

# جزوه درسی اقتصاد خرد ۱

# فهرست مطالب

## فصل اول

اقتصاد

اقتصاد خرد

اقتصاد کلان

تقاضا - عرضه - تعادل

تقاضای بازار برای یک کالا

جابجایی منحنی عرضه و حرکت روی منحنی

عوامل موثر بر عرضه

عرضه بازار یک کالا

تعادل:  $Q_D = Q_S$

## فصل دوم: اندازه گیری کشش

کشش قیمتی تقاضا (e)

عوامل موثر بر کشش قیمتی تقاضا

کشش قیمتی تقاضا از طریق هندسی

کشش قیمتی تقاضا و مخارج کل

کشش درآمد تقاضا

کشش متقاطع تقاضا

کشش قیمتی عرضه

### فصل سوم : نظریه رفتار مصرف کننده

مطلوبیت کل و مطلوبیت نهایی

خط بودجه

شرط تعادل مصرف کننده

منحنی های بی تفاوت

نرخ نهایی جانشین (MRS<sub>xy</sub>)

تعادل مصرف کننده :

ویژگی های منحنی های بی تفاوت

اثر جانشینی و اثر درآمدی

### فصل چهارم : نظریه رفتار تولید کننده

تابع تولید با یک نهاده متغیر

تولید نهایی نیروی کار ( $MP_L$ )

تولید متوسط نیروی کار ( $AP_L$ )

روابط بین منحنی های تولید کل، تولید نهایی و تولید متوسط

مراحل سه گانه تولید

تابع تولید با دو نهاده متغیر

نرخ نهائی جانشینی فنی ( $MRTS_{LK}$ )

## فصل اول :

### اقتصاد :

اقتصاد علمی است که چگونگی تخصیص منابع کمیاب بین نیازهای نامحدود انسان را بررسی میکند.

### اقتصاد خرد :

اقتصاد خرد بخشی از اقتصاد است که به چگونه گی تصمیم گیری در رابطه با قیمت و میزان تولید در بازارهای مختلف را با مفروضات مطالعه می کند. بعبارتی دیگر رفتار اقتصادی تصمیم گیرندهای واحدهای انفرادی مانند مصرف کنندگان، صاحبان منابع را در اقتصاد مورد مطالعه قرار می دهد.

اقتصاد خرد سعی میکند نحوه تصمیم گیریهای تجاری افراد را مورد مطالعه قرار دهد.

### اقتصاد کلان :

این شاخه از اقتصاد به مطالعه وضعیت کلی اقتصاد یک ملت و یا گروهی از ملل می پردازد و ارتباط فاکتورهایی چون تولید و مصرف را در یک جامعه بررسی می کند.

سطح کل فعالیت اقتصادی مانند سطح کل محصولات، میزان اشتغال در کل کشور و سطح عمومی کشورها را مورد مطالعه قرار می دهد. بطور خلاصه اقتصاد خرد یک درخت را نگاه می کند ولی اقتصاد کلان کل جنگل را در نظر می گیرد.

## تقاضا - عرضه - تعادل

تقاضا: آن مقدار از تولیدات است که فردی می‌خواهد در قیمت‌های جاری خریداری کند.

عوامل موثر بر تقاضا:

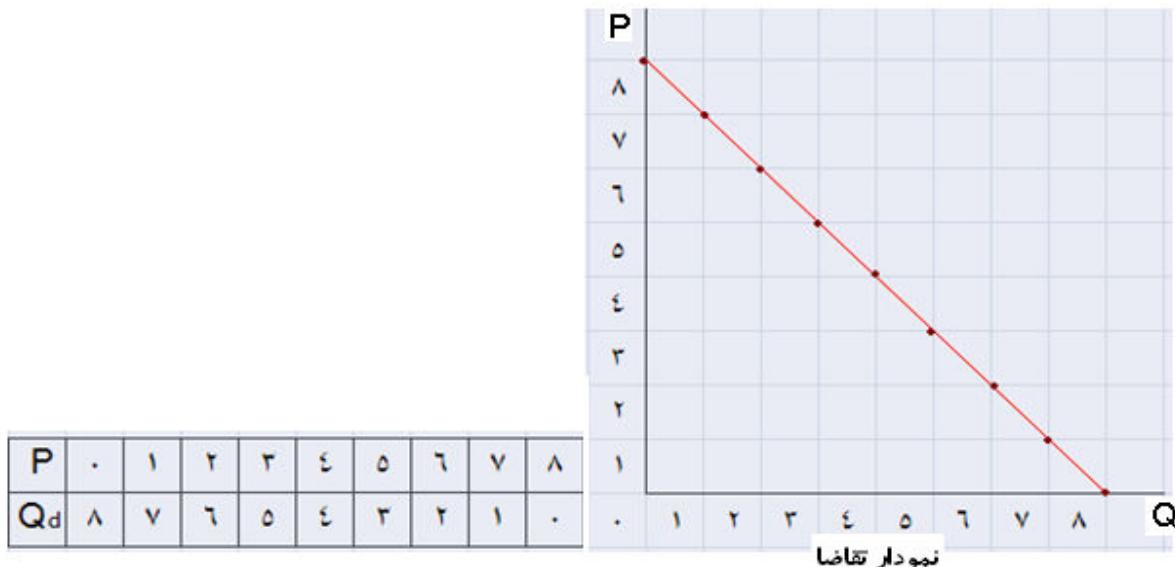
- ۱- قیمت کالای مورد نظر
- ۲- درآمد فرد
- ۳- قیمت کالای های دیگر
- ۴- سلیقه و ترجیحات

