن است و یک درجه آزادی دارد پس می توان گفت سازه انتقال جانبی ندارد.



نکته: هر سازه‌ای که متقارن باشد و بارگذاری آن نیز متقارن باشد و فقط یک درجه آزادی داشته باشد آن سازه انتقال جانبی ندارد. اگر متقارن نبود انتقال جانبی داشت.

حل:

$$M_{DA}^{F} = M_{AD}^{F} = M_{BE}^{F} = M_{EB}^{F} = M_{CF}^{F} = M_{FC}^{F} = 0$$

$$\theta_D = \theta_E = \theta_F = 0$$

معادلات شیب - افت

$$M_{Ab}^{F}b = -M_{BA}^{F} = M_{BC}^{F} = -M_{CB}^{F} = -228 ton.m \rightarrow \frac{wL^2}{12} = 6\times\frac{24^2}{12}$$

$$M_{AD}^{F} = M_{DA}^{F} = M_{\varepsilon B}^{F} = M_{B\varepsilon}^{F} = M_{FC}^{F} = M_{CF}^{F} = 0$$

$$M_{AB} = -228 + \frac{2}{3}EI\theta_A + \frac{1}{3}EI\theta_B \qquad M_{AB} = \frac{2\times 4EI}{24}(2\theta_A + \theta_B + 0) - 228$$

$$M_{BA} = 228 + \frac{1}{3}EI\theta_A + \frac{2}{3}EI\theta_B \qquad M_{BA} = \frac{2\times 4EI}{24}(2\theta_B + \theta_C) - 228$$

$$M_{BC} = -228 + \frac{2}{3}EI\theta_B + \frac{1}{3}EI\theta_C \qquad M_{BC} = \frac{2\times 4EI}{24}(2\theta_B + \theta_C) - 228$$

$$M_{CB} = 228 + \frac{1}{3}EI\theta_B + \frac{2}{3}EI\theta_C$$

$$\theta_F = 0, \quad \theta_E = 0, \quad \theta_B = 0$$

$$m_{AD}=\frac{2}{9}EI\theta_A \qquad \theta_D=0 \qquad M_{AD}=\frac{EI}{18}(2\theta_A+\overbrace{\theta_D}^{0})+0$$

$$m_{DA}=\frac{1}{9}EI\theta_A \qquad \theta_D=0 \qquad M_{DA}=\frac{EI}{18}(\overbrace{2\theta_D}^{0}+\theta_A)+0$$

$$M_{BE}=\frac{2}{9}EI\theta_B$$

$$M_{EB}=\frac{1}{9}EI\theta_B$$

$$M_{CF}=\frac{2}{9}EI\theta_C$$

$$M_{FC}=\frac{1}{9}EI\theta_C$$

معادلات تعادل گره ها

گره A : $M_{AD}+M_{AB}=0 \quad 1$

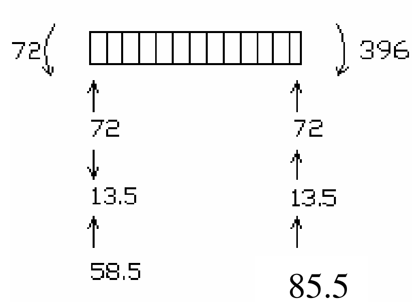
گره B : $M_{BA}+M_{B\varepsilon}+M_{BC}=0 \quad 2$ گره C : $M_{CB}+M_{CF}=0 \quad 3$

تعیین نیروی برشی باید بصورت کوپلی باشد که برآیند آن(V_D,V_A)درجهت مخالف لنگر باشد.

از $1\Rightarrow \frac{8}{9}EI\theta_A+\frac{1}{3}EI\theta_B=288$

از $2\Rightarrow \frac{1}{3}EI\theta_A+\frac{4}{9}EI\theta_B+\frac{1}{3}EI\theta_C=0$

از $3\Rightarrow \frac{1}{3}EI\theta_B+\frac{8}{9}EI\theta_C=-288$



$\Rightarrow$ پس از حل معادلات

$EI\theta_A = 324, \quad EI\theta_B, \qquad EI\theta_C = 0$

$$\sum \overrightarrow{M^+} = 0 \Rightarrow -V_A \times L_{AD} + M_{AD} + M_{DA} = 0$$

با جایگذاری در معادلات تعادل

$$V_A = \frac{m_{AD} + m_{DA}}{l_{AD}} = \frac{72 + 36}{18} = 6$$

$M_{AB} = -72$

$M_{BA} = 396$

$M_{BE} = 0$

$M_{EB} = 0$

$M_{BC} = -396$

$M_{CB} = 72$

$M_{AD} = 72$

$M_{DA} = 36 \qquad M(9.95) = 58.5 \times 9.95 - \frac{6 \times 9.95^2}{2} - 92 = 213.19$

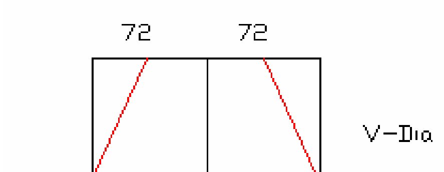
$M_{CF} = -72$

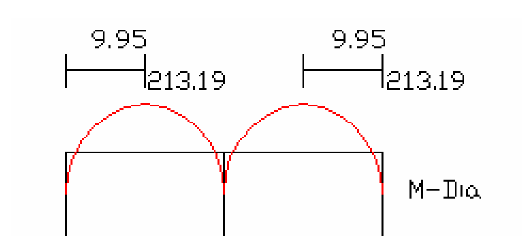
$M_{FC} = -36$

با استفاده از تشابه مثلث روی دیاگرام برش $X = 9.95$ بدست می آید.

مقدار $M(9.95)$ با استفاده از شکل در رابطه بالا بدست می آوریم.

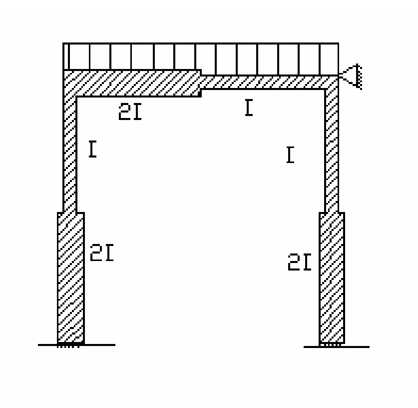
در قابهایی که شکل متقارن دارند و بارگذاری نیز متقارن است می توان شکل را به صورت سادهای تبدیل گردد و سپس آن را آنالیز کنیم مثلاً در این قاب چون نقطه B لنگر و برش و نیروی محوری صفر است.





مثال:

مطلوب است آنالیز سازه شکل زیر به روش شیب و افت.

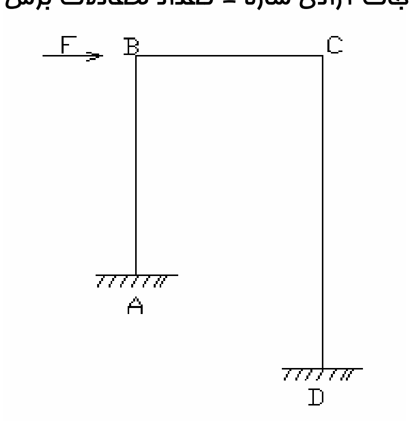


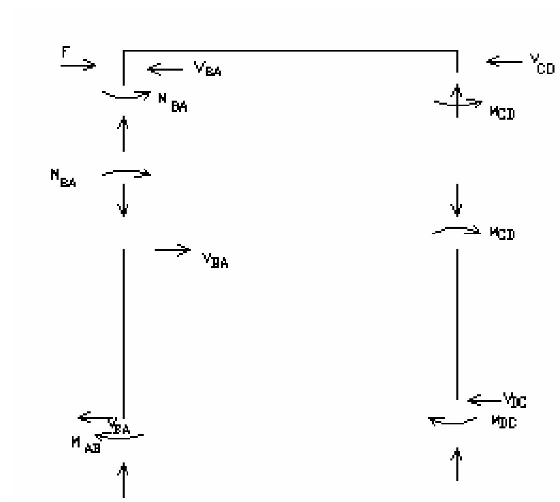
روش شیب وافت برای قاب‌های با انتقال جانبی

1) معادلات برش:

یک سری از معادلات هستند که از نوع معادلات تعادل ولی غیر از معادلات تعادل لنگرها هستند این معادلات بایستی به گونه‌ای باشند که بتوان در آنها فقط مجهولات لنگر دو سر اعضاء را وارد کرد.

تعداد درجات آزادی سازه = تعداد معادلات برش





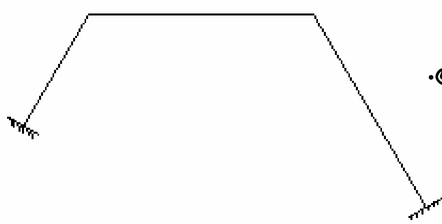
$$\Sigma Fx=0 \Rightarrow F=V_{BA}+V_{CD}$$

$$V_{BA}=-(\frac{m_{AB}+m_{BA}}{2_{AB}})$$

$$V_{CD}=-(\frac{m_{CD}+m_{DC}}{L_{CD}})$$

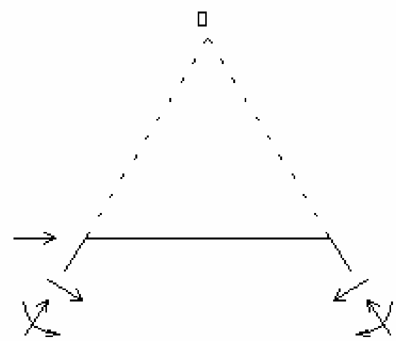
$$\sum M_{D}=0 \rightarrow V_{CD}\times L+m_{CD}+m_{DC}=0$$

$$F=-(\frac{m_{BA}+m_{AB}}{L_{AB}})-(\frac{m_{CD}+m_{DC}}{L_{DC}})$$

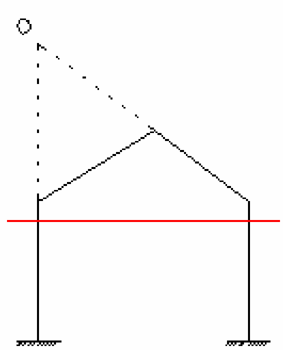


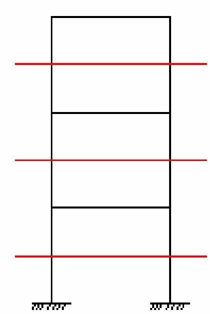
بجای mها،مقادیر m را که از رابطه شیب افت بدست آوردیم قرار می دهیم.

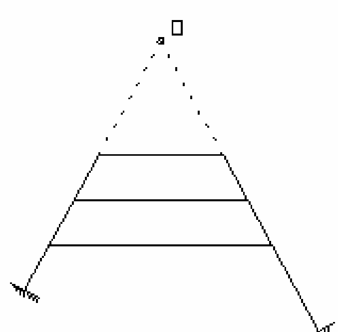
نسبت به o ممان می گیریم.معلومات برش بدست می آید.

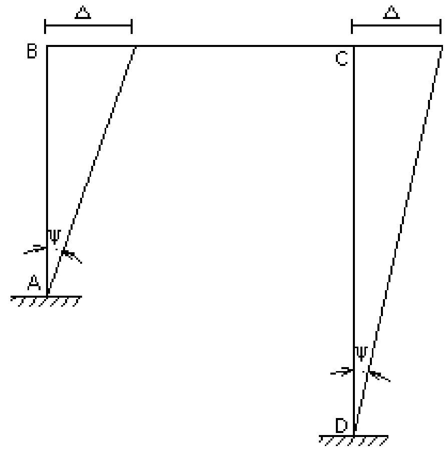


MO=0









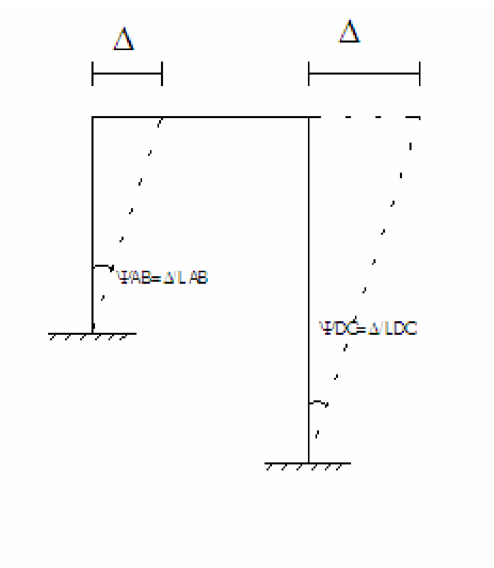
ψ را یکی بر حسب دیگری مینویسیم.0

$$\psi_{AB} = \frac{\Delta}{L_{AB}} \Rightarrow \Delta = \psi_{AB} \cdot L_{AB}$$

$$\psi_{AB} = \frac{\Delta}{L_{CD}} \Rightarrow \psi_{CD} = \psi_{AB} \cdot \frac{L_{AB}}{L_{CD}}$$

$$\psi_{CD} = \psi \cdot \frac{L_{AB}}{L_{CD}}$$

تعداد درجات آزادی = تعداد ψ



$$\psi_{AB} = \frac{\Delta}{L_{AB}} = \psi \qquad (1)$$

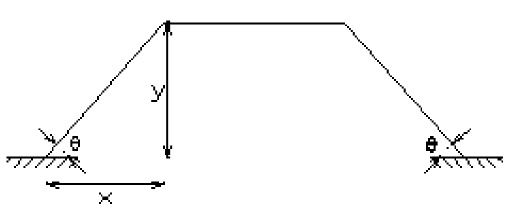
$$\psi_{DC} = \frac{\Delta}{L_{DC}} \qquad (2)$$

$$\psi_{DC} = \psi\left[\frac{L_{AB}}{L_{DC}}\right] \quad \Leftarrow$$ از 1 و 2

بدست آوردن دوران وتری(ψ) بر حسب پارامترهای مشخص کننده وضعیت انتقال جانبی سازه

$$\Delta_y = \sum L \cdot \psi \cdot \cos\theta$$

$$\Delta_x = \sum L \cdot \psi \cdot \sin\theta$$



روش اول:

Δx_{ij}: تغییر مکان نسبی گره j نسبت به گره i در اثر دوران وتری عضو ij به اندازه ψ_{ij} در جهت x

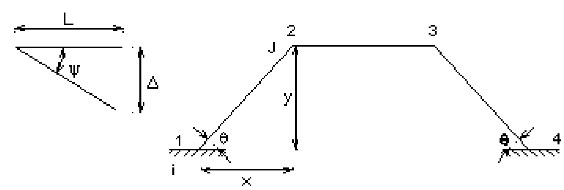
تغییر مکان نسبی گره j نسبت به گره i در جهت x در اثر دوران وتری تمام اعضاء

تصویرش روی محور y را بدست می آوریم $L\sin\theta$.

$$\Delta_X = \sum_{i=1}^{n-1} \psi_{i,i+1} \quad L_{i,i+1} \quad \sin\theta_{i,i+1}$$

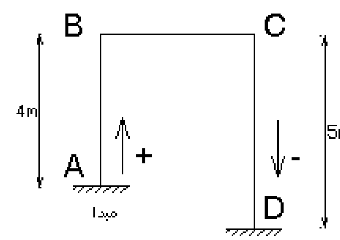
تغییر مکان نسبی گره j نسبت به گره i در جهت y در اثر دوران وتری تمام اعضاء

$$\Delta_x = \sum \psi_{i,i+1} \quad L_{i,i+1} \quad Sin\theta$$



$$\Delta_y = \sum \psi_{i,i+1} \quad L_{i,i+1} \quad Cos\theta$$

$$\Delta_y = \sum_{i=1}^{n-1} -\psi_{i,i+1} \quad L_{i,i+1} \quad Cos\theta_{i,i+1}$$



$\Delta_x =$ مجموع حاصلضرب ها در تصویر اضلاع در روی محور y ها

$\Delta_y =$ مجموع حاصلضرب ها در تصویر اضلاع در روی محور x ها

$$\Delta_x \, D/A = 0 \qquad L_{AB}\psi_{AB} - L_{CD}\psi_{CD} = 0 \Rightarrow \psi_{AB} = \frac{L_{CD}}{L_{AB}}\psi_{CD}$$

$$\Delta_y \, D/A = 0 \qquad L_{BC}\psi_{BC} = 0 \Rightarrow \psi_{BC} = 0$$

از این روش نیز میتوان استفاده نمود:

$$\Delta x_{D/A} = 0 \Rightarrow \psi_{AB} \cdot L_{AB} - \psi_{CD} \cdot L_{CD} = 0 \Rightarrow \psi_{AB} = \frac{L_{CD}}{L_{AB}}$$

یا:

$$\Delta x_{D/A} = 0 \Rightarrow (4-0)\psi_{AB} + (4-4)\psi_{BC} + (4-5)\psi_{CD} = 0 \Rightarrow 4\psi_{AB} - \psi_{CD} = 0$$

$$\Delta y_{D/A} = 0 \Rightarrow \psi_{BC} \cdot L_{BC} = 0 \Rightarrow)\psi_{BC} = 0$$

$$\Delta y_{D/A} = 0 \Rightarrow (4-0)\psi_{BC} = 0 \Rightarrow \psi_{BC} = 0$$

$$\psi_{AB} = \psi$$

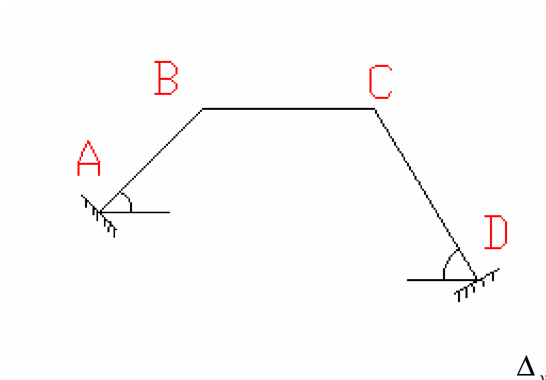
$$\Delta x_{D/A=0} \Rightarrow \psi_{AB} \cdot L_{AB} \cdot Sin\theta_1 - \psi_{CD} \cdot L_{CD} \cdot Sin\theta_2 = 0 \Rightarrow \psi_{AB} = \psi_{CD} \cdot \frac{L_{CD} \cdot Sin\theta_2}{L_{AB} \cdot Sin\theta_1}$$

$$\Delta y_{D/A}=0 \Rightarrow \psi_{AB}\cdot L_{AB}\cdot Cos\theta_1+\psi_{BC}\cdot L_{BC}+\psi_{CD}\cdot L_{CD}\cdot Cos\theta_1=0$$