تابع تقاضا:  $Q_d$

تابع تقاضا یک تابع نزولی است و کلیه مشخصات و خصوصیات یک تابع نزولی را دارد است با افزایش قیمت مقدار تقاضا کمتر می‌شود.

$$Q_d = a - bP$$

مثال: فرض کنید تابع تقاضای یک فرد بصورت زیر باشد با جایگزینی قیمت‌های مختلف در این تابع تقاضا جدول تقاضای فرد را بدست آورید.



همواره نمودار تقاضا دارای شیب منفی است.

## قانون منفی بودن شیب تقاضا:

منحنی تقاضا همواره دارای شیب منفی است که نشان دهنده این است که با کاهش قیمت کالا، مقدار بیشتری از آن خریداری می شود این ویژگی معمولاً با عنوان قانون منفی بودن شیب تقاضا نامیده می شود.

### تعریف

**کالای عادی (نرمال یا معمولی) :** کالایی است که وقتی درآمد فرد افزایش می یابد تقاضا برای کالا افزایش میابد و وقتی درآمد کم میشود تقاضا کاهش می یابد . مثلاً گوشت

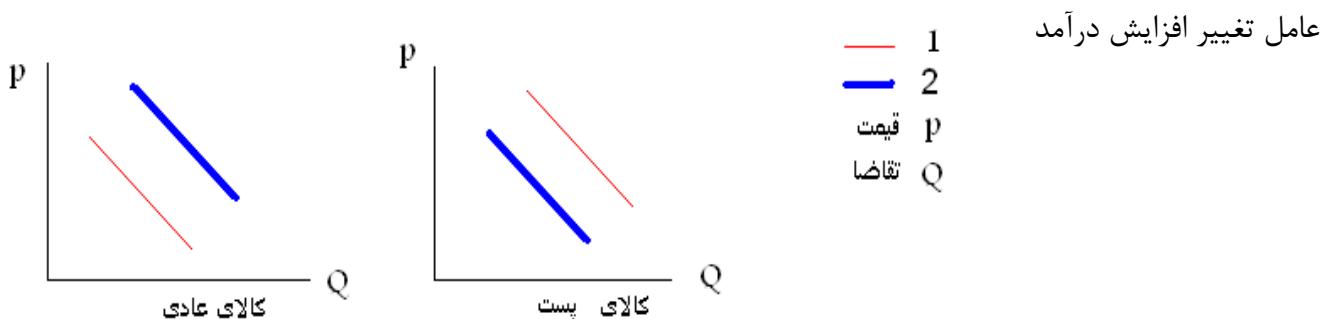
**کالای پست :** کالایی است که وقتی درآمد افزایش میابد تقاضا برای آن کاهش میابد.

**کالای جانشین:** کالایی هستند که خدمات مشابه دارند و بجای یکدیگر قابل استفاده هستند و وقتی قیمت یکی از آن افزایش یابد تقاضا برای دیگری افزایش میابد . قند و شکر

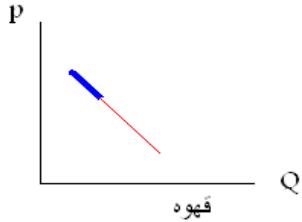
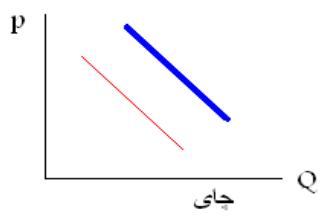
**کالای مکمل:** کالاهایی که با هم مصرف میشوند و وقتی قیمت یکی افزایش می یابد تقاضا برای دیگری کاهش میابد. قند و چای ، دوربین عکاسی و فیلمش ، تلویزیون و ویدئو.

**جابجایی منحنی تقاضا و حرکت روی منحنی تقاضا:** هنگامی که قیمت کالای مورد نظر تغییر می کند. منحنی تقاضا از یک نقطه به نقطه دیگر حرکت می کنیم که این به معنی تغییر تعداد تقاضا میباشد . و هرگاه هر عامل دیگری غیر از قیمت کالای مورد نظر تغییر کند منحنی تقاضا جابجا میشود. که بمعنی تغییر در تقاضا میباشد .

مثال : اثر افزایش درآمد را روی منحنی تقاضای دو کالای عادی و پست را بررسی کنید.



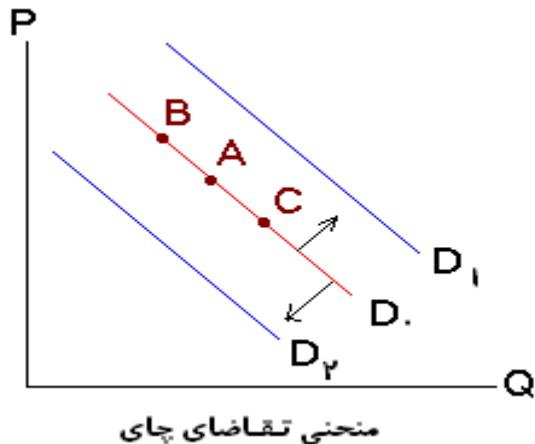
مثال: وقتی قیمت قهوه افزایش یابد منحنی تقاضاًی قهوه و چای چه تغییری می‌کند؟



$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array}$  1  
 $\text{---}$  2

چون قیمت قهوه افزایش یافته منحنی روی نمودار حرکت می‌کند.

مثال: با توجه به منحنی تقاضاًی چای به سه سوال زیر جواب دهید؟



سوال ۱ - اگر قیمت قند افزایش یابد؟

الف -  $D_0$  به سمت راست  $D_1$  منتقل می‌شود.

ب -  $D_1$  به سمت چپ  $D_2$  منتقل می‌شود.

ج - از نقطه A به سمت نقطه B حرکت می‌کنیم.

د - از نقطه A به سمت نقطه C حرکت می‌کنیم.

سوال دو - اگر درآمد مصرف کنندگان افزایش یابد حالی که چای یک کالای عادی است

الف -  $D_0$  به سمت راست  $D_1$  منتقل می‌شود.

ب -  $D_1$  به سمت چپ  $D_2$  منتقل می‌شود.

ج - از نقطه A به سمت نقطه B حرکت می‌کنیم.

د - از نقطه A به سمت نقطه C حرکت می‌کنیم.

سوال سه - اگر قیمت چای کاهش یابد؟

الف -  $D_0$  به سمت راست  $D_1$  منتقل می‌شود.

ب-  $D_1$  به سمت چپ منتقل میشود.

ج - از نقطه A به سمت نقطه B حرکت می کنیم.



د- از نقطه A به سمت نقطه C حرکت می کنیم.

مثال - تابع تقاضا برای شکر بصورت زیر میباشد.  $Q_d = 135 - 8P$

الف- اگر قیمت یک کیلو شکر ۱۰ ریال باشد مقدار تقاضا چقدر خواهد بود؟

ب- اگر مقدار تقاضا ۹۵ واحد باشد قیمت شکر چقدر خواهد بود ؟

ج- اگر شکر کالای رایگان باشد مقدار تقاضا را مشخص کنید.

جواب قسمت الف: اگر قیمت ۱۰ ریال باشد.

$$Q_d = 135 - 8P \Rightarrow Q_d = 135 - 8 \cdot 10 \Rightarrow Q_d = 55$$

جواب قسمت ب: اگر تقاضا ۹۵ باشد .

$$90 = 135 - 8P \Rightarrow 8P = 135 - 90 \Rightarrow 8P = 45 \Rightarrow P = 5$$

جواب قسمت ج: اگر کالا رایگان باشد.

$$Q_d = 135 - 8P \Rightarrow Q_d = 135$$

**تقاضای بازار برای یک کالا :** مقادیر مختلف تقاضا شده یک کالا در قیمت‌های مختلف بازار نشان میدهد. از نظر مهندسی منحنی تقاضای بازار برای یک کالا از جمع افقی منحنی های تقاضای افراد برای آن بدست می آید.

مثال : اگر دوفرد یک و دو که از نظر مصرف مشابه هم عمل می کنند در بازار باشند و هر کدام برای کالا دارای تقاضایی به صورت  $Q_d = 8 - P$  باشند تقاضای بازار را بدست آورید .

$$Q_d = 8 - P \Rightarrow 2Q_d = 2(8 - P) \Rightarrow Q_D = 16 - 2P$$

مقدار تقاضای فرد  $Q_d$  مقدار تقاضای بازار  $Q_D$



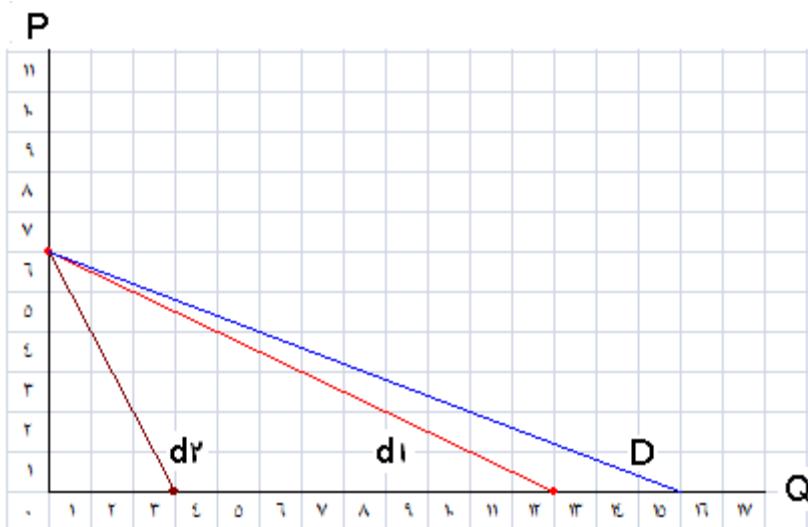
مثال : توابع تقاضای دو خانوار بصورت زیر است :