در جزوه $\psi_{AB}=\psi$ در نظر گرفته شده است.

$$\Rightarrow \psi_1\cdot\frac{L_{CD}}{L_{AB}}\cdot\frac{Sin\theta_2}{Sin\theta_1}\cdot L_{AB}\cdot Cos\theta_1+\psi_{BC}\cdot L_{BC}+\psi_1\cdot L_{CD}\cdot Cos\theta_1=0$$

$\psi_{AB}=\psi$ ** : با فرض



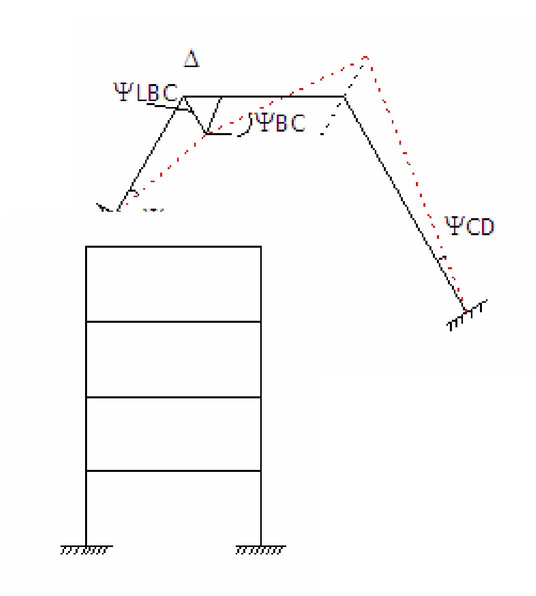
$$\Delta_x\ D/A=\psi L_{AB}Sin\theta_1-\psi_{CD}L_{CD}Sin\theta_2=0$$

$$\Rightarrow \psi_{CD}=\frac{L_{AB}Sin\theta_1}{L_{CD}Sin\theta_2}\psi$$

$$\Delta_y\ D/A=0\Rightarrow \psi L_{AB}Cos\theta_1+\psi_{BC}L_{BC}+\psi_{CD}L_{CD}Cos\theta_2=0$$

پس از جایگذاری $\Rightarrow \psi_{BC}=\psi$ ضریب

روش دوم: (روش طاحونی روش گرافیکی است)



$$\Delta=\psi L_{AB}Cos(\pi/2-\theta_1)\Rightarrow$$
$$\Delta=\psi L_{AB}Sin\theta_1$$
$$\Delta=\psi_{CD}L_{CD}Sin\theta_2$$
$$\psi.L_{AB}Sin\theta_1=\psi_{CD}L_{CD}Sin\theta_2$$
$$\psi_{CD}=\frac{L_{AB}Sin\theta_1}{L_{CD}Sin\theta_2}\psi$$

$$\psi_{BC}=\frac{x_1+x_2}{L_{BC}}=\frac{\psi.L_{AB}Cos\theta_1+\psi_{CD}L_{CD}Cos\theta_2}{L_{BC}}$$

روش اول:

تعداد اعضاء = m

تعداد جفت نقاطی که وضعیت جابجایی نسبی

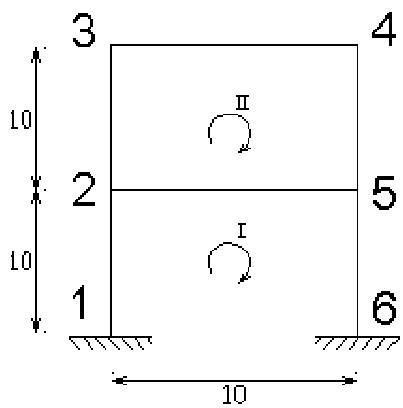
آنها مشخص است را در نظرمی گیریم و فرض

می کنیم در این نقاط n معادله حاصل شود.

$$n \rangle m$$

نهایتاً بعد از حذف تعدادی معادلات باید به معادله‌ای برسیم که m دوران وتری اعضاء را بر حسب پارامترهای مشخص کننده انتقال جانبی به ما بدهد.

مثال:



$$\Delta y_{(1-6)} = 0$$
$$10\psi_{(2-5)} = 0 \Rightarrow \psi_{25} = 0$$

1- حلقه‌ها باید از یک نقطه شروع شده و به یک نقطه ختم شوند

2- حلقه‌ها باید از تکیه‌گاه به تکیه‌گاه نوشته شوند.

حلقه I:

$$\Delta x_{(1-6)} = 0 \Rightarrow 10\psi_{12} - 10\psi_{56} = 0 \Rightarrow \psi_{12} = \psi_{56} = \psi_1$$

$$\Delta y_{(1-6)} = 0 \Rightarrow 10\psi_{25} = 0 \Rightarrow \psi_{25} = 0$$

حلقه $\prod$:

$$\Delta x_{(2-2)} = 0 \Rightarrow 10\psi_{23} - 10\psi_{45} = 0 \Rightarrow \psi_{23} = \psi_{45} = \psi_2$$

$$\Delta y_{(2-2)} = 0 \Rightarrow 10\psi_{34} - 10\psi_{25} = 0 \Rightarrow \psi_{34} = \psi_{25} = 0$$

-به دو حلقه تقسیم میکنیم.

-همیشه مسیر رفت مثبت ومسیر برگشت منفی می شود.

–حلقه اول را باید ابتدا بدست آوریم برای حلقه دوم می توانیم داخل حلقه را در نظر بگیریم یا به طور کلی در نظر بگیریم.

روش دیگر (بطور کلی بگیریم):

$$\Delta x = 0 \Rightarrow 10\psi_{12} + 10\psi_{23} - 10\psi_{45} - 10\psi_{56} = 0 \Rightarrow \psi_{23} = \psi_{45}$$

$$\Delta y = 0 \Rightarrow 10\psi_{34} - 10\psi_{52} = 0 \Rightarrow \psi_{34} = \psi_{52} = 0$$

به ازای درجات آزادی باید ψ داشته باشیم،در این مثال دو درجه آزادی داریم و ψ_1 و ψ_2 بدست آمده است.

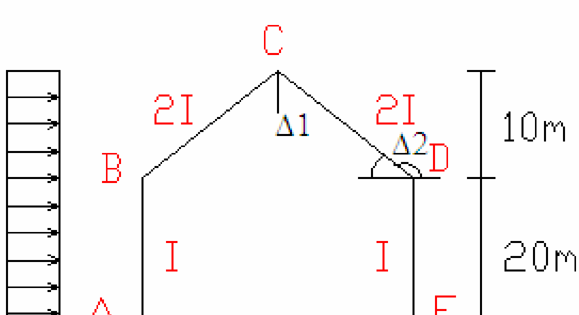
دستورالعمل آنالیز سازه با انتقال جانبی به روش شیب و افت

1) درجه آزادی انتقال جانبی سازه را مشخص کنید.
2) دوران وتری کلیه اعضاء را بر حسب پارامترهای مشخص کننده وضعیت انتقال جانبی بنویسید.
3) لنگرهای گیرداری تمام اعضاء را حساب کنید.
4) برای تمام اعضاء معادلات شیب و افت را بنویسید.
5) معادلات تعادل لنگر را برای گرههای سازه را بنویسید.
6) معادلات برش را تشکیل دهید.
7) در معادلات 6,5 از معادلات 4 جایگزین کنید.
8) دستگاه معادله مرحله 7 را تکرار کنید. (θ ها و ψ ها)
9) معادلات θ ها و ψ ها را در معادلات 4 قرار دهید و لنگرهای انتهایی را محاسبه کنید.
10) نمودار لنگر خمشی و نیروی برشی را رسم کنید و نمودار شکل تغییر فرم یافته را بکشید.

مثال:

در سازه شکل زیر مطلوب است.

1) تعیین درجه آزادی
2) تعیین ψ ها یا دوران وتری



روش اول:

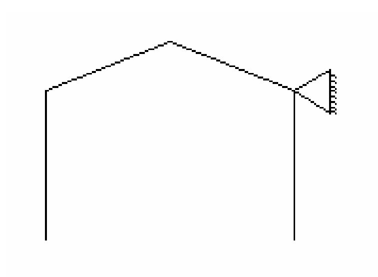
(1) درجه آزادی = 2

$$(2):\quad \begin{cases}\Delta x_{AE}=0\\ \Delta y_{AE}=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}20\psi_{Ab}+10\psi_{BC}-10\psi_{CD}-20\psi_{DE}=0 \Rightarrow\\ 0+20\psi_{BC}+20\psi_{CD}+0=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}2\psi_{AB}+\psi_{BC}-\psi_{CD}-2\psi_{DE}=0\\ \psi_{BC}=-\psi_{CD}\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix}2\psi_{AB}-2\psi_{CD}-2\psi_{DE}=0\Rightarrow\\ -\psi_{AB}+\psi_{CD}+\psi_{DE}=0\end{matrix}$$

$$\begin{aligned}&\psi_{DE}=\psi_1\\ &\psi_{CD}=\psi_2 \Rightarrow \psi_{AB}=\psi_1+\psi_2\\ &\psi_{BC}=-\psi_2\end{aligned}$$

روش دوم:



$$\psi_{AB}=\frac{A'B'}{L_{AB}}=\frac{2\Delta_1\tan\alpha}{L_{AB}}=-\frac{\Delta_1}{L_{AB}}=\frac{\Delta_1}{20}$$

$$\psi_{BC}=\frac{B'C'}{L_{BC}}=\frac{\Delta_1}{\cos\alpha L_{BC}}=-\psi_2$$

$$\psi_{DE}=\frac{D'E'}{L_{DE}}=\psi_1$$

$$\frac{x}{\Delta_1}=\tan\alpha$$

$$x=\Delta_1\tan\alpha \qquad \psi_{CD}=\frac{C'D'}{L_{CD}}=\frac{-\Delta_1}{\cos\alpha L_{CD}}$$

3) لنگرگیری

نکته: برای بارهای غیر عمود بر عضو

$$\frac{wLCos\alpha}{L/Cos\alpha}=wCos^2\alpha \qquad M^F=\frac{wCos^2\alpha\times\frac{L^2}{Cos^2\alpha}}{12}\Rightarrow M^F=\frac{wL^2}{12}$$

یعنی لازم به تصویر نیست و فقط لازم است که L در جهت عمود بر جهت W را در نظر بگیریم.

استفاده از معادلات شیب افت در محاسبه شیب و ذخیره سازه

$$M_{AB}^F=-20T.m,\quad M_{BA}^F=20T.m,\quad M_{BC}^F=-5T.m,\quad M_{CB}^F=5T.m$$
$$M_{CD}^F=M_{DC}^F=M_{DE}^F=M_{ED}^F=0$$

$$M_{AB}=\frac{2EI}{L}(\theta_B-3C\psi_1-\psi_2)-20=$$
$$\frac{EI}{10}\theta_B-\frac{6EI}{20}\psi_1-\frac{6}{20}EI\psi_2-20=0.1EI\theta_B-0.3\psi_1-0.3\psi_2-20$$

$$M_{BA}=\frac{2EI}{L}(2\theta_B-3C\psi_1-\psi_2)+20=$$
$$\frac{EI}{5}\theta_B-\frac{6EI}{20}\psi_1-\frac{6EI}{20}EI\psi_2+20=0.2\theta_B-0.3\psi_1-0.3EI\psi_2+20$$

$$M_{BC}=\frac{4EI}{L}(2\theta_B+\theta_C+3\psi_2)-5=0.8EI\theta_B+0.4EI\theta_C+1.2EI-5$$

تمامل L

$$M_{CB}=\frac{4EI}{L}(2\theta_C+\theta_B+3\psi_2)+5=0.4EI\theta_B+0.8EI\theta_C+1.2EI\psi_1+5$$

$$M_{CD}=\frac{4EI}{L}(2\theta_C+\theta_D-3\psi_2)=0.8EI\theta_C+0.4EI\theta_D-1.2\psi_2EI$$

$$M_{DC}=\frac{4EI}{L}(2\theta_D+\theta_C-3\psi_2)=0.4EI\theta_C+0.8EI\theta_D-1.2\psi_2EI$$

$$M_{DE}=\frac{2EI}{L}(2\theta_D+\theta_E-3\psi_2)=0.2EI\theta_D+0.1EI\theta_C-\frac{6EI}{20}\psi_2\ ,\quad \theta_C=0$$
$$M_{ED}=\frac{2EI}{L}(2\theta_E+\theta_D-3\psi_2)=0.1EI\theta_D-\frac{6EI}{20}\psi_2$$

معادلات تعادل گره‌ها را می نویسیم.

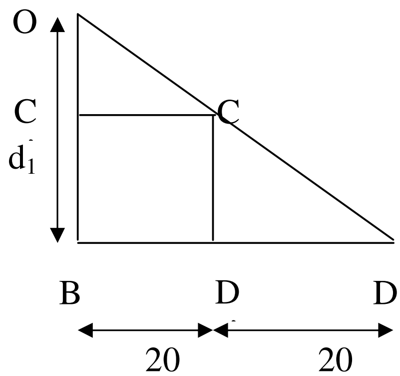
$$m_{BA}+M_{BC}=0\Rightarrow EI\theta_B+0.4EI\theta_C+0.9EI\psi_1-0.3EI\psi_2+15=0$$

$$M_{CB}+M_{CD}=0 \Rightarrow 0.4EI\theta_B+1.6EI\theta_C+0.4EI\psi_D+5=0$$

$$M_{DC}+M_{DE}=0 \Rightarrow 0.4EI\theta_C+EI\theta_D-1.2EI\psi_1-1.2EI\psi_1-0.3EI\psi_2=0$$

معادلات برش:

$$\sum M_O=0 \Rightarrow M_{BA}+M_{CD}+V_{BA}d_1-V_{CD}d_2+6d_1/2=0$$
$$\sum M_{O'}=0 \Rightarrow M_{CB}+M_D E+V_{CB}d_1-V_{DE}d_2=0$$

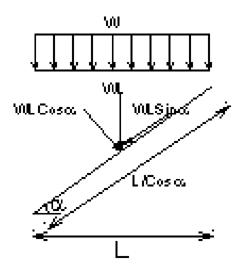


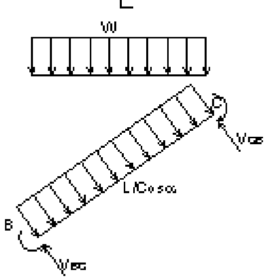
از تشابه دو مثلث OBD و O’CD خواهیم داشت:

$$\frac{OB}{BD}=\frac{CD'}{DD'} \Rightarrow \frac{d_1}{40}=\frac{10}{20} \Rightarrow OB=20=d_1=d_2$$

که در آنها $V_{BA},V_{CD},V_{CB},V_{DE}$ برابر است با:

$$V_{BA}=\frac{M_{AB}+M_{BA}}{L_{AB}=20}+\frac{(20\times 0.6)}{2}$$
$$V_{CD}=-(\frac{M_{CD}+M_{DC}}{L_{CD}=22.36})$$
$$V_{CB}=-(\frac{M_{BC}+M_{CB}}{L_{CD}=22.36})+\frac{(10\times 0.6\times \sin\theta_1)}{2}$$
$$V_{DE}=(\frac{M_{DE}+M_{ED}}{L_{CD}=20})$$

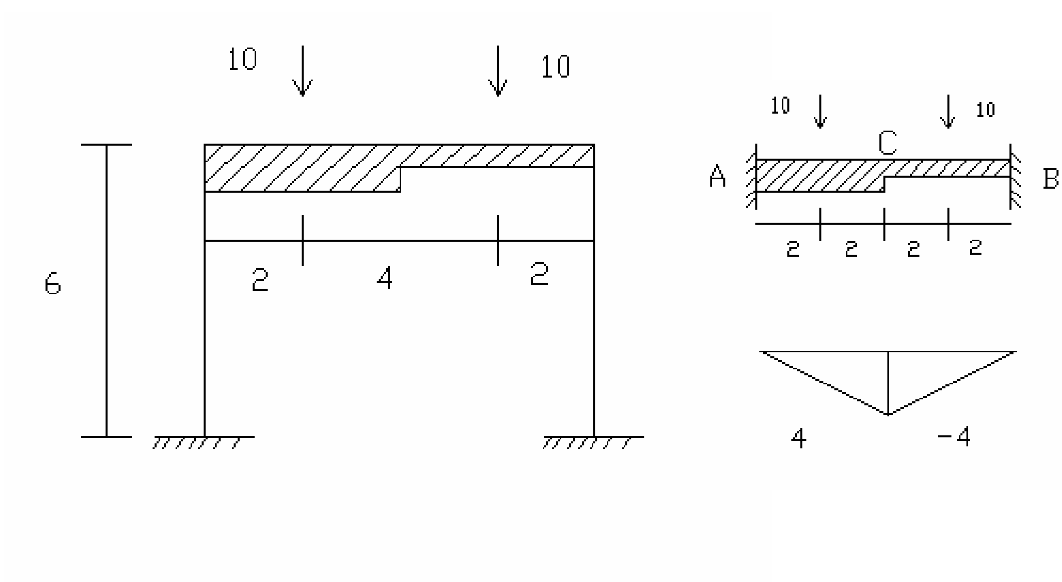




جایگذاری برشها در معادلات برش و قرار دادن مقادیر لنگرها بر حسب θ دو معادله دیگر از معادلات برش بر حسب θ ها بدست میآید که با حل سه معادله قبلی و این دو معادله(5 معادله و پنج مجهول) مقادیر θ ها و لنگرها بدست می آیند.