$$Q_{d1} = -2P + 12 \quad , \quad Q_{d2} = -0.5P + 3$$

منحنی های تقاضای این دو خانوار و منحنی تقاضای بازار را رسم کنید.

با جمع جبری دو تابع تقاضای دو خانوار تابع تقاضای بازار بدست می آید.

$$Q_{d1} = -2P + 12 + Q_{d2} = -0.5P + 3 \Rightarrow Q_D = 15 - 2.5P$$



**عرضه:** مقداری از یک کالا که یک تولید کننده مایل به فروش آن می باشد.

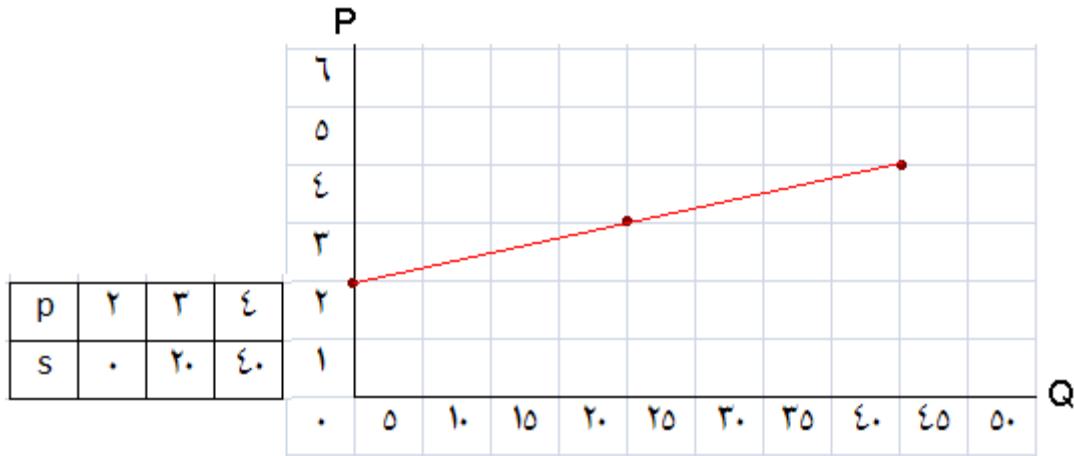
**عوامل موثر بر عرضه:**

۱- قیمت کالا

۲- هزینه های تولید

بمنظور بدست آوردن جدول و منحنی عرضه به قیمت عددی مختلفی میدهیم و مقدار عرضه بدست آید .  
( نقطه یابی )

مثال : فرض کنیم تابع عرضه یک تولید کننده برای کالا بی به صورت  $Q_s = -40 + 20P$  باشد جدول و منحنی عرضه را بدست آورید.

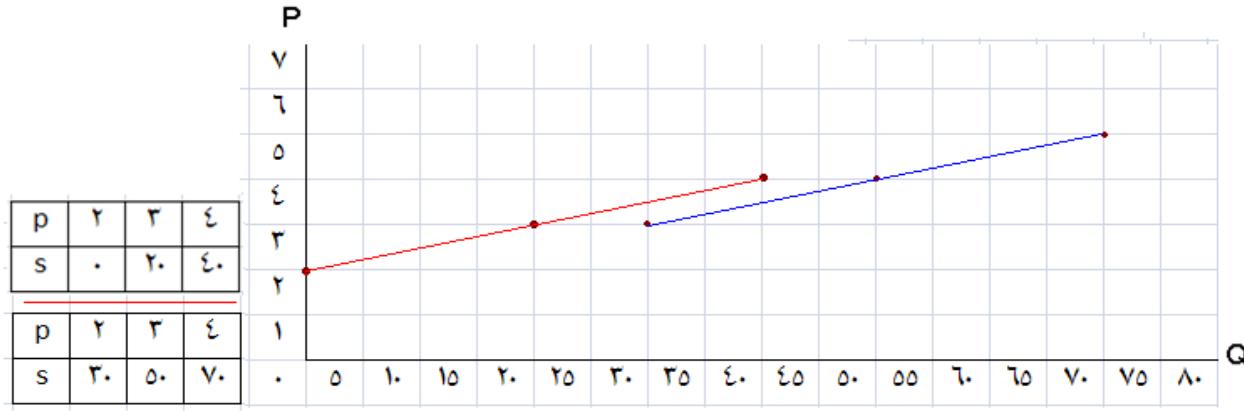


**شكل منحنی عرضه:** ارتباط بین قیمت و مقدار عرضه مسقیم بوده و شیب مثبت تابع عرضه نیز بیانگر این مطلب می باشد

**جابجایی منحنی عرضه و حرکت روی منحنی:**

وقتی قیمت کالای مورد نظر تغییر می کند. روی منحنی عرضه حرکت می کنیم که به معنی تغییر مقدار عرضه می باشد و وقتی که عوامل دیگری غیر از قیمت کالای مورد نظر تغییر می کند منحنی عرضه جابجا می شود. که به معنی تغییر در عرضه می باشد.