مثال:

با استفاده از روش و روابط شیب و افت مقدار S_{AB}, C_{AB}, m^F_{AB} را بدست آورید.



سازه یک درجه آزادی دارد یعنی می تواند فقط بالا و پایین شود.

لنگرهای گیرداری:

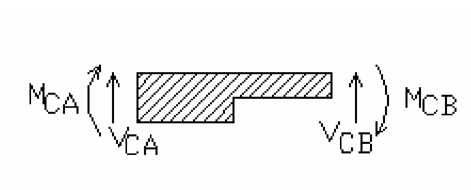
$$M^F_{AC} = M^F_{CB} = -5T.m$$
$$M^F_{CA} = M^F_{BC} = 5T.m$$

معادلات شیب و افت

$$M_{AC}=-5+\frac{4EI}{4}(0+\theta_C-3\psi) \qquad M_{CB}=-5+\frac{2EI}{4}(2\theta_C+3\psi)$$

$$M_{CA}=5+\frac{4EI}{4}(2\theta_C-3\psi) \qquad M_{BC}=5+\frac{2EI}{4}(\theta_C+3\psi)$$

معادلات تعادل:



$$M_{CA}+M_{CB}=0 \Rightarrow \qquad 3EI\theta_C-1.5EI\psi=0 \qquad I$$

$$V_{CA}+V_{CB}=0 \Rightarrow$$

$$-0.395\varepsilon I\theta_C-2.25EI\psi=-10 \qquad II$$

$$\begin{cases} V_{CA}=\dfrac{M_{CA}+M_{AC}}{4}+5 \\ V_{CB}=5-\dfrac{M_{CB}+M_{BC}}{4} \end{cases}$$

از $I\,,II \Rightarrow$

$$EI\theta_C=-2.951$$

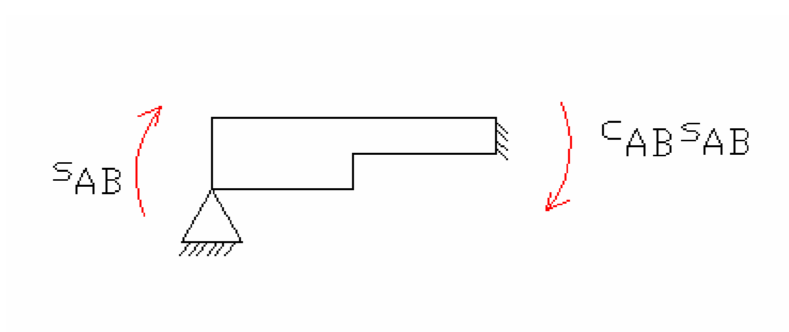
$$EI\psi=4.103 \qquad \Rightarrow M_{AB}^{F}=-19.35$$

برای بدست آوردن باید سازه زیر را تحلیل کنیم.

$$S_{ij}=\frac{4EI}{L}(2\theta_i+\theta_j-3\psi_{ij})$$

$$S_{AC}=\frac{4EI}{4}(2+\theta_C-3\psi)$$

$$M_{CA}=\frac{4EI}{4}(1+2\theta_C-3\psi)$$



$$M_{CB}=\frac{2EI}{4}(2\theta_C+3\psi)$$

$$M_{CB}=\frac{2EI}{4}(\theta_C+3\psi)$$

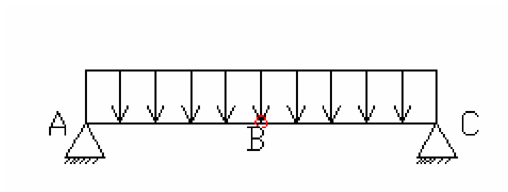
$$EI + 3EI\theta_C + 1.5EI\psi = 0$$

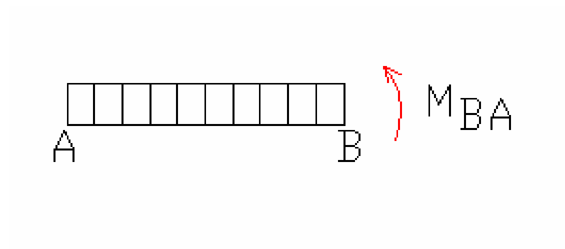
$$0.95EI + 0.395EI\theta_C - 2.25EI\psi = 0$$

$$EI\theta_C = -0.182EI, \qquad EI\psi = 0.303EI$$

$$\Rightarrow S_{AB} = 0.909EI, \qquad C_{AB}S_{AB} = 0.364 \rightarrow C_{AB} = 0.4$$

استفاده از معادله شیب افت در محاسبه شیب و خیزسازه





$$M_{BA} = -\frac{wL^2}{8}$$

$$\theta_B = 0$$

$$M_B = \frac{wL^2}{8}$$

$$= 0$$

$$M_{BA} = M_{BA}^F + \frac{2EI}{L/2}(2\theta_B + \theta_A - 3\psi_{AB})$$

$$M_{BA} = \frac{wL^2}{48} + \frac{4EI}{L}\theta_A - \frac{12EI}{L}\psi_{AB}$$

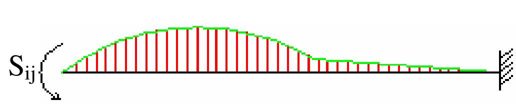
$$0 = M_{AB} = -\frac{wL^2}{48} + \frac{2EI}{L}\theta_A - \frac{12EI}{L}\psi_{AB}$$

$$\psi_{AB} = \frac{\Delta_B - \Delta_A}{L/2} \qquad \Delta_B = \frac{SWL^4}{384EI}$$

روش توزیع لنگر

مقدمات

1-سفتی دورانی:

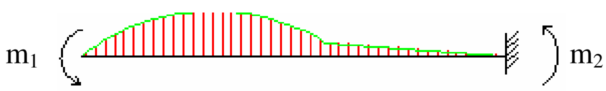


لنگر لازم جهت ایجاد دوران واحد در گره آزاد .

برای اعضای غیر منشوری از جدول یا از محاسبات بدست می آید.

برای مقطع منشوری مساوی است با : $S_{ij}=S_{ji}=\dfrac{4EI}{L}$

2-ضریب انتقال لنگر



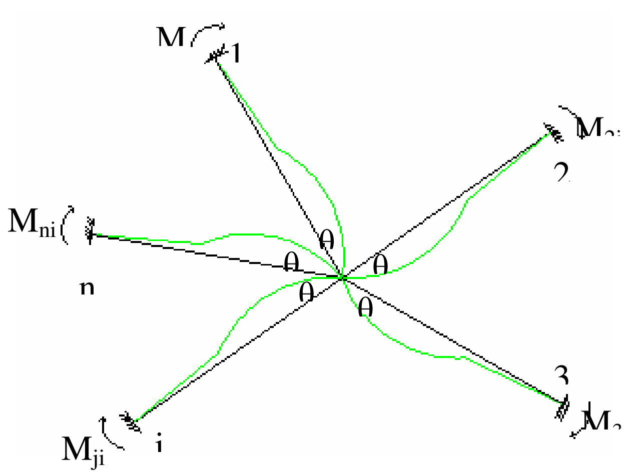
در اعضا منشوری: $C_{ij}=C_{ji}=\dfrac{1}{2}$

در غیر منشوری: $C_{ji} \neq C_{ij}$

$$\frac{m_2}{m_1}=C_{ij}$$

3-سفتی نسبی

برای اینکه نخواهیم در هر عضو $\dfrac{4EI}{L}$ را محاسبه کنیم (به علت وقت گیر بودن) اگر $K=\dfrac{I}{L}$ را نیز حساب کنیم کافی است.



4-ضرایب توزیع لنگر

$$M = \sum_{j=1}^{n} M_{ij}$$

$$M_{i1} = S_{i1}\theta$$

$$M_{i2} = S_{i2}\theta$$

$$M_{i3} = S_{i3}\theta$$

$$\theta = \frac{M_1}{\sum_{i=1}^{n} S_{ij}} \qquad D_{ij}^F = \frac{S_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} S_{ij}}$$

برای مفاصل تکیه گاهی انتهایی D.F=1 و برای تکیه گاهای گیردار D.F=0 میباشد.

گام به گام روش توزیع لنگر.

1-لنگرهای گیرداری را محاسبه کنید.

$$FEM = \frac{Pab^2}{L^2}$$

$$FEM = \frac{WL^2}{12}$$

2-لنگرهای نامتعادل هر گره را محاسبه کنید.(FEM)

3-لنگرهای متعادل کننده هر گره را حساب کنید.(BAL)

4-لنگرهای انتقال یافته به گره های دوران یافته را حساب کنید.(C.O)

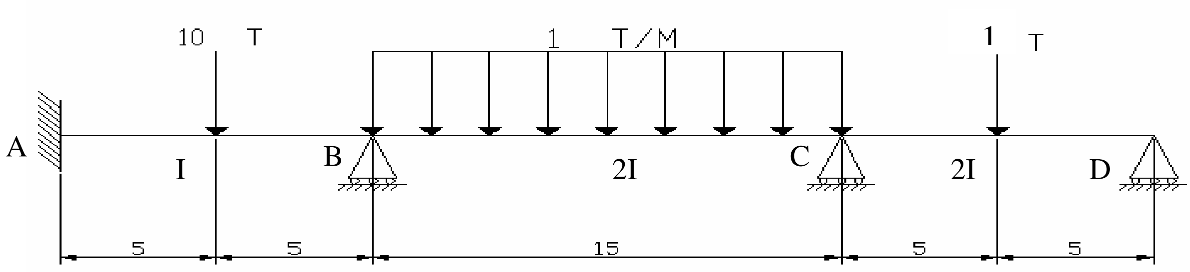
5-لنگرهای نا متعادل ناشی از لنگرهایانتقال یافته را حساب کنید.

6-به مرحله 3 بروید و این سیکل را تا آنجا ادامه دهید که مقادیر لنگرهای متعادل کننده کوچک شود.

7-مقادیر لنگرهای انتهایی در مراحل مختلف را با هم جمع کنید

مثال:

مطلوب است محاسبه لنگر های تکیه گاهی تیر شکل زیر به روش توزیع لنگر.



joint	A	B		C		D
member	AB	BA	BC	CB	CD	DC
سفتی نسبی	I/10	I/10	I/5	I/5	I/5	I/5
D.F	0	1/3	2/3	1/2	1/2	1
FEM BAL	-12.5 0	12.5 2.08	- 18.7 5 4.17	18.75 0	- 18.7 5 0	18.75 -18.75
C.O BA	1.04 0	0 0	0 0	2.08 3.64	-9.37 3.64	0 0
C.O BA	0 0	0 -0.6	1.82 -1.21	0 0	0 0	1.82 -1.82
C.O BA	-0.3 0	0 0	0 0	-0.6 0.75	-0.9 0.75	0 0
$\sum$ =M	- 11.7 6	13.98	- 13.9 8	24.63	- 24.6 3	0
$(M_{ij}-M_{ij}^F)$ $\frac{\Delta}{2}=(M_{ji}-M_{iji}^F)$ $EI\theta$	0.74 0.39 0 0	1.48 0.74 1.11 11.1	4.77 2.39 1.84 9.2	5.86 2.93 3.47 17.35	-5.86 -2.93 3.52 17.6	-18.75 -9.38 -15.82 -79.1

کنترل روش توزیع لنگر

1- لنگرهای راست و چپ هر گره مساوی وبا علامت مخالف

2-

$$\frac{3EI\theta_i}{L}=(M_{ij}-M_{ij}^F)-0.5(M_{ji}-M_{ji}^F)$$

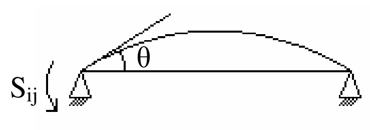
$$\frac{3EI\theta_J}{L}=(M_{ji}-M_{ji}^F)-0.5(M_{ij}-M_{ij}^F)$$

** اگر گفته شد منحنی تغییر فرم سازه را بدست آورید باید θ را نیز بدست آوریم که از آنها برای کنترل تیر میتوان استفاده کرد.

** در صورتی که در مسئله گفته شده باشد باید مسئله را کنترل کرد در غیر این صورت لازم نیست کنترل شود.

سختی اصلاح شده (کاهش یافته)

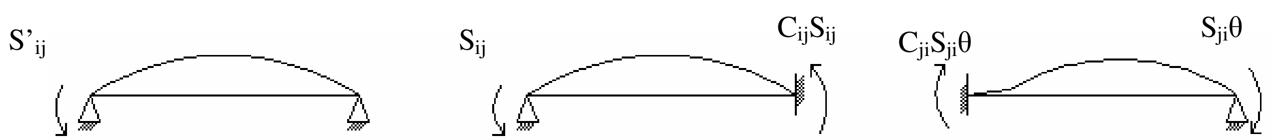
برای یک عضو که دریک انتهای آن مفصل داشته باشیم سختی اصلاح شده بصورت زیر تعریف میشود



S_{ij}لنگر لازم جهت دوران عضوبه اندازه واحد در انتهای نزدیک در این حالت $C'_{ij}=0$

برای اعضا منشوری $S'_{ij}=\frac{3EI}{4L}$ و برای اعضا غیر منشوری (در حالت کلی)

$$S'_{ij}=(1-C_{ij}C_{ji})S_{ij}$$

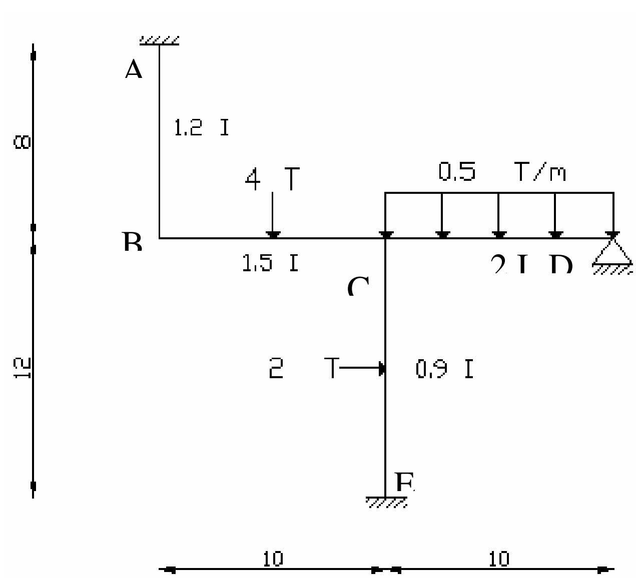


مثال:

مطلوب است ترسیم S-D , M-dia به روش توزیع لنگر.

برای دهانه CD از سختی کاهش یافته استفاده شود.

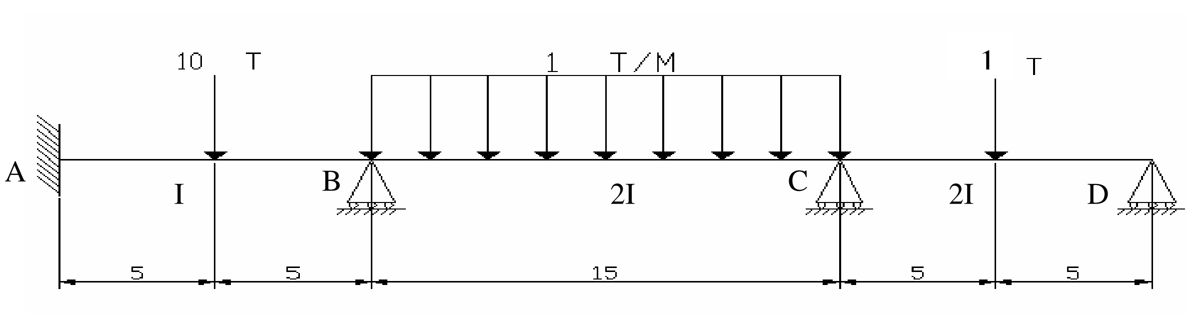
$$s'_{CD}=\frac{3}{4}\times\frac{2I}{10}=0.15I$$



Joint	A	B		C			D	E
Member	AB	BA	BC	CB	CD	CE	DC	EC
S’یاS	0.15I	0.15I	0.15I	0.15I	0.15I	0.075I	0.15 I	0.075I
D.F	0	0.5	0.5	0.4	0.4	0.2	1	0
FEM BA	0 0	0 2.5	-5 2.5	5 -1.53	- 4.167 -1.53	3 -0.77	4.167 - 4.167	-3 0
CO BA	1.25 0	0 0.38	-0.76 0.38	1.25 0.33	-2.08 0.33	0 0.167	0 0	-0.38 0
CO BA	0.19 0	0 -0.08	0.16 -0.08	0.19 -0.08	0 -0.08	0 -0.04	0 0	0.083 0
CO BA	- 0.04 0 0	0 0.02	- 0.040 0.02	-0.04 0.016	0 0.016	0 0.008	0 0	-0.02 0
M EIθ	1.41 0	2.78 28.13	-2.78 28.13	5.14 - 12.65	-7.51 - 12.65	2.37 -12.65	0 - 24.95	-3.28 0

مثال:

مطلوب است محاسبه لنگر های تکیه گاهی تیر شکل زیر به روش توزیع لنگر.برای دهانه CD از سختی کاهش یافته استفاده کنید.

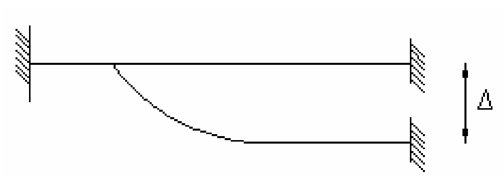


$$s'_{CD} = \frac{3}{4} \times \frac{2I}{10} = 0.15I$$

joint •	A •	B •		C •		D •
member •	AB •	BA •	BC •	CB •	CD •	DC •
سختی نسبی •	I/10 •	I/10 •	I/5 •	I/5 •	6I/40 •	6I/40 •
D.F •	0 •	1/3 •	2/3 •	0.57 •	0.43 •	1 •
FEM • BAL •	- • 12.5 0 •	12.5 • 2.08 •	- • 18.7 5 4.17 •	18.75 • 0 •	- • 18.7 5 0 •	18.75 • - • 18.75

C.O BA	1.04 0	0 0	0 0	2.08 4.15	-9.37 3.13	0 0
C.O BA	0 0	0 -0.69	2.08 -1.39	0 0	0 0	0 0
C.O BA	-0.34 0	0 0	0 0	-0.7 0.4	0 0.3	0 0
$\sum$ =M	-11.8	13.89	-13.89	24.68	-24.68	0

آنالیز سازه تحت اثر نشست تکیه گاهی به روش توزیع لنگر



$$mij = m_{ij}^{F} + \frac{2EI}{L}(2\theta i + \theta j - 3\Psi)$$

$$m_{ij}^{F} = \frac{2EI}{L}(\frac{3\Delta}{L})$$

لنگرهای انتهایی در اثر دوران در نقطهi

$$m_{ij}^{F} = \frac{4EI\theta}{L}$$

$$m_{ji}^{F} = \frac{2EI\theta}{L}$$

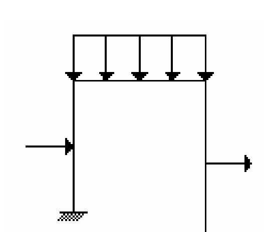
لنگرهای انتهایی در اثر نشست در تکیه گاهj

$$m_{ij}^{F} = \frac{-6EI\Delta}{L^2} = \frac{-6EI\Psi}{L}$$

$$m_{ji}^{F} = \frac{-6EI\Delta}{L^2}$$

آنالیز سازه های با انتقال جانبی به روش توزیع لنگر

الف- سازه با یک درجه آزادی انتقال جانبی



1-با تعبیه یک مؤلفه تکیه گاهی سازه را به سازه بدون انتقال جانبی تبدیل کنید.

2-سازه شماره(0) را تحت اثر بارهای خارجی آنالیز کنید

3-مقدار عکس العمل تکیه گاهی اضافه شده را محاسبه کنید.

4- بار خارجی را از روی سازه(0)برداشته و در محل و جهت عکس العمل اضافه شده یک نشست معلوم به سازه اضافه کنید این سازه را سازه شماره(1)می نامیم سازه شماره (1) را آنالیز کنید.

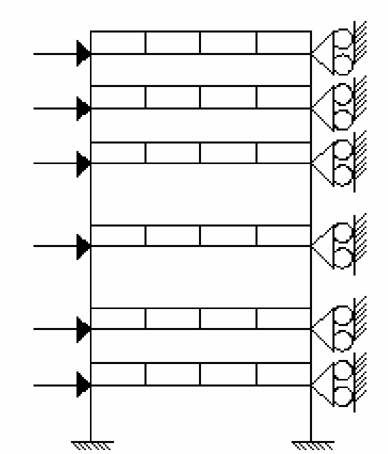
5-عکس العمل تکیه گاه اضافه را حساب کنید .

6- مقدار B را از رابطه $B=-\frac{R_0}{R_1}$ بدست آورید.

7- سازه(0) + سازه(1) × B = سازه اصلی

ب-آنالیز سازه با n درجه آزادی انتقال جانبی

1-با اضافه کردن n تکیه گاه سازه را به سازه بدون انتقال جانبی سازه(0)تبدیل کنید.

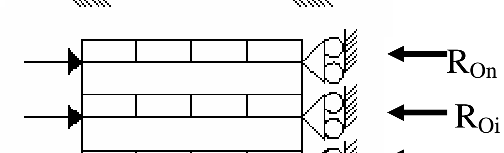


2- سازه 0 را تحت اثر بارهای خارجی آنالیز کنید

3-عکس العمل تکیه گاه های اضافه شده را حساب کنید

4-بار خارجی را از روی سازه برداشته و در محل تکیه گاه شماره i R0n یک مقدار معیین تغییر مکان ایجاد کنید سازه را تحت اثر این تغییر مکان آنالیز کنید

5-عکس العمل سازه را حساب کنید



6-- دستگاه معادلات زیر را حل کنید

$$
\begin{cases}
R_1+\alpha_1 R_{11}+\alpha_2 R_{21}+.....+\alpha_i R_{i1}+.....+\alpha_n R_{n1}=0\\
R_{02}+\alpha_1 R_{12}+\alpha_2 R_{22}+.....+\alpha_i R_{i2}+.....+\alpha_n R_n 2=0.\\
.\\
.\\
R_{0i}+\alpha_1 R_{1i}+\alpha_2 R_{2i}+.....+\alpha_i R_{1i}+.....+\alpha_n R_{ni}=0\\
.\\
.\\
R_{0n}+\alpha_1 R_{1n}+\alpha_2 R_{2n}+.....+\alpha_i R_{in}+.....+\alpha_n R_n=0
\end{cases}
$$

7-جواب نهایی را از رابطه زیر بدست آورید

سازه اصلی=(سازه0)+ α_1(سازه1)+ . . . + α_i(سازهi)+ . . . + α_n(سازه n)

تحلیل قابهای متقارن

شرط اول این است که خود سازه از نظر هندسی متقارن باشد

بار گذاری

سازه متقارن:

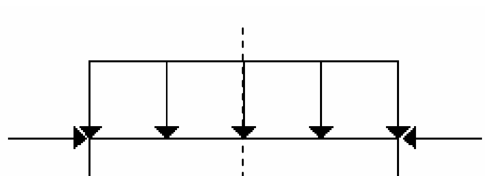
بارگذاری سازه هم متقارن است

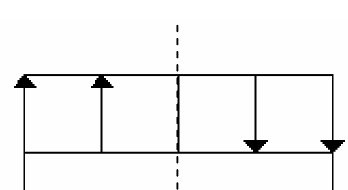
برای کلیه قابهای متقارن.نیروی برشی (Vc) و شیب منحنی تغییر شکل سازه(θc)
در محل محور تقارن مساوی صفر است.

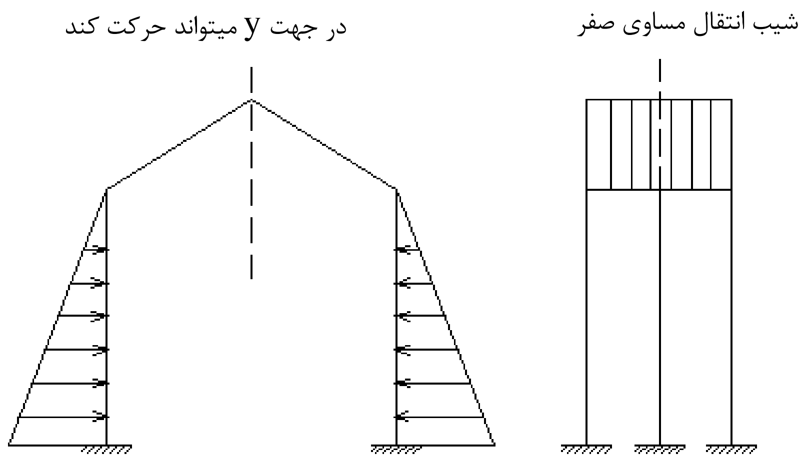
سازه ضد متقارن:

یک بار گذاری متقارن که علامت بارهای یک طرف تقارن عوض
شود تبدیل به بار گذاری ضد متقارن میشود.

برای کلیه قابهای ضد متقارن .نیروی محوری P و لنگر خمشی M و همچنین
تغییر شکل سازه در محل محور تقارن مساوی با صفر میباشد.







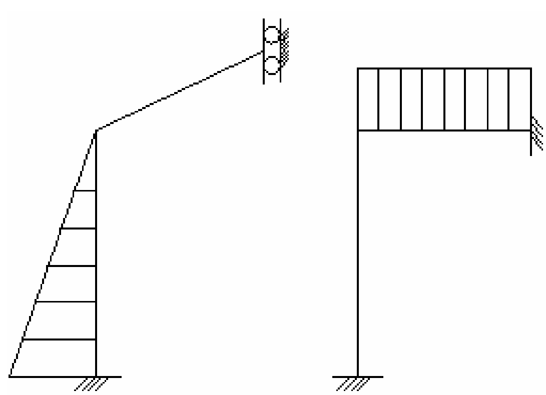
حالت متقارن

حالت اول:

هیچکدامیک از اعضا در دو طرف محور تقارن قرار ندارند در این حالت کافی است که نصف سازه آنالیز شود ولی باید شرایط انتهایی اعضا رسیده به محور تقارن را تصحیح کر.د

نقاط انتهایی اعضایی که به محور تقارن ختم میشوند بایستی در مقابل دوران و حرکت انتقالی عمود بر محور تقارن قطع شوند (طبق سازه اصلی)

به عنوان مثال دو سازه قبل به صورت زیر در می آید

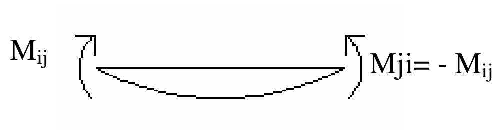


متقارن،انتهای عضو به محور تقارن ختم شده است.

بارگذاری نیز متقارن می باشد.

حالت دوم:

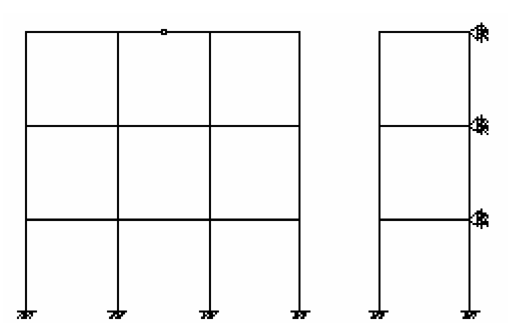
اعضایی از سازه وجود دارند که محور تقارن را قط کرده اند



شیب سمت راست منفی است و شیبب سمت چپ مثبت است.

$$M_{ij} = \frac{2EI}{L}(2\theta - \theta) = \frac{2EI\theta}{L} \qquad K_{ij} = S_{ij} = \frac{4EI}{L}$$

$$K'ij = S'ij = \frac{mij}{\theta} = \frac{2EI}{L} \Rightarrow K'_{ij} = 0.5K_{ij}$$



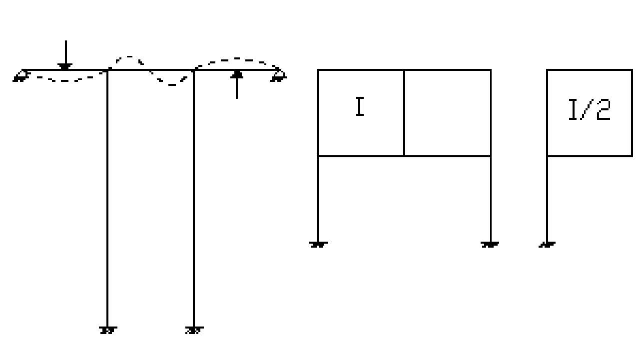
میقارن،عضو منطبق بر محور تقارن.

بجای اعضا تکیه گاه میگذاریم.

حالت ضد متقارن:

حالت اول:

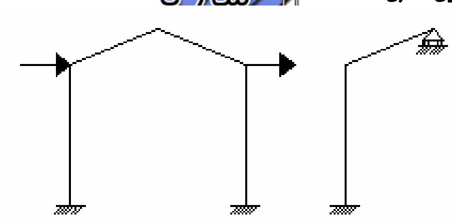
اگر اعضایی محور تقارن را قطع کند در محل قطعdif=0 اگر عضوی منطبق بر محور تقارن باشد بایستی نصف سازه را آنالیز کرد ولی برای این اعضا باید مشخصات عضو(IوA) را نصف کرد



ضد متقارن،عضو منطبق بر محور تقارن است

حالت دوم:

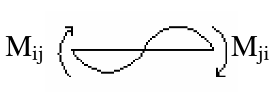
اعضایی که انتهای آنها به محور تقارن ختم میشوند
این اعضا در سازه نصف شده باید به غلطک تبدیل شوند
و جهت حرکت غلطک عمود بر محور تقارن باید باشد



ضد متقارن،در اینجا عضو به محور تقارن ختم شده.

حالت سوم:

اعضایی که محور تقارن را قطع کنند در این اعضا از سختی اصلاح شده بصورت زیر استفاده می کنیم
در این صورت سختی یک و نیم برابر سختی اصلی استفاده می شود.



$$mij = \frac{2EI}{L}(2\theta + \theta) = \frac{6EI\theta}{L}$$

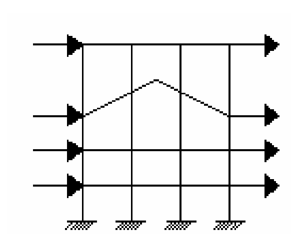
سختی موثر برای قاب های ضد متقارن.

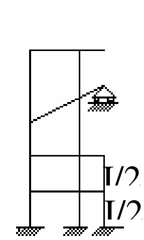
$$K'ij = S'_{ij} = 1.5K_{ij}$$

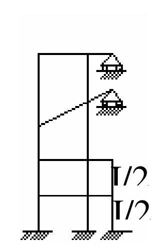
سختی موثر برای قاب های متقارن.

$$x = \frac{1}{2} \cdot x'$$

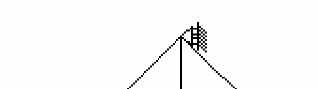
زمانی از سختی موثر استفاده میشود که عضو محور تقارن را قطع کرده و تکیه گاه ندارد و باید تکیه گاه قرار داده شود.

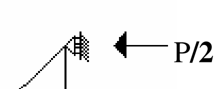






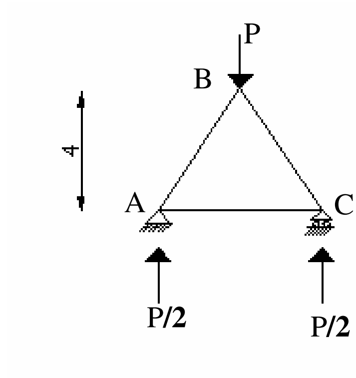
مثال:





تغییر طول محوری را در نظر می گیریم چون تغییر شکل محوری داریم سازه دارای یک درجه آزادی است پس به روش کانی حل نمی گردد.

سازه بالا باز هم متقارن است پس برای بار دوم سازه را نصف می کنیم و از حالت تقارن آن استفاده می کنیم.



$$\frac{P}{2}\times 3+M_{BA}-4F=0\Rightarrow M_{BA}=4F-1.5P$$

$$M_{BA}=\frac{2EI}{L}(2\theta_B+\theta_A-3\Psi)$$

$$M_{AB}=\frac{2EI}{L}(2\theta_A+\theta_B-3\Psi)\Rightarrow 2\theta_A=3\Psi$$

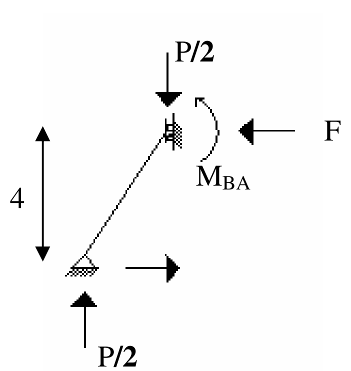
$$M_{BA}=\frac{-2EI\theta_A}{L}$$

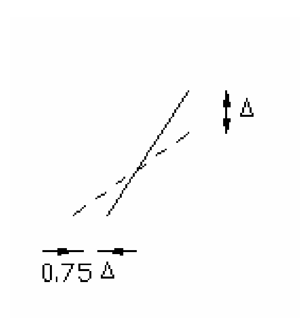
$$F=\frac{AE}{L}\Delta\Rightarrow F=\frac{AE}{6}\times 1.5\Delta=0.25AE\Delta$$

$$\Psi=\frac{\Delta}{3}\Rightarrow \Delta=3\Psi\Rightarrow F=0.75EA\Psi$$

$$\frac{-2EI}{L}\theta_A=3EA\frac{2\theta_A}{3}-1.5P=0\Rightarrow \theta_A=$$

پس از جایگذاری $M.F.\psi$ معلوم میشود

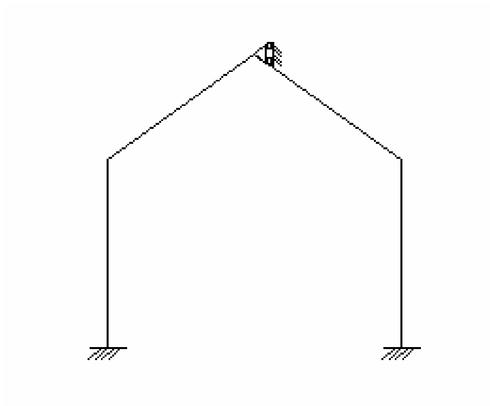




روش کانی

محدودیت روش:

برای سازه های با انتقال جانبی فقط این روش برای سازه های دارای اعضا عمود بر هم قابل استفاده است برای هر نوع سازه که انتقال جانبی نداشته باشد این روش قابل کاربرد است.