مثال : اگر تابع عرضه بصورت  $Q_s = -40 + 20P$  باشد در اثر پیشرفت تکنولوژی بصورت  $Q_s = -40 + 20P$  تغییر یابد جدول و منحنی عرضه را بدست آورید.

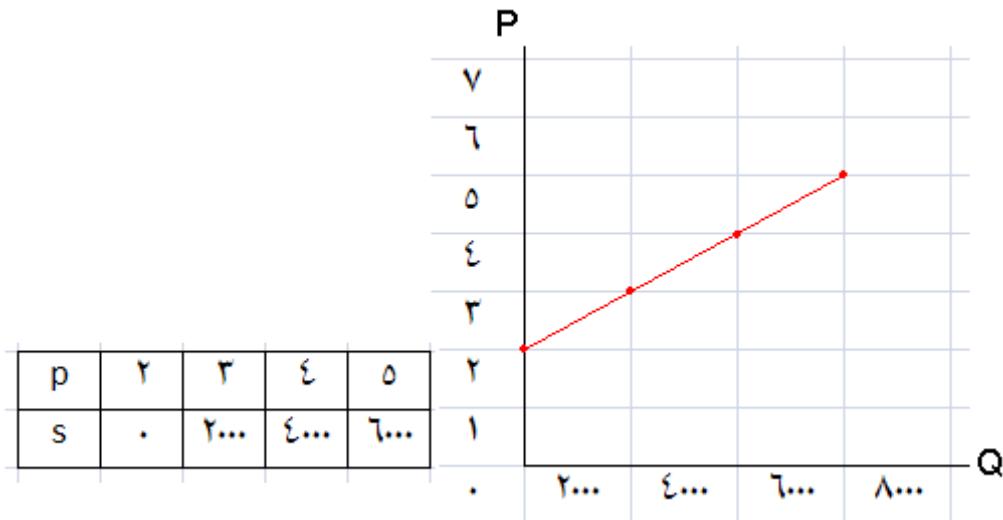


عامل تغییر پیشرفت تکنولوژی می باشد که هزینه تولید را کم می کند.

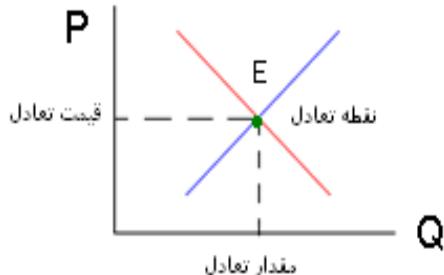
**عرضه بازار یک کالا :** مقادیر مختلفی از یک کالا که در قیمت‌های مختلف به وسیله همه تولید کنندگان آن کالا عرضه می شود را نشان میدهد.

مثال : اگر صد تولید کننده مشابه در بازار باشند که تابع عرضه هر کدام عبارت از  $Q_s = -40 + 20P$  باشد عرضه بازار رارسم کنید.

$$Q_s = -40 + 20P \Rightarrow 100Q_s = 100(-40 + 20P) \Rightarrow Q_s = -400 + 2000P$$



وقتی بوجود می آید که مقدار تقاضا شده از یک کالا در بازار برابر مقدار کالای عرضه شده از آن کالا باشد از نظر هندسی تعادل در محل برخورد منحنی های تقاضا و عرضه بازار بوجود می آید و قیمت و مقدار بوجود آمده نیز عنوان قیمت تعادلی و مقدار تعادلی شناخته می شود.



مثال- در تابع عرضه  $P = 8000 - 1000Q$  و تقاضا  $Q_S = -4000 + 2000P$  مقدار تعادل را بدست آورید .

$$Q_S = Q_D \Rightarrow -4000 + 2000P = 8000 - 1000P \Rightarrow 14000 = 3000P \Rightarrow P = 4$$

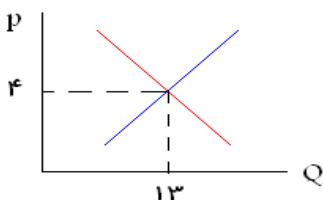
$$P = 4 \Rightarrow 8000 - 1000 \times 4 = 4000 \Rightarrow Q_S = Q_D = 4000$$

مثال- در تابع عرضه  $P = 21 - 2Q$  و تقاضا  $Q_S = 1 + 3P$  مقدار تعادل را بدست آورید .

حل: با مساوی قراردادن معادله عرضه با تقاضا مقدار تعادلی بدست می آید.

$$Q_S = Q_D \Rightarrow 1 + 3P = 21 - 2P \Rightarrow 23 = 5P \Rightarrow P = 4.6$$

$$P = 4.6 \Rightarrow 21 - 2 \times 4.6 \Rightarrow Q_S = Q_D = 13$$

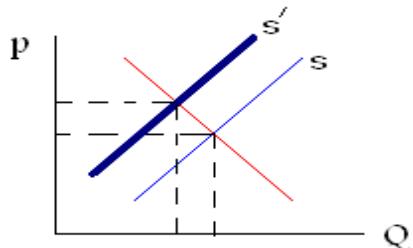


نکته : در نمودار عرضه و تقاضا که بحسب قیمت میباشد خطی که شیب مثبت دارد خط عرضه و خطی که شیب منفی دارد تقاضا میباشد.

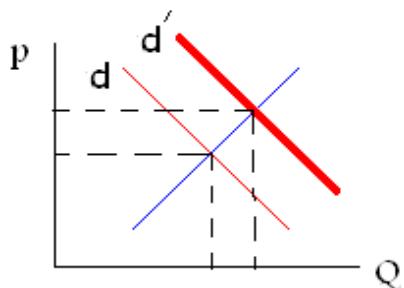
## انتقال منحنی های عرضه و تقاضا

اگر منحنی عرضه یا تقاضا ویا هردوی آنها جابجا شوند نقطه تعادل نیز جابجا میشود. که از عوامل جابجایی این منحنی ها درآمد، هزینه تولید، و نوع کالا میباشد.

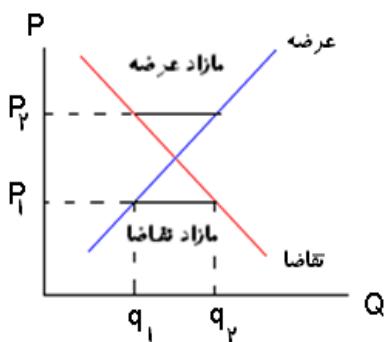
مثال: اگر هزینه های تولید افزایش یابد. قیمت تعادلی افزایش خواهد یافت و مقدار تعادلی کاهش میابد. در نتیجه منحنی عرضه بسمت بالا و چپ منتقل میشود.



و یا اگر درآمد افزایش یابد و کالا عادی باشد منحنی تقاضا بسمت راست و بالا منتقل میشود.



### عدم تعادل

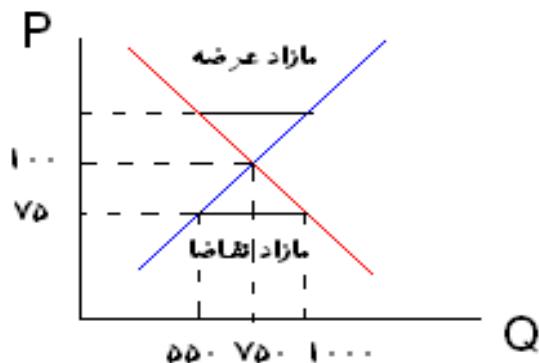


- ۱- اگر عرضه بزرگتر از تقاضا باشد. ویا مازاد عرضه
  - ۲- اگر تقاضا بزرگتر از عرضه باشد. ویا مازاد تقاضا
- در شرایطی که مازاد تقاضا وجود دارد همواره تمایل برای افزایش قیمت وجود دارد. چون مصرف کنندکان در رقابت با یکدیگر قیمت‌های بالاتر را پیشنهاد می‌کنند.

و در شرایطی که مازاد عرضه وجود دارد. همواره تمایل برای کاهش قیمت وجود دارد چون عرضه کنندکان برای فروش کالای مازاد مجبورند در رقابت با یکدیگر قیمت را کاهش دهند.

مثال: بر اساس نمودار رو برو به سه سوال زیر پاسخ دهید.

سوال یک - قیمت و مقدار تعادلی چقدر است؟



الف - ۱۰۰ و ۷۵

ب - ۷۵ و ۵۵

ج - ۱۰۰ و ۷۵

د - ۷۵ و ۷۵



سوال دو - در قیمت ۷۵ مقدار مازاد تقاضا چقدر است؟

الف - ۱۰۰

ب - ۷۵



ج - ۴۵

د - ۵۰۰

سوال سه - فرآیند رسیدن به تعادل چگونه است؟



الف - قیمت افزایش می یابد.

ب - عرضه افزایش می یابد.

ج - تقاضا کاهش می یابد.

د - دولت مداخله می کند.

نکته: عرضه وقتی افزایش میابد که منحنی جابجا شود.

## فصل دوم: اندازه گیری کشش

کشش در اقتصاد بمعنی حساسیت، عکس العمل و یا واکنش میباشد. و میزان درصد تغییرات رشد یا کاهش کشش مورد نظر بازای یک درصد تغییر قیمت میباشد.