روش تکرار: برای حل دستگاه معادلات خطی

$$\begin{cases} 4x+y+z+t=13 \\ x+5y+2z+t=21 \\ 2x+y+8z+t=26 \\ x+y+z+5t=26 \end{cases}$$

تمامی پارامترها را برای آن مجهولی که ضریب بیشتری دارد می نویسیم.

$$\begin{cases} \text{I)} \quad x=1/4(13-y-z-t) \\ \text{II)} \quad y=1/5(21-x-2z-t) \\ \text{III)} \quad z=1/8(32-2x-y-t) \\ \text{IV)} \quad t=1/5(26-x-y-z) \end{cases}$$

•	1 •	2 •	3 •	4 •	… •	13 •	14 •	15 •
x •	3.25 •	-0.1 •	1.79 •	0.5 •	… •	1.01 •	0.99 •	1.0 •
y •	4.2 •	0.91 •	2.83 •	1.49 •	… •	2.01 •	1.99 •	2.0 •
z •	4 •	2.0125	3.55 •	2.62 •	… •	3.01 •	3 •	3.0 •
t •	5.2 •	2.91 •	4.64 •	3.57 •	… •	4.01 •	3.99 •	4.0 •

توضیح در مورد جدول بالا:

سیکل اول با قرار دادن $z=0$, $y=0$, $x=O$ در سمت راست معادلات I تا IV به دست می آید.

به عنوان مثال:

$$y=0, z=0 \quad in \quad I \Rightarrow X=\frac{13}{4}=3.25$$

حال در سیکل دوم مقادیر سیکل اول را قرار می دهیم.

جهت $x=\frac{1}{4}[13\text{-}4.2\text{-}5\text{-}5.2]=\text{-}0.1$ $\qquad$ $y=\frac{1}{5}[21\text{-}3.25\text{-}2\times4\text{-}5.2]=0.91$

مرحله 3 از نتایج مرحله 2 استفاده میکنیم.

عملیات تکرار را وقتی متوان قطع نمود که اختلاف بین جواب تکرار i ام و (i-1) ام ناچیز گردد.

روش دوم: در این روش از آخرین مقادیر بدست آمده جهت هر مجهول استفاده میشود

حل مسئله قبل

•	1 •	2 •	3 •	4 •	5 •
x •	3.25 •	0.86 •	0.92 •	0.99 •	1.0 •
y •	3.55 •	2.27 •	1.99 •	1.99 •	2.0 •
z •	2.74 •	3.09 •	3.03 •	3 •	3.0 •
t •	3.29 •	3.96 •	4.01 •	4 •	4.0 •

$$x_1=\frac{1}{4}[13-0-0-0]=3.25 \qquad y_1=\frac{1}{5}[21-3.25-0-0]=3.55$$

$$x_2=\frac{1}{4}[13-3.55-2.74-3.29]=0.86$$

$$y_2=\frac{1}{5}[21-0.86-2\times2.74-3.29]=2.274\cong2.27$$

$$y_3=\frac{1}{5}[21-0.92-(2\times3.09)-3.96]=1.988\cong1.99$$

عملیات تکرار را وقتی متوان قطع نمود که اختلاف بین جواب تکرار i ام و (i-1) ام ناچیز گردد.

روش کانی برای قابهای بدون انتقال جانبی جهت قابهای با اعضا منشوری

فقط برای اعضا منشوری

$$M_{ij}=M_{ij}^{F}+2EK_{ij}(2\theta_i+\theta_j)$$

$$K_{ij}=\frac{I_{ij}}{L_{ij}}$$

M_{ij} سهم لنگر ناشی از دوران انتهای i

$$M'_{ij} = 4EK_{ij}\theta_i \Rightarrow M'_{ji} = 2EK_{ji}\theta_j$$

$M'_{ji} =$ سهم لنگر ناشی از دوران انتهای j $\qquad M'_{ji} = 2EK_{ji}\theta_j$

$$M_{ij} = M^F_{ij} + 2M_{ij} + M_{ji}$$
$$M_{ji} = M^F_{ji} + 2M_{ji} + M_{ij}$$

معادله تعادل لنگر در گره i :

$$\sum_j M_{ij} = 0$$
$$\sum_j (M^F_{ij} + 2M'_{ij} + M'_{ji}) = 0$$
$$\sum_j M^F_{ij} + 2\sum_j M'_{ij} + \sum_j M'_{ji} = 0$$

$$\sum M'_{ij} = \frac{1}{2}(-\sum_j M^F_{ij} - \sum_j M'_{ji}) = -M_i - \sum M'_{ji}$$

مجموع لنگرهای گیرداری به اضافه لنگر متمرکز روی گره

$$M_i = \sum_j M^F_{ij}$$
$$\sum_j M'_{ij} = -0.5(M_i + \sum_j M'_{ji})$$

$$M'_{ij} = \frac{K_{ij}}{\sum_j K_{ij}} \times \sum M'_{ij}$$

ضریب انتقال = $-0.5\dfrac{K_{ij}}{\sum K_{ij}}$

$$M'_{ij} = -0.5\frac{K_{ij}}{\sum_j K_{ij}}\ [M_i + \sum_j M'_{ji}]$$

ضریب دورانی Rolation Factor

فرمول کلی:

$$K_{ij} = -\frac{1}{2}\frac{K_{ij}}{\sum_j K_{ij}}$$
$$M'_{ij} = K_{ij}[M_i + \sum_j M'_{ji}]$$

یعنی مجموع لنگر های گیرداری روی گره

مراحل گام به گام جهت روش کانی

1- لنگرهای گیر داری را محاسبه نمایید.

2- برای تمام گرهها مقدار لنگر نا متعادل کننده را حساب کنید.

$$M_i = \sum_j M_{ij}^F$$

3-مقادیر ضرائب دورانی را برای تمام اعضا محاسبه کنید.

$$K_{ij} = -\frac{1}{2}\frac{K_{ij}}{\sum_j K_{ij}}$$

4-معادلات زیر را تشکیل دهید.

$$M'_{ij} = K_{ij}[M_i + \sum_j M'_{ji}]$$

5-دستگاه فوق را به روش تکرار حل کنید.

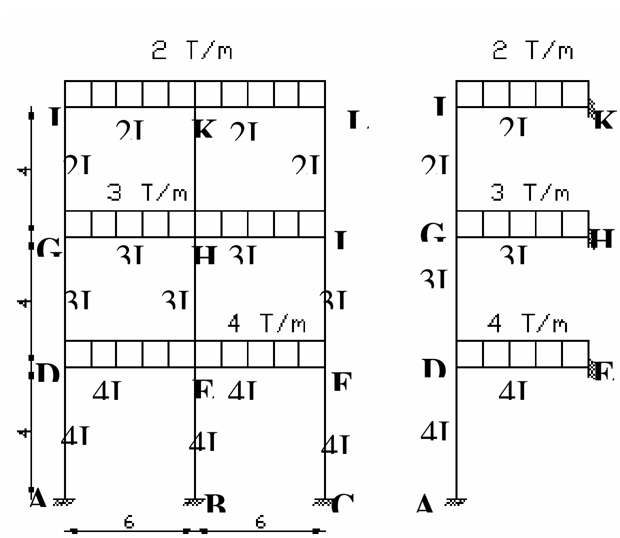
6-با استفاده از معادله زیر لنگرهای انتهایی را بدست آورید.

$$M_{ij} = M_{ij}^F + 2M'_{ij} + M'_{ji}$$

مثال:

مطلوب است آنالیز قاب شکل زیر به روش کانی.

در واقع سازه3 درجه انتقال دارد ولی سازه انتقال جانبی ندارد چون نیروها و سختی ها یکسان است و قاب با تمام شرایط در دو طرف متقارن است



اگر محور تقارن از وسط سازه می گذشت تکیه گاه گیردار غلطکی میشد.

حال سازه حاصل از نتیجه تقارن بارگذاری را آنالیز می کنیم

$$M_{kj}^{F} = -M_{jk}^{F} = 6t.m$$
$$M_{HG}^{F} = -M_{GH}^{F} = 9t.m$$
$$M_{ED}^{F} = -M_{DE}^{F} = 12t.m$$
$$M_{AD}^{F} = M_{DA}^{F} = M_{GJ}^{F} = M_{JG}^{F} = 0$$

$$M_{D} = -12t.m$$
$$M_{G} = -9t.m$$
$$M_{J} = -6t.m$$

M_G یعنی مجموع لنگرهای گیرداری گره G

$$M_G = \sum M_G^F$$

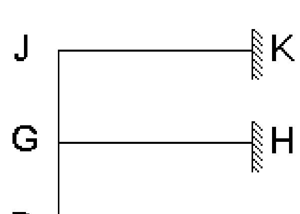
در اینجا چون M'_{ij} در نقاط A,K,H,E به علت گیر دار بودن صفر است پس M_i این نقاط لازم نیست محاسبه شود

$S:$

$$S_{AD} = \frac{4I}{4} = I \qquad S_{DE} = \frac{4I}{6} = 0.667I \qquad S_{DG} = \frac{3I}{4} = 0.75I$$

$$K_{DA} = \frac{-1}{2}\frac{I}{I + 0.667I + 0.75I} = 0.207$$
$$K_{DG} = \frac{-1}{2}\frac{0.75I}{I + 0.667I + 0.75I} = 0.156$$
$$K_{DE} = \frac{-1}{2}\frac{0.667I}{I + 0.667I + 0.75I} = 0.138$$
$$\sum = 0.501$$

برای تمام گرهها: $K_{ji} + K_{ij} = -\frac{1}{2}$



$$K_{ij} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{K_{ij}}{\sum K_{ij}}$$

$$K_{DA} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{K_{DA}}{K_{DA}+K_{DE}+K_{DG}}$$

مجموع سختی ها روی هر گره باید $\frac{1}{2}$ باشد بر خلاف توزیع لنگر که مجموع یک می شد.

$K_{JK} = -0.167 \qquad K_{JG} = -0.333 \qquad K_{GJ} = -0.174$

$K_{GH} = -0.13 \qquad K_{GD} = -0.156 \qquad K_{DG} = -0.155$

$K_{DE} = -0.138 \qquad K_{DA} = -0.207$

$$M'_{JK} = K_{JK}\left(m_J + M'_{KJ} + M'_{GJ}\right)$$

$$M'_{GJ} = K_{GJ}\left(M_G + \left(M'_{HG} + M'_{DG}\right) + M'_{JG}\right)$$

لنگر گیرداری روی گره G   لنگرهای دور که مجهول هستند

$$\begin{aligned}
M'_{JK} &= -0.167(-6+0+m'_{GJ})\\
M'_{JG} &= -0.333(-6+M'_{GJ})\\
M'_{GJ} &= -0.174(-9+M'_{JG}+M'_{DG}+0)\\
M'_{GH} &= -0.13(-9+M'_{JG}+M'_{DG})\\
M'_{GD} &= -0.156(-9+M'_{JG}+M'_{DG})\\
M'_{DG} &= -0.155(-12+M'_{GD}+0+0)\\
M'_{DE} &= -0.138(-12+M'_{GD})\\
M'_{DA} &= -0.207(-12+M'_{GD})
\end{aligned}$$

حال به روش تکرارمعادلات بالارا حل می کنیم

سیکل / روابط قبل	1	2	3	4	5
M'_{JK}	1.00	0.799	0.835	0.888	0.838
M'_{JG}	2.00	1.592	1.664	1.671	1.671
M'_{GJ}	1.218	1.002	0.983	0.982	0.981
M'_{GH}	0.910	0.749	0.735	0.733	0.733
M'_{GD}	1.372	1.129	1.108	1.106	1.105
M'_{DG}	1.647	1.685	1.688	1.689	1.689
M'_{DE}	1.467	1.500	1.503	1.503	1.504
M'_{DA}	2.200	2.250	2.255	2.255	2.255

$$M'_{JG} = -0.333(-6 + M'_{GJ})$$
$$M'_{JG} = -0.333(-6 + 1.218) = 1.529$$

توجه :

تفاوت سیکل 4 و 5 کم است به عبارتی دیگر مقادیر به اندازه کمی با هم اختلاف دارند لذا عملیات در سیکل 5 قطع میگردد.

نکته:

نقاط گیردار کامل $M'_{ij} = o$ میباشد.

در جدول بالا مقادیری را که نداریم در سیکل اول صفر و به ترتیب که مقدارشان به دست آمد در سیکل بعدی مورد استفاده قرار میدهیم.

$$M_{JK} = M^F_{JK} + 2M'_{JK} + M'_{KJ} = -6 + (2\times 0.838) + 0$$
$$\Rightarrow M_{JK} = -4.324$$
$$M_{KJ} = M^F_{KJ} + M'_{JK} = 6.838$$
$$M_{JG} = M^F_{JG} + 2M'_{JG} + M'_{GJ} = 0 + (2\times 1.671) + 0.981 = 4.323$$
$$M_{HG} = M^F_{HG} + 2M'_{HG} + M'_{GH} = 9 + (2\times 0) + 0.733 = 9.733$$

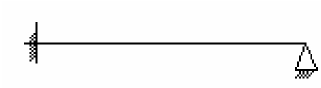
$M_{GJ} = 3.633$ $M_{GH} = -7.534$ $M_{HG} = 9.733$

$M_{GD} = 3.899$ $M_{DG} = 4.483$ $M_{DE} = -8.992$

$M_{ED} = 13.504$ $M_{DA} = 4.51$ $M_{AD} = 2.255$

تبصره 1 :

اگر انتهای دور مفصل باشد



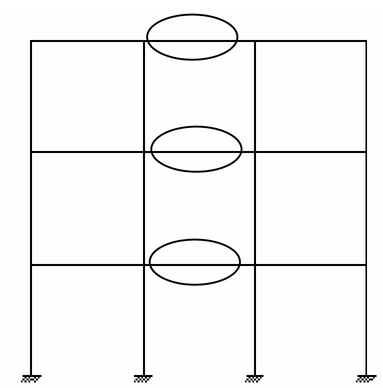
$$M^F_{ij} = M^F_{ij} - \frac{1}{2}M^F_{ji}$$

بجای لنگر گیرداری عادی از لنگر گیرداری اصلاح شده استفاده میشود و همچنین از سختی اصلاح شده استفاده میشود

$$M_{ji}^{F'}=0$$

$$K'_{ij}=0.75K_{ij}=\frac{3}{4}K_{ij}$$

تبصره 2 :اگر سازه متقارن و بارگذاری نیز متقارن باشد و یک عضو محور تقارن را قطع کند از سختی اصلاح شده استفاده میشود و سهم M'_{ji} را صفر می گیریم و $K'_{ij}=\frac{1}{2}K_{ij}$



تبصره 3 :

اگر سازه متقارن ولی بارگذاری نا متقارن باشد و یک عضو محور تقارن را قطع کند سهم M'_{ji} را صفر می گیریم و $K'_{ij}=1.5K_{ij}$

روش کانی برای قابهای متعامد با انتقال جانبی

$$M_{ij}=M_{ij}^{F}+2EK_{ij}(2\theta_i+\theta_j-3\Psi)\quad,\ \Psi=\frac{\Delta_{ij}}{L_{ij}}$$

$$M'_{ij}=2EK_{ij}\theta_i\quad,\quad M'_{ji}=2EK_{ji}\theta_j$$

$$M''_{ij}=-6EK_{ij}\Psi_{ij}$$

$$M_{ij}=M_{ij}^{F}+2M'_{ij}+M'_{ji}+M''_{ij}$$

معادله تعادل لنگر

$$\sum_j M_{ij} = 0 \Rightarrow \sum_j M_{ij}^F + 2\sum_j M_{ij}^{'} + \sum (M_{ji}^{'} + M_{ij}^{''}) = 0$$

$$\sum M_{ij}^{'} = -1/2\left[\sum_j M_{ij}^F + \sum_j (M_{ji}^{'} + M_{ij}^{''})\right]$$

$$M_i = \sum_j M_{ij}^F$$

$$\Rightarrow \sum_j M_{ij} = -\frac{1}{2}\sum M_i + \sum_j (M_{ji}^{'} + M_{ij}^{''})$$

$$M_{ij}^{'} = \frac{K_{ij}}{\sum K_{ij}} \sum M_{ij}^{'} \Rightarrow M_{ij}^{'} = K_{ij}\left[M_i + \sum_j (M_{ji}^{'} + M_{ij}^{''})\right]$$

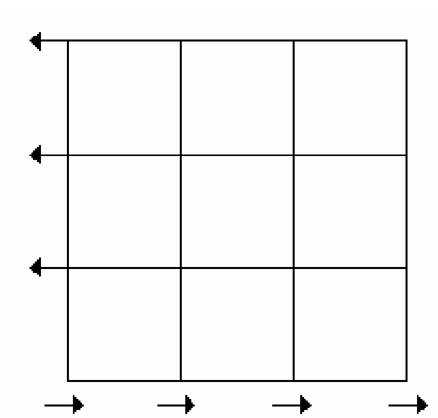
معادلات برشی در صورتی که بار جانبی فقط روی گره باشد

نکته:

در روش کانی فرمولهای مقابل برای زمانی است که ارتفاع ستون طبقات یکسان باشد

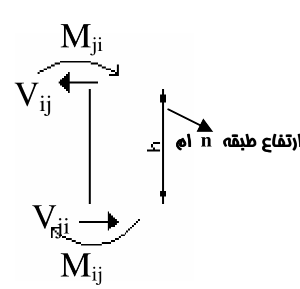
Vn= نیروی برشی طبقه شماره n

r= تعداد ستونهای طبقه



Vij طبقه n ام

$$V_n = \sum_r V_{ij}$$



$$V_{ij} = \frac{M_{ij} + M_{ji}}{h_n} \quad *$$

توجه:

در روش کانی باید اعضا عمود بر هم بوده و ارتفاع تمام ستونهای طبقه یکسان باشد تا فرمول فوق صادق باشد

$$M_{ij} = M_{ij}^F + 2M_{ij}^{'} + M_{ij}^{'} + M_{ij}^{''}$$

$$M_{ji} = M_{ji}^F + 2M_{ji}^{'} + M_{ji}^{'} + M_{ij}^{''} \qquad M_{ij}^{'} = M_{ji}^{''} \qquad *$$

$$V_{ij} = \frac{1}{h_n}\left[M_{ij}^F + M_{ji}^F + 3M_{ij}^{'} + 3M_{ji}^{'} + 3M_{ij}^{''}\right]$$

** in * ⇨ ***

همیشه این مقدار صفر است(در این روش جهت قابی که
نیرو های جانبی فقط روی گره است).