### کشش قیمتی تقاضا(e)

اگر قیمت یک درصد تغییر کند مقدار تقاضا چند درصد تغییر می کند.

$$e = \frac{\text{درصد تغییر در مقدار تقاضا}}{\text{درصد تغییر در قیمت}} = \frac{\% \Delta Q_d}{\% \Delta P} = \frac{\frac{\Delta Q_d}{Q_d}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{dQ_d}{dP} \cdot \frac{P}{Q_d}$$

و بسته به نوع کشش که به سه حالت زیر میباشد دارای عکس العمل متفاوتی از سوی مردم خواهد داشت.

$ e  > 1$	تقاضا با کشش است	مردم بیشتر عکس العمل نشان میدهند
$ e  = 1$	تقاضا دارای کشش واحد است	مردم عکس العمل عادی دارند
$ e  < 1$	تقاضا بی کشش است	مردم عکس العمل ندارند

مثال : درتابع عرضه  $Q_s = 70 + 4P$  و تقاضای  $Q_d = 130 - 2P$  زیر :

الف- قیمت و مقدار تعادلی چقدر است ؟ ب- کشش قیمتی تقاضا را بدست آورید. ج- کشش بدست آمده را تفسیر کنید. جواب الف:

$$70 + 4P = 130 - 2P \Rightarrow 2P + 4P = 130 - 70 \Rightarrow 6P = 60 \Rightarrow P = 10$$

$$P = 10 \Rightarrow 70 + 4 \times 10 = 70 + 40 \Rightarrow Q_s = Q_d = 110$$

جواب ب:

$$\frac{dQ_d}{dP} = -2$$

$$e = \frac{dQ_d}{dP} \cdot \frac{P}{Q_d} = -2 \times \frac{10}{110} = -\frac{2}{11}$$

جواب ج تفسیر کشش: اگر قیمت یک درصد افزایش یابد مقدار تقاضا  $10 \cdot 0.81 = 8.1$  درصد کاهش می یابد. و یا عبارتی مردم عکس العمل ندارند.

مثال: در تابع عرضه و تقاضای زیر: الف- قیمت و مقدار تعادلی چقدر است؟ ب- کشش قیمتی تقاضا را بدست آورید. ج- کشش بدست آمده را تفسیر کنید.

جواب الف:

$$P = 100 - Q, P = -50 + 2Q$$

$$100 - Q = -50 + 2Q \Rightarrow 100 + 50 = Q + 2Q \Rightarrow 3Q = 150 \Rightarrow Q = 50$$

$$P = 100 - Q, Q = 50 \Rightarrow P = 100 - 50 = 50$$

جواب ب:

$$\frac{dQ_d}{dP} = -1 \Rightarrow e = \frac{dQ_d}{dP} \cdot \frac{P}{Q_d} = -1 \times \frac{50}{50} = -1, |-1| = 1$$

جواب ج تفسیر کشش: اگر قیمت یک درصد افزایش یابد مقدار تقاضا ۱ درصد کاهش می یابد. و یا عبارتی مردم عکس العمل عادی دارند.

مثال: کشش قیمتی معادله تقاضای زیر را بدست آورده و تفسیر کنید.

$$P = 100 - 2Q, p = 20$$

$$P = 100 - 2Q \quad \text{و} \quad P = 20 \Rightarrow 20 = 100 - 2Q \Rightarrow 2Q = 100 - 20 \Rightarrow Q = 40$$

$$\frac{dQ_d}{dP} = \frac{-1}{2} \Rightarrow e = \frac{dQ_d}{dP} \times \frac{P}{Q_d} = \frac{-1}{2} \times \frac{20}{40} = \frac{-1}{4}$$

تفسیر: اگر قیمت یک درصد افزایش نماید مقدار تقاضا  $20 \cdot 0.25 = 5$  درصد کاهش میابد.

مثال : کشش قیمتی تقاضاً معادله ذیل را در سقف قیمت ۲۰ ریال را بدست آورید.

$$Q = 2500 - 8P - 2P^2$$

$$P = 20$$

$$Q = 2500 - 8P - 2P^2, P = 20 \Rightarrow Q = 2500 - 8 \times 20 - 2 \times 20^2 \Rightarrow Q = 2500 - 160 - 800 \Rightarrow Q = 1540$$

$$\frac{dQ_d}{dP} = -8 - 4P = -8 - (4 \times 20) = -88 \quad e = \frac{dQ_d}{dP} \times \frac{P}{Q_d} = -88 \times \frac{20}{1540} = -1/14.2$$

تفسیر: اگر قیمت یک درصد افزایش نماید مقدار تقاضاً ۱/۱۴۲ درصد کاهش میابد.