*** in ⇨

$$V_n=\sum_r V_{ij}\Rightarrow V_n=\sum_r V_{ij}=\sum_r (M_{ij}^F+M_{ji}^F)+3\sum_r M'_{ij}+3\sum_r M'_{ji}+\sum_r M''_{ij}$$

$$\Rightarrow \sum_r M''_{ij}=\frac{1}{2}V_n h_n-\frac{1}{2}\sum_r (M_{ij}^F+M_{ji}^F)-\frac{3}{2}\sum (M'_{ij}+M'_{ji})$$

$$=-\frac{3}{2}\left[-\frac{1}{3}V_n h_n+\frac{1}{3}\sum_r (M_{ij}^F+M_{ji}^F)+\sum_r (M'_{ij}+M'_{ji})\right]$$

فرض میکنیم ⇨

$$M_r^F=\frac{1}{3}\sum_r (M_{ij}^F+M_{ji}^F)$$

جمع لنگرهای گیرداری بالا و پایین ستونهای که در یک طبقه وجود دارد

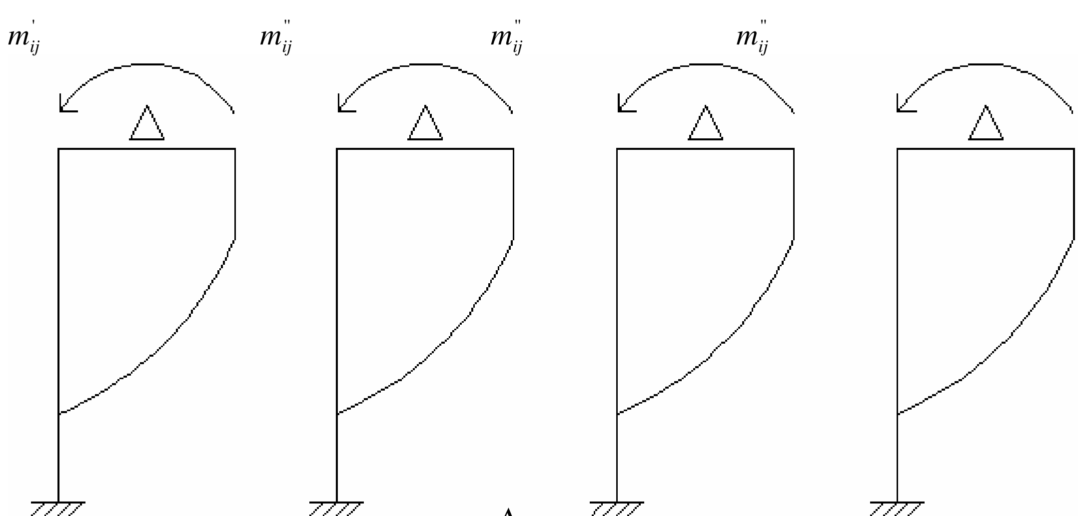
$$M_r=-\frac{1}{3}V_n h_n$$

فرض میکنیم ⇨

$$\sum_r M''_{ij}=-\frac{3}{2}\left[M_r+M_r^F+\sum_r (M'_{ij}+M'_{ji})\right]$$

لنگر ناشی از نشست تکیه گاهی ⟵

ستونهای طبقه n ام



$$M''_{ij}=6EK_{ij}\frac{\Delta_{ij}}{L_{ij}}$$

مقادیر $E,\Delta.L$ برای تمام ستونها ثابت است بنابراین M''_{ij} ها به K_{ij} ها بستگی دارد.

$$M''_{ij} = \frac{K_{ij}}{\sum_r K_{ij}} \sum_r M''_{ij}$$

$$\Rightarrow M''_{ij} = \frac{-3K_{ij}}{2\sum_r K_{ij}} \left[M_r + M_r^F + \sum_r (M'_{ij} + M'_{ji}) \right]$$

$$M_r^F = \frac{1}{3}\sum (M_{ij}^F + M_{ji}^F), M_r = -\frac{1}{3} V_n h_n, V_n = \sum_r V_{ij}$$

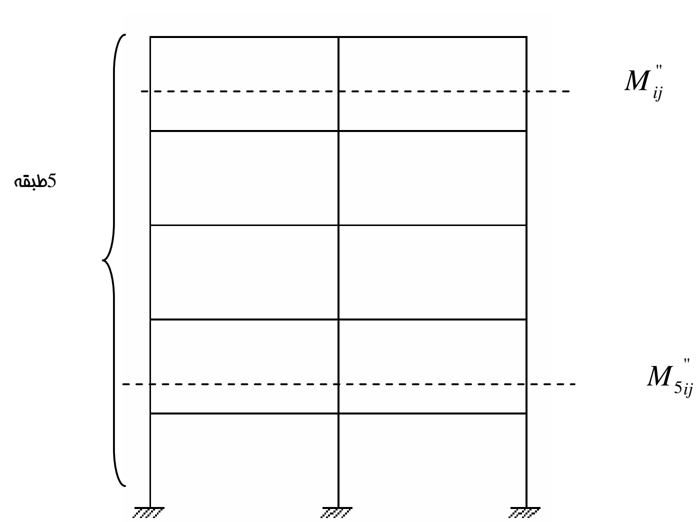
ضریب جابجایی: displacement factor (D_{ij})

برای هر طبقه

$$D_{ij} = -\frac{3}{2} \frac{K_{ij}}{\sum_r K_{ij}}$$

$$M''_{ij} = D_{ij} \left[M_r + M_r^F + \sum_r (M'_{ij} + M'_{ji}) \right]$$

معادله جهت قابی که اعضا آن متعامد باشد و نیروی روی گره وارد شود و ارتفاع ستونهای هر طبقه یکسان باشد.



روش گام به گام برای قابهای با انتقال جانبی

1-لنگرهای گیرداری را برای تمام اعضا بدست آورید

2-برای تمام گره ها لنگر نا متعادل را حساب کنید

3-برای هر طبقه مقدار M_r^F را حساب کنید

وقتی بار جانبی روی گره باشد صفر است $$M_r^F = \frac{1}{3}\sum_r (M_{ij}^F + M_{ji}^F)$$

حتی اگر بار جانبی روی عضو باشد آن را

صفر می کنیم تا M_r^F صفر شود

4-لنگر کل ناشی از بارهای جانبی در هر طبقه را حساب کنید.

$$M_r = \frac{1}{3} V_n h_n$$

بار های جانبی $\left\{ \begin{array}{l} (+) \leftarrow \\ (-) \rightarrow \end{array} \right.$

V_n = جمع تمام نیروهای افقی در بالای طبقه مورد نظر

5-ضرائب دورانی را حساب کنید.

$$K_{ij} = -\frac{1}{2}\frac{K_{ij}}{\sum_j K_{ij}}$$

6-مقادیر ضرائب جابجایی را حساب کنید.

$$D_{ij} = -1.5\frac{K_{ij}}{\sum_r K_{ij}}$$

7-دستگاه معادلات زیر را تشکیل دهید.

$$M'_{ij} = K_{ij}\left[M_i + \sum_j (M'_{ji} + M''_{ij}) \right]$$

$$M''_{ij} = D_{ij}\left[M_r + M_r^F + \sum_r (M'_{ij} + M'_{ji}) \right]$$

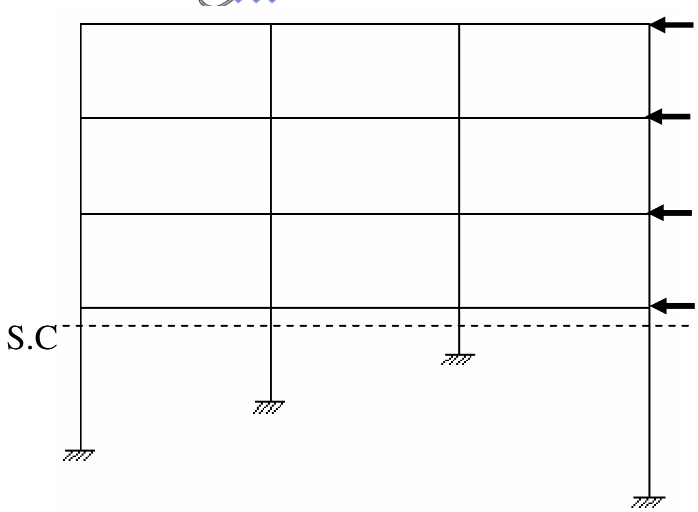
8-به روش تکرار دستگاه را حل کنید.

9-لنگرهای انتهایی را بدست آورید.

$$M_{ij} = M_{ij}^F + 2M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij}$$

اصلاحیه جهت ستونهای نا مساوی در طبقه اول:

معمولاً ارتفاع ستونهای طبقات ساختمان بجز طبقه اول به علت شیب زمین از اصلاحیه استفاده میشود



$$V_n = \sum_r V_{ij}$$

$$V_{ij} = \frac{1}{h_{ij}}(M_{ij} + M_{ji})$$

(I) $$V_{ij} = \frac{1}{h_{ij}}\left[m_{ij}^F + m_{ji}^F + 3m_{ij}^{'} 3m_{ji}^{'} + 2m_{ij}^{''}\right]$$

موارد دلخواه یا ارتفاع یکی از ستونهای طبقه اول را بعنوان ارتفاع ستون مرجع انتخاب می کنیم = $h_n^{'}$

$$C_{ij} = \frac{h_n^{'}}{h_{ij}} \Rightarrow h_{ij} = \frac{h_n'}{C_{ij}} \qquad \textbf{(II)}$$

جایگذاری **(I)** در **(II)** :

$$V_{ij} = \frac{C_{ij}}{h_n^{'}}\left[M_{ij}^F + M_{ji}^F + 3M_{ij}^{'} + 3M_{ji}^{'} + 2M_{ij}^{''}\right]$$

$$V_n = \frac{1}{h_n^{'}}\left[\sum_r C_{ij}(M_{ij}^F + M_{ji}^F) + 3\sum_r C_{ij}(M_{ij}^{'} + M_{ji}^{'}) + 2\sum_r C_{ij}M_{ij}^{''}\right]$$

$$\Rightarrow V_n h_n^{'} = \sum_r C_{ij} + (M_{ij}^F + M_{ji}^F) + 3\sum_r C_{ij}(M_{ij}^{'} + M_{ji}^{'}) + 2\sum_r C_{ij}M_{ij}^{''}$$

$$\sum_r C_{ij}M_{ij}^{''} = -\frac{3}{2}\left[-\frac{1}{3}V_n h_n^{'} + \frac{1}{3}\sum_r C_{ij}(M_{ij}^F + M_{ji}^F) + \sum_r C_{ij}(M_{ij}^{'} + M_{ji}^{'})\right]$$

$$M_r = -\frac{1}{3}V_n h_n^{'}$$

$$M_r^F = 1/3\sum_r C_{ij}(M_{ij}^F + M_{ji}^F)$$

$$\sum_r C_{ij}M_{ij}^{''} = -\frac{3}{2}\left[M_r + M_r^F + \sum_r C_{ij}(M_{ij}^{'} + M_{ji}^{'})\right]$$

حال مجموع را داریم و باید تک تک اعضا را حساب کنیم

$$M_{ij}^{''}=6EK_{ij}\frac{K_{ij}}{L_{ij}}\qquad \textbf{(I)}$$

$$\frac{h_n^{'}}{L_{ij}}=C_{ij},L_{ij}=\frac{h_n^{'}}{C_{ij}}\qquad \textbf{(II)}$$

$$\Rightarrow M_{ij}^{''}=-6EK_{ij}\frac{C_{ij}\Delta_{ij}}{-h_n^{'}}\Longrightarrow$$ **جایگذاری در (II)**

$\Delta_{ij},E,h_n^{'}$ جمعا" در تمام ستونها ثابت اند

$$\Rightarrow M_{ij}^{''}\quad \alpha \quad K_{ij}C_{ij}$$

$$C_{ij}m_{ij}^{''}\quad \alpha \quad C_{ij}^{''}K_{ij}$$

بنابراین در معادله (I) داریم:

$$C_{ij}M_{ij}^{''}=\frac{C_{ij}^{\ 2}K_{ij}}{\sum_r C_{ij}^{\ 2}K_{ij}}\sum_r C_{ij}M_{ij}^{''}$$

طرفین تقسیم بر C_{ij}:

$$M_{ij}^{''}=\frac{C_{ij}K_{ij}}{\sum_r C_{ij}^{\ 2}K_{ij}}\sum_r C_{ij}M_{ij}^{''}$$

$$\Rightarrow M_{ij}^{''}=-\frac{3}{2}\frac{C_{ij}K_{ij}}{\sum_r C_{ij}^{\ 2}K_{ij}}\left[M_r+M_r^F+\sum_r C_{ij}(M_{ij}^{'}+M_{ji}^{'})\right]$$

$$D_{ij}=-\frac{3}{2}\frac{C_{ij}K_{ij}}{\sum_r C_{ij}^{\ 2}K_{ij}}$$ برای هر ستون یک

داریم D_{ji}

$$M_{ij}^{''}=D_{ij}\left[M_r+M_r^F+\sum_r C_{ij}(M_{ij}^{'}+M_{ji}^{'})\right]\Longrightarrow$$ فرمول کلی

$$C_{ij}=\frac{h_n^{'}}{L_{ij}}\longrightarrow$$ ارتفاع ستون مبنا

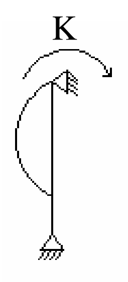
روابط فوق بر این اساس است که ستونها در طبقه اول گیر دار باشد

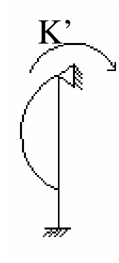
اصلاحیه برای ستونها با انتهای مفصل(انتهایی که به تکیه گاه متصل است)

در این حالت ستون با انتهای مفصل با یک ستون معادل که انتهای گیردار دارد تعویض میشود

شرط معادل بودن دو ستون در روش کانی:

1-سختی دورانی دو ستون باید یکی باشد



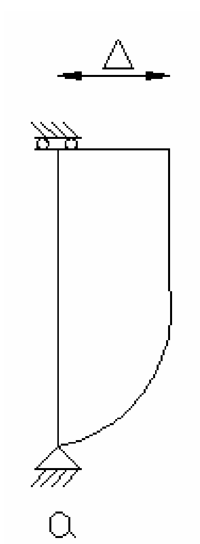


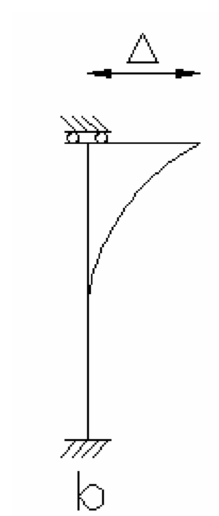
$$K = \frac{I}{L}$$

$$K = K^{'}$$

$$K^{'} = \frac{4EI^{'}}{L^{'}}$$

2-بایستی برای ایجاد جابجایی مساوی در دو ستون سختی انتهای مساوی لازم باشد





$$\frac{6EK\Delta}{L}$$

1-بررسی شرط اول

$$\frac{3EI}{L}=\frac{4EI^{'}}{L^{'}}\Rightarrow\frac{I^{'}}{L^{'}}=0.75\frac{I}{L}$$

(I)

2-بررسی شرط دوم

$$(b)\Rightarrow M^{''}=\frac{6EI^{'}\Delta}{L^{'2}}$$

$$(a)\Rightarrow M_{21}=0=\frac{2EI}{L}(2\theta_2+0+\frac{3\Delta}{L})\Rightarrow\theta_2=\frac{3}{2}\frac{\Delta}{L}$$

$$M^{''}=\frac{2EI}{L}(\theta_2-\frac{3\Delta}{2})\Rightarrow M^{''}=\frac{2EI}{L}(\frac{3\Delta}{2L}-\frac{3\Delta}{L})$$

$$\Rightarrow M^{''}=\frac{3EI\Delta}{L^2}\qquad(III)$$

$$II,I\Rightarrow\frac{6EI^{'}\Delta}{L^{'2}}=\frac{3EI\Delta}{L^2}$$

$$\Rightarrow\frac{2I^{'}}{L^{'2}}=\frac{I}{L^2}\Rightarrow\frac{I^{'}}{L^{'2}}=0.5\frac{I}{L^2}\qquad(IV)$$

$$\frac{I^{'}}{L^{'}}=K^{'},\frac{I}{L}=K$$

$$K^{'}=0.75K$$

$$\frac{K^{'}}{L^{'}}=0.5\frac{K}{L}$$

$$(V)\ in(VI)\Rightarrow\ L^{'}=\frac{0.75L}{0.5}\Rightarrow L^{'}=1.5L\ \ (VII)$$

$$(VII)\ in\ I\Rightarrow\frac{I^{'}}{I}=0.75\frac{L^{'}}{L}=0.75\times1.5=1.125$$

$$\Rightarrow I^{'}=1.125I$$

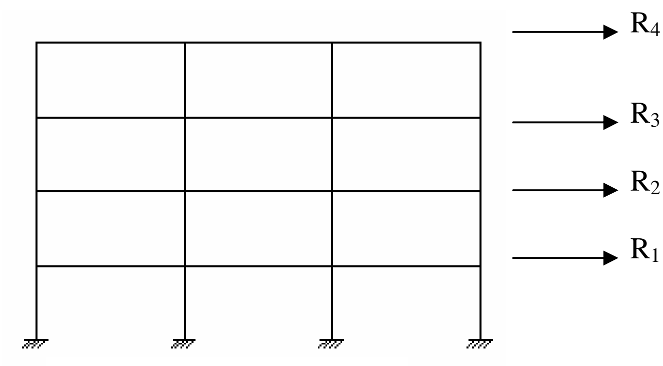
بنابراین بجای ستون با انتهای مفصل ستون با انتهای گیردار قرار می دهیم چون طول آن 1.5 برابر طول قبلی و I آن 1.125 برابر I قبلی میباشد و سپس این سازه را آنالیز می کنیم ولی پس از آنالیز این ستون و محاسبه لنگر بالا و پایین بایستی در نتایج آنالیز مقدار مفصل پایین ستون گیردار شده را صفر قرار دهیم.

تبدیل یافته یعنی متعلق به گیردار

$$\begin{cases} I' = 1.125I \\ L' = 1.5L \end{cases}$$

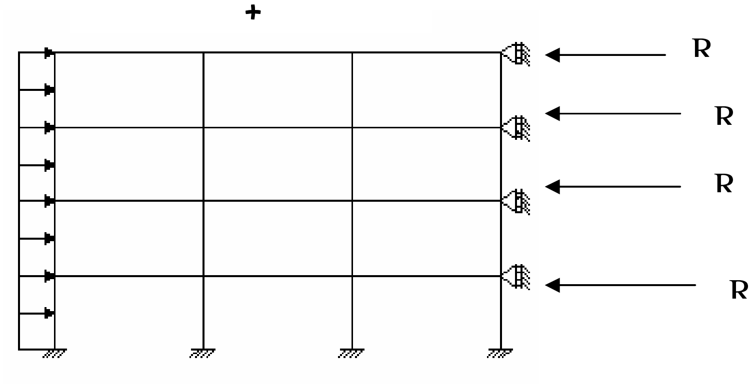
استفاده از روش کانی در صورتی که بار جانبی روی اعضا وارد شود

روش اول:



سازه با انتقال و نیروی وارد بر گره

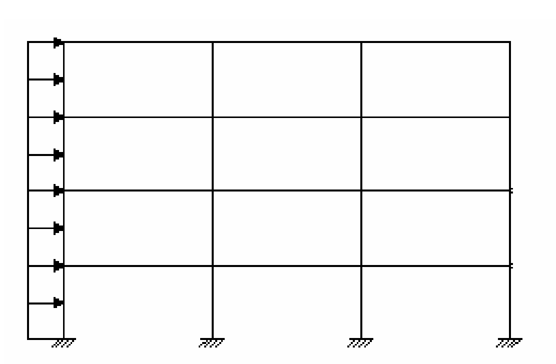
+



سازه بدون انتقال

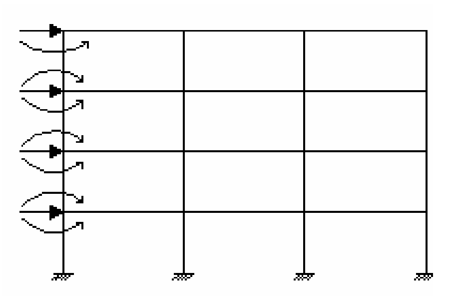
=

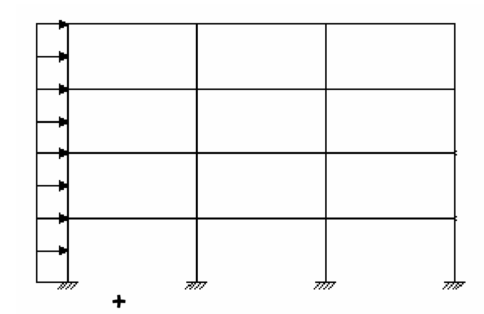
در این حالت باید دو قاب آنالیز شود

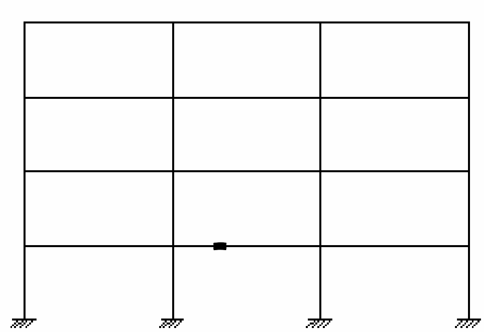


روش دوم:

اگر فرض کنیم این نقاط را گیردار کرده ایم به تیرهای دو سر گیردار تبدیل میشوند و تمام نیروها را تحمل می کنند.



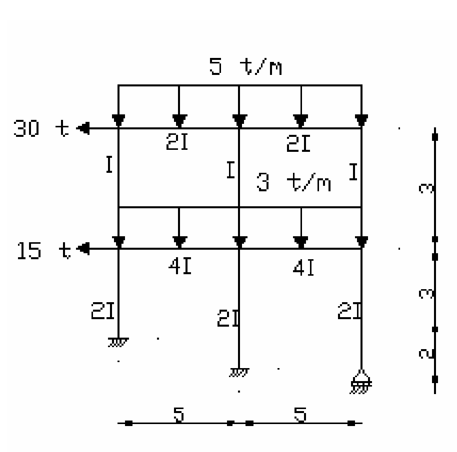




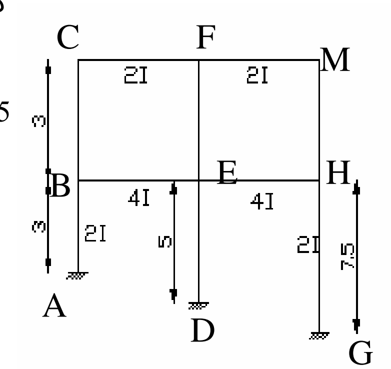
**نیروهای گیرداری اعضایی که بار جانبی به آنها وارد میشود را حساب کرده و این نیروها را روی گره های دو سر عضو قرار می دهیم و سازه حاصل را آنالیز کرده و نتیجه آنالیز را برای اعضایی که بار جانبی دارند با نتیجه حاصل از تیر دو سر گیردار همان عضو جمع می کنیم

**در این روش فقط یک قاب باید آنالیز شود

مثال:



طول1.5 برابر و مقدارI 1.125 برابر شود



$$M_{CF}^{F}=M_{BE}^{F}=M_{FM}^{F}=M_{EH}^{F}=\frac{-WL^{2}}{12}=-10.417t.m$$

$$M_{FC}^{F}=M_{EB}^{F}=M_{MF}^{F}=M_{HE}^{F}=\frac{WL^{2}}{12}=10.417t.m$$

$$MB=MC=-10.417t.m, MH=MM=10.417t.m$$

این پارامترها هیچ وقت وارد کار نمی شوند ومیشود از فرمولها حذف گردد $M_{r1}^{F}=0, M_{r2}^{F}=0$

$$V_{2}=20t\Rightarrow m_{r2}=-1/3V_{2}h_{2}=-1/3\times 30\times 3=-30t$$

$$V_{1}=45t\Rightarrow m_{r1}=-1/3V_{1}h_{1}^{'}=-45t$$

$$h_{1}^{'}=3m$$

$$R_{BA}=-0.185, R_{BC}=-0.093, R_{BE}=-0.222, R_{CB}=-0.227$$

$$R_{CF}=-0.273, R_{ED}=-0.86, R_{EB}=-0.171, R_{EF}=-0.071$$

$$R_{EH}=-0.171, R_{FC}=-0.176, R_{FE}=-0.147, R_{FM}=-0.176$$

$$R_{HE}=-0.279, R_{HG}=-0.105, R_{HM}=-0.116, R_{MF}=-0.273$$

$$R_{MH}=-0.227$$

برای بدست آوردن مقادیر K یاR ستونهایی که انتهای مفصلی دارند ابتدا باید آنها را به گیردار تبدیل کرد و سپس مقدارK یاR را بدست آورد

طبقه دوم:

چون ارتفاع ستونها یکی است $C_{ij}=1$

$$D=-1.5\frac{C_{ij}K_{ij}}{\sum C_{ij}^{2}K_{ij}}, C_{ij}=\frac{h_{n}^{'}}{L_{ij}}$$

$$D_{CB}=-0.5, D_{MH}=-0.3, D_{EF}=-0.5$$

جمع D_{ij} برای هر طبقه بایستی برابر -1.5 شود

طبقه اول:

$$C_{BA}=1, C_{ED}=0.6, C_{HG}=0.4,$$

$$D_{BA}=-1.165, D_{ED}=-0.419, D_{HG}=-0.210$$

در این طبقه مقادیر D_{ij} ها می تواند -1.5 شود چون در فرمول زیر C_{ij} در مخرج توان2 دارد

فقط برای ستون

گرهB:

$$M'_{BA} = -0.185(-10.417 + M'_{EB} + M'_{CB} + M''_{BC} + M''_{DA})$$
$$M'_{BC} = -0.093(-10.417 + M'_{EB} + M'_{CB} + M''_{BC} + M''_{DA})$$
$$M'_{BE} = -0.222(-10.417 + M'_{EB} + M'_{CB} + M''_{BC} + M''_{DA})$$

گرهC:

$$M'_{CB} = -0.227(-10.417 + M'_{FC} + M'_{BC} + M''_{BC})$$
$$M'_{CF} = -0.273(-10.417 + M'_{FC} + M'_{BC} + M''_{BC})$$

گرهE:

$$M'_{ED} = -0.086(0 + M'_{BE} + M'_{FE} + M'_{HE} + M''_{EF} + M''_{DE})$$
$$M'_{EB} = -0.171(0 + M'_{BE} + M'_{FE} + M'_{HE} + M''_{EF} + M''_{DE})$$
$$M'_{EF} = -0.071(0 + M'_{BE} + M'_{FE} + M'_{HE} + M''_{EF} + M''_{DE})$$
$$M'_{EH} = -0.171(0 + M'_{BE} + M'_{FE} + M'_{HE} + M''_{EF} + M''_{DE})$$

برای تمام گره ها این کار را ادامه می دهیم تا 17 معادله بدست آید

اولین جا طبقه دوم ساختمان دو طبقه است پس بایستی معادلات برش را بدست آوریم که تعداد M'' ها برابر تعدادطبقات است

$$M'' = D\left[M_r + M_r^F + \sum M'_{ij} + \sum M'_{ji}\right]$$

طبقه دوم:

$$M''_{BC} = -0.5(-30 + M'_{BC} + M'_{CB} + M'_{EF} + M'_{FE} + M'_{HM} + M'_{MH})$$
$$M''_{EF} = -0.5(-30 + M'_{BC} + M'_{CB} + M'_{EF} + M'_{FE} + M'_{HM} + M'_{MH})$$
$$M''_{HM} = -0.5(-30 + M'_{BC} + M'_{CB} + M'_{EF} + M'_{FE} + M'_{HM} + M'_{MH})$$

برای طبقه اول:

$$M'' = D\left[M_r + M_r^F + \sum C_{ij}(M'_{ij} + M'_{ji})\right]$$

$m'_{AB} = 0$ گیردار است

$$M''_{AB} = -1.165(-45 + M'_{BA} + 0.6M'_{ED} + 0.4M'_{HG})$$

$$M''_{DE} = -0.419(-45 + M'_{BA} + 0.6M'_{ED} + 0.4M'_{HG})$$

$$M''_{EH} = -0.210(-45 + M'_{BA} + 0.6M'_{ED} + 0.4M'_{HG})$$

حال یک دستگاه با23 معادله و 23 مجهول داریم و آن را به روش تکرار حل می کنیم

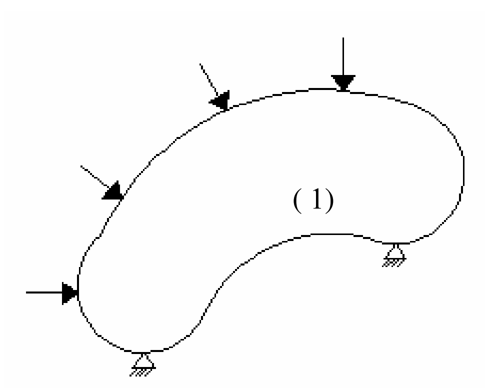
سیکل / شماره معادلات	1	2	...	10	لنگر نهایی
1	1.927	-10.715	...	-16.486	60.49
2	0.969	-5.386	...	-8.288	44.004
3	2.313	-12.858	...	-19.783	9.68
4	2.145	0.214	...	-1.383	16.585
5	2.579	0.257	...	-1.664	-53.683
6	-0.199	-1.524	...	-1.861	-16.766
7	-0.395	-3.081	...	-3.7	-16.585
8	-0.164	-1.259	...	-1.536	3.073
9	-0.395	-3.031	...	-3.7	25.823
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
20	15.286	-23.110	...	27.639	مفصل بوده 0
21	51.3	68.901	...	76.976	5.198
22	18.45	24.781	...	27.684	11.145
23	9.247	12.42	...	13.876	9.33

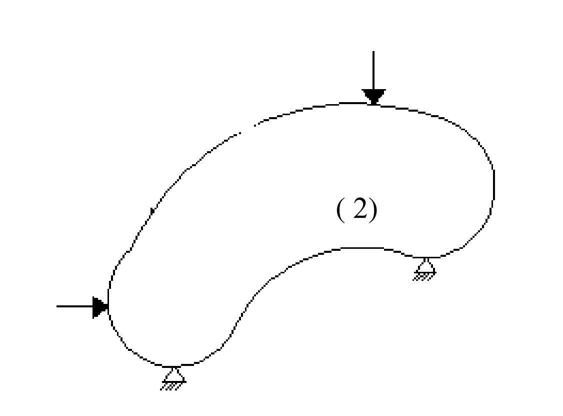
$$M_{ij} = M^F_{ij} + 2M'_{ij} + M_{ji} + M''_{ij}$$

حال بایستی M_{ij} ها رابدست آورید

قانون بتی Battiy law

جابجایی نقاط سازه در محل بارهای سیستم 1 تحت اثر بارهای سیستم شماره 2





جابجایی سازه در نقاطی 1 سیستم نیروی 2 داده شده تحت اثر بارهای سیستم شماره2

$$\Delta_{21}\begin{cases}\Delta_{21}^{1}\\ \Delta_{21}^{2}\\ \Delta_{21}^{3}\end{cases}$$

$$\Delta_{12}\begin{cases}\Delta_{12}^{1}\\ \Delta_{12}^{2}\\ \Delta_{12}^{3}\\ \Delta_{12}^{4}\end{cases}$$

$$\sum P_1^i\Delta_{12}^i=\sum P_2^j\Delta_{21}^j \quad **$$

فرض می کنیم سیستم شماره 1 به سازه وارد شود وسپس سیستم شماره 2

کل کار انجام شده توسط نیروهای خارجی=W

در سیستم شماره 1 به علت اینکه در جابجایی های مربوط به سازه 2 نیرویی نداریم و فقط جابجایی داریم پس کار صفر است ولی در اثر نیروهای روی سازه تغییر شکل هم داریم پس کار نیز داریم

$$W=\sum_{i=1}^{m}\ 1/2P_i^i\Delta_{11}^i+\sum_{j=1}^{n}1/2P_2^j\Delta_{22}^j+\sum_{i=1}^{n}P_1^i\Delta_{12}^i$$

اثبات معادله **

اول سیستم 1 وارد شود و بعد سیستم 2

$$W=\sum_{i=1}^{m}1/2P_1^i\Delta_{11}^i+\sum_{j=1}^{n}1/2P_2^j\Delta_{22}^2+\sum_{j=1}^{m}P_1^i\Delta_{12}^1$$

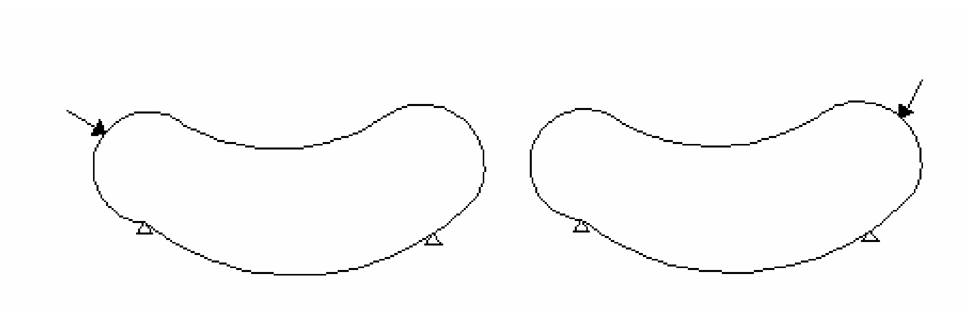
اول سیستم 2 وارد شود و بعد سیستم 1

$$W = \sum_{j=1}^{n} 1/2 P_2^j \Delta_{22}^j + \sum_{i=1}^{n} 1/2 P_1^i \Delta_{11}^i + \sum_{j=1}^{n} P_2^j \Delta_{21}^j$$

اگر دو معادله فوق را مساوی قرار دهیم

$$\sum P_1^i \Delta_{12}^i = \sum P_2^j \Delta_{21}^j$$

حالت خاص قانون بتی



Δ_{ij}: تغییر مکان ایجاد شده در نقطه شماره i تحت اثر اعمال بار در نقطه شماره j

$$\Rightarrow P_1 \Delta_{12} = P_2 \Delta_{21}$$

قانون ماکسول:

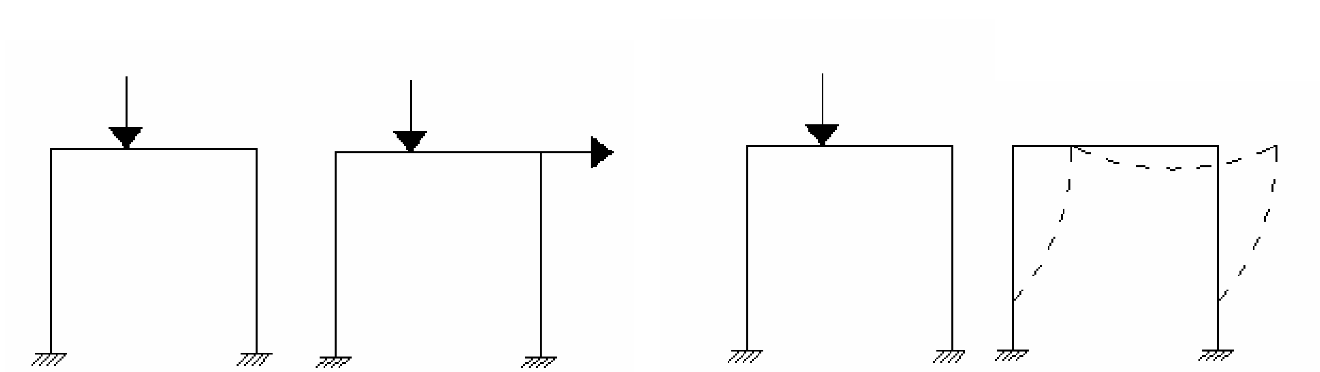
حالت خاصی از حالت خاص قانون بتی می باشدکه در آن نیروها = 1 است

δ_{ij} = تغییر مکان نقطه شماره i تحت اثر اعمال بار واحد در نقطه j

$$1\delta_{12} = 1\delta_{21} \Rightarrow \delta_{12} = \delta_{21}$$
$$\Rightarrow \delta_{ij} = \delta_{ji}$$

مثال:

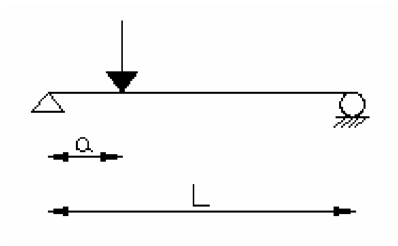
شکل تغییر فرم یافته زیر طبق قانون بالا چگونه است



بنابراین شکل به سمت راست حرکت می کند

$$P_1\Delta_{12} = P_2\Delta_1$$

مثال:

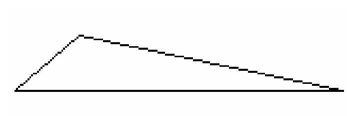


$$P_1\Delta_{12} = P_2\Delta_{21}$$

رسم خطوط تاثیر سازه های نا معین

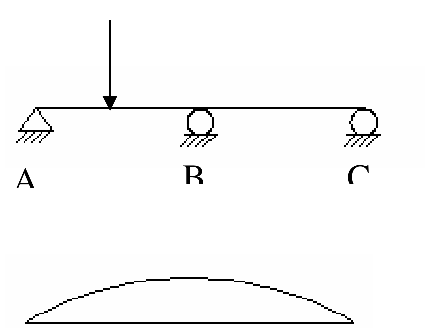
خط تاثیر تابع H در نقطه A از یک سازه یک منحنی است که عرض هر نقطه از این منحنی مثل B برابر است با مقدار تابع H در نقطه A به ازإ وقتی که بار واحد متمرکز در نقطه B قرار می گیرد

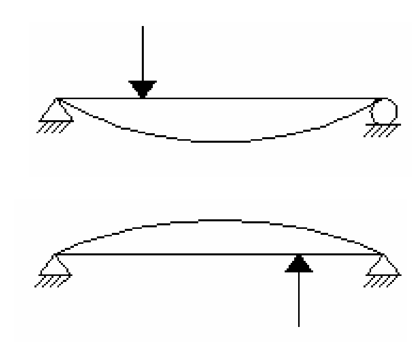
خط تاثیر تابع H در نقطه A



قاعده رسم خط تاثیر با استفاده از اصل ماکسول:

می خواهیم خط تاثیر عکس العمل B را رسم کنیم





اگر بجای اینکه بار واحد در نقطه B قرار دهیم باری قرار دهیم که در نقطه 2 تغییر مکان واحد ایجاد کند یعنی $\Delta_{22}=1$ بنابراین مقدار R_B برابر است با تغییر مکان نقطه 2 هرگاه بار واحد در نقطه 1 قرار گیرد

$$0=-\delta_{21}+X\delta_{22}\Rightarrow X=\frac{\delta_{21}}{\delta_{22}}=R_B$$

قاعده کلی :

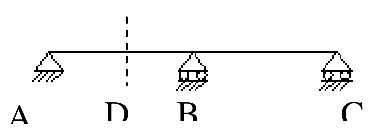
اگر بخواهیم خط تاثیر تابع H را در نقطه A از سازه رسم کنیم

1-قید ایجاد کننده تابع H در نقطه A را حذف کنیم

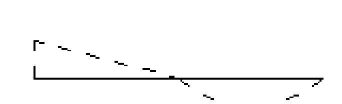
2-در نقطه A یک نیرو در جهت مثبت H قرار دهید . مقدار این نیرو باید به گونه ای باشد که در نقطه A از سازه در جهت H ایجاد شود

3-شکل تغییر فرم یافته کلی سلزه در اثر جابجایی مرحله3 همان خط تاثیر تیر مورد نظر است

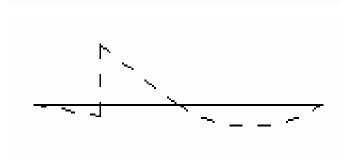
مثال :



خط تاثیر عکس العمل A را رسم کنید

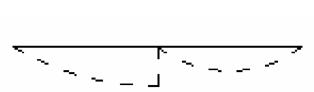


خط تاثیر برش در نقطه D را رسم کنید

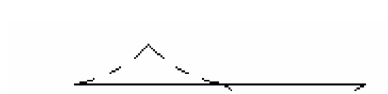


خط تاثیر لنگر در نقطه B را رسم کنید

خط تاثیر برش در نقطه B را رسم کنید



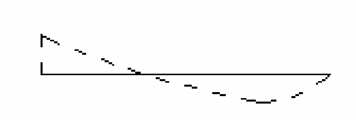
خط تاثیر لنگر در نقطه D را رسم کنید

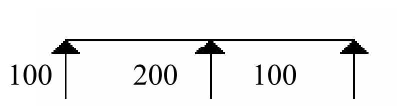


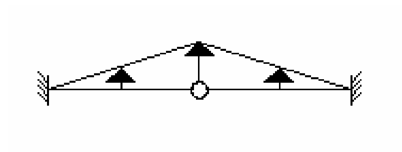
دقیقاً روی تکیه گاه برش تعریف نمی شود و باید به اندازه یک ε در طرف چپ یا راست مقدار آن محاسبه گردد.

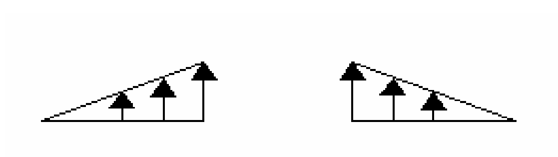
مثال :

مطلوبست خط تاثیر عکس العمل A و برش در B









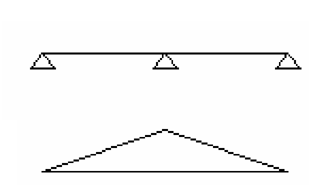
$$M = \frac{20000}{3EI}$$

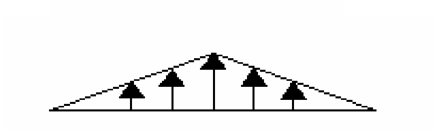
$$R = \frac{25000}{3EI}$$

$$m_D = \frac{200000}{3EI} - \frac{25000}{3EI} \times 5 + \frac{5000}{EI} \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{139500}{3EI}$$

$$\Delta_D = \frac{\frac{139500}{3EI}}{\frac{200000}{3EI}} = 0.6895$$

خط تاثیر برش در D





$$m = \frac{250}{3EI} \times 10 - \frac{50}{EI} \times \frac{10}{3} = \frac{2000}{3EI}$$

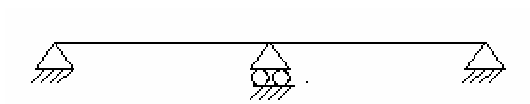
$$m'_D = \frac{5}{EI} \times \frac{5}{2} \times \frac{5}{3} - \frac{250}{3EI} \times 5 = \frac{-11875}{3EI}$$

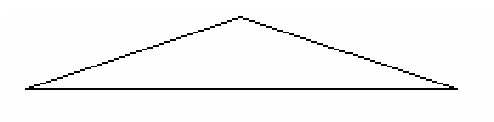
$$\Delta'_D = \frac{\frac{-11875}{3EI}}{\frac{2000}{3EI}} = -0.59395$$

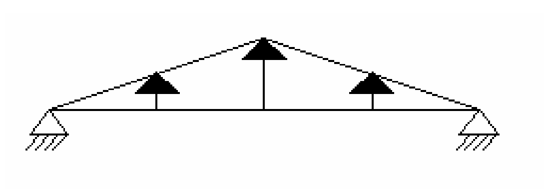
عرض خط تاثیر در نقطه D

$$\Delta^2_D = 1 - 0.59395 = 0.4$$

خط تاثیر لنگر در D

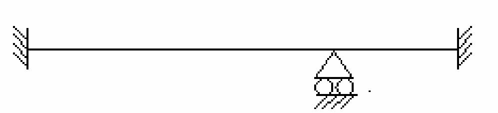






رسم خط تاثیر با استفاده از روش توزیع لنگر

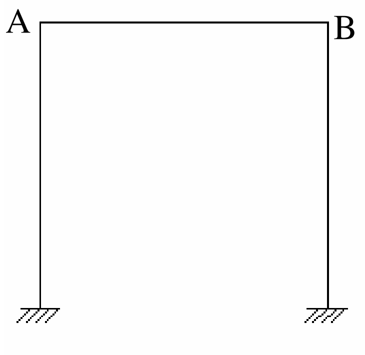
m^F_{A1}



$$m^F_{BA} = \frac{-1 \times 2^2 \times 4}{6^2}$$

$$m^F_{BC} = 0, m^F_{CB} = 0$$

مثال :



خط تاثیر m_{BA}=؟

1- برای تمام انتهاهایی که امکان بوجود آمدن لنگرگیرداری وجود دارد

سازه را با ازإ لنگرگیرداری واحد فقط در آن انتهاها آنالیز کنید (با هر روشی)

برای سازه روبرو فقط دو بار

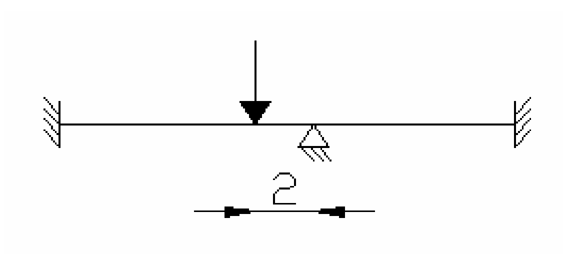
$$M_{BA} = 0.899\times 0 + 0.444\times 0.4 + 0\times 0.3 + 0\times 0 = 0.198$$

بر اساس قراردادعلامت توزیع لنگر $\pm$ B

برای سازه روبرو فقط6بار

علامت مقاومت مصالح (عرض خط تاثیر) $m_{BA} = -0.178$

حالت موقعیت بار واحد را عوض می کنیم



2- به ازاء هر موقعیت بار واحد کارهای زیر را انجام دهید

a)به ازاء هر موقعیت لنگرگیرداری را حساب کنید

b) به ازاء هر موقعیت با استفاده از آنالیز مرحله 1

.

.

.

استفاده از اصل Super مقدار لنگر خمشی

m_{BA} را به ازإ این موقعیت حساب کنید این مقدار همان عرض خط تاثیر خواهد بود

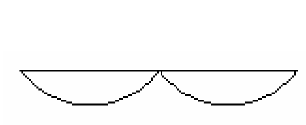
برای همان مثال خط تاثیر برش و لنگر در نقطه E و خط تاثیر لنگرهای m_{AB}, m_{BA} رسم شود

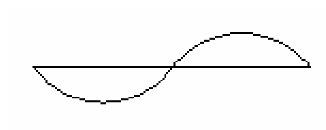
به ازإ هر موقعیت بار واحد مقادیر m_{AB}, m_{BA} را روی خطوط تاثیر بدست آورید $m^F_{AB} = 1$

• C • B • A • گره

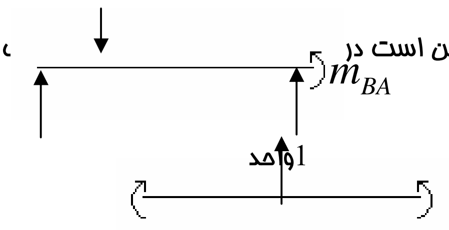
• CB • BC • BA • AB • عضو

- K
- DF
- FEm
- جواب
- FEm





3-قطعه AB را در نظر می گیریم این قطعه یک سازه معیین است در ... ی کرده
که به ترتیب عرض خط تاثیر برشی و لنگر خواهد بود

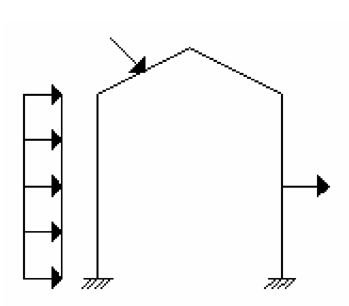


اگر بار روی دهنه نباشد این ترمها حذف می شود

$$x<a \Rightarrow \begin{cases} m_E = \dfrac{6x}{L} + \dfrac{m_{AB}}{L}(L-x) + \dfrac{m_{BA}x}{L} \\ V_E = \dfrac{6}{L} + \dfrac{m_{BA}-m_{AB}}{L} \end{cases}$$

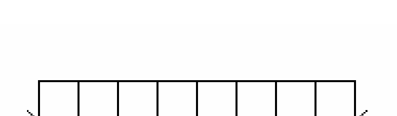
$$x>a \Rightarrow \begin{cases} m_E = \dfrac{a}{L}(L-x) + \dfrac{m_{AB}}{L}(L-x) + \dfrac{m_{BA}x}{L} \\ V_E = \dfrac{-a}{L} + \dfrac{m_{BA}-m_{AB}}{L} \end{cases}$$

تحلیل سازه زیر به روش توزیع لنگر



مثال:

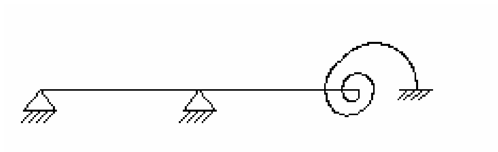
تحت بار گسترده یکنواخت سازه زیر را آنالیز کنید



سازه را دو قسمت در نظر می گیریم معادله تعادل لنگر
را برای آن دو عضو می نویسیم معادله برش را برای آن
می نویسیم و آنها را در معادله شیب و افت گذاشته مسأله را حل می کنیم

مثال:

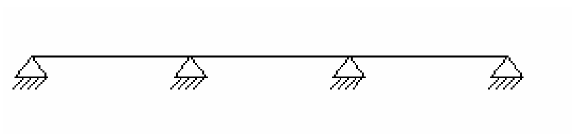
K چقدر باشد تا رفتار در سازه زیر یکسان باشد



$$m_1 = K_1\theta$$

$$m_{CA} = 0 \Rightarrow \frac{2EI}{L}(2\theta_C + \theta_A) = 0$$

$$\theta_C = \frac{\theta_A}{L} \Rightarrow m_{AC} = \frac{3EI}{L}\theta_3$$



$$\Rightarrow K\theta_A = \frac{3EI}{L}\theta_A \Rightarrow EI = \frac{KL}{3}$$

مثال :

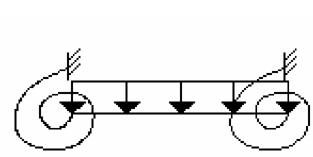
$$K_1 = \infty, K_2 = 0$$

$$\Rightarrow S = \frac{4EI}{L}$$

$$K_1 = 0, K_2 = 0$$

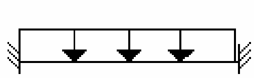
$$\Rightarrow S = \frac{3EI}{L}$$

در تیر فوق یک بار گسترده قرارداده و S ها را بدست می آوریم



$$\theta_A = \frac{m_{AB}}{K_1}, \theta_B = \frac{m_{BA}}{K_2}$$

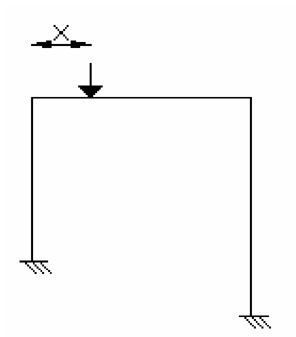
$$m_{AB} = \frac{WL^2}{12} + \frac{4EI}{L}\left(\frac{m_{AB}}{K_1}\right) + \frac{2EI}{L}\left(\frac{m_{BA}}{K_2}\right)$$

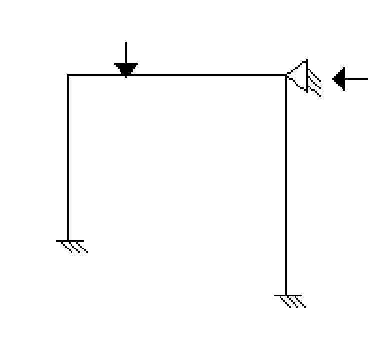


مثال :

X به چه اندازه باشد تا انتقال جانبی صفر باشد

مسأله 3 جواب دارد و جواب آن هنگامی است که نیرو روی مفاصل باشد





بعد معادلات تعادللنگر را برای گره A و B یک معادله درجه 3 بر حسب x بدست می آید سه معادله سه مجهول θ_1,θ_2 را حذف می کنیمو معادله فقط بر حسب x بدست می آید

$$V_1+V_2=0$$
$$f(\theta_1,\theta_2)=0$$
$$g(\theta_1,\theta_2,x)=0$$
$$h(\theta_2,\theta_3,x)=0$$