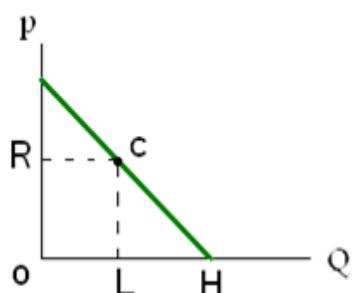
### عوامل موثر بر کشش قیمتی تقاضاً:

۱- تعداد درجه جانشینی برای کالا : هرچه جانشینی‌های موجود برای یک کالا بیشتر باشد کشش قیمتی تقاضاً برای آن کالا بزرگ‌تر خواهد بود.

۲- موارد استفاده از کالا : هرچه موارد استفاده از یک کالا بیشتر باشد کشش قیمتی آن نیز بیشتر است.

۳- مخارج مربوط به کالا : هر قدر درصدی از درآمد فرد که برای یک کالا خرج می‌شود بیشتر باشد کشش قیمتی تقاضاً بزرگ‌تر خواهد بود .

۴- تعدیل ناشی از زمان : هرقدر زمان برای تعديل در مقدار کالای مورد تقاضاً طولانی‌تر باشد کشش قیمتی تقاضاً آن بیشتر است.

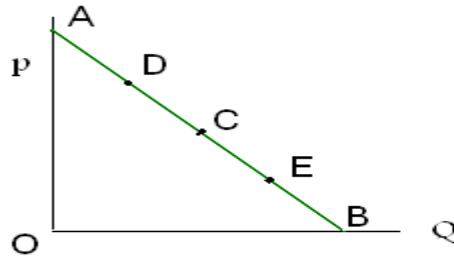


### کشش قیمتی تقاضاً از طریق هندسی

کشش قیمتی تقاضاً در هر نقطه مانند C به روش زیر بدست می‌آید.

$$e = \frac{\text{فاصله سمت راست}}{\text{فاصله سمت چپ}} = \frac{LH}{OH} = \frac{OR}{RA} = \frac{CH}{AC}$$

مثال: کشش قیمتی تقاضا در نقطه A-B-C-D-E بدست آورید.



$\overline{AB} - \overline{DC} - \overline{CE} - \overline{EB}$

$$e_E = \frac{EB}{AE} = \frac{1}{3}$$

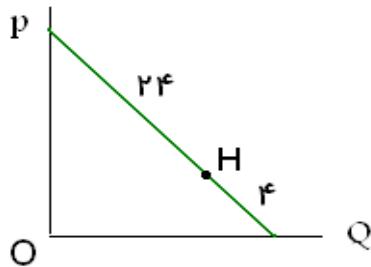
$$e_C = \frac{CB}{AC} = \frac{1}{1}$$

$$e_D = \frac{DB}{AD} = \frac{3}{1}$$

$$e_A = \frac{AB}{AA} = \frac{1}{1}$$

$$e_B = \frac{BB}{AB} = \frac{1}{4}$$

مثال: کشش قیمتی تقاضا در نقطه H بدست آورید.



$$e_H = \frac{1}{2/4} = \frac{1}{1/4}$$

کشش قیمتی تقاضا و مخارج کل:

$$TR = P \cdot Q$$

مثال: اگر قیمت افزایش یابد و کشش از یک کوچکتر باشد مخارج کل چه تغییری میکند.

$$P \uparrow$$

$$e < 1$$

$$TR = P \uparrow \cdot Q \downarrow$$

$$e < 1 \Rightarrow$$

$$e = \frac{\text{درصد تغییر در مقدار تقاضا}}{\text{درصد تغییر در قیمت}} < 1$$

درصد تغییر در قیمت < درصد تغییر در مقدار تقاضا

$$P > Q$$

پس تغییرات P بزرگتر از تغییرات Q است و تأثیر بیشتری در تغییرات مخارج دارد پس TR افزایش پیدا میکند.

مثال: اگر قیمت افزایش یابد و کشش از یک بزرگتر باشد مخارج کل چه تغییری میکند.

$$P \uparrow$$

$$e > 1$$

$$TR = P \uparrow \cdot Q \downarrow$$

$$e = \frac{\text{درصد تغییر در مقدار تقاضا}}{\text{درصد تغییر در قیمت}} > 1$$

درصد تغییر در قیمت > درصد تغییر در مقدار تقاضا

$$P < Q$$

پس تغییرات Q بزرگتر از تغییرات P است و تأثیر بیشتری در تغییرات مخارج دارد پس TR کاهش پیدا میکند.

مثال: اگر قیمت افزایش یابد و کشش از برابر یک باشد مخارج کل چه تغییری میکند. جواب تغییر نمی کند.

کشش درآمد تقاضا :

اگر درآمد یک درصد تغییر کند مقدار تقاضا چند درصد تغییر می کند و از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$e_I = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta I}{I}} = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta I} \cdot \frac{I}{Q}}{\frac{I}{\Delta I}} = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta I} \cdot \frac{I}{Q}}{1}$$

کالای عادی       $e_I < 1$   
کالای پست       $e_I > 1$

مثال : رابطه بین درآمد و مقدار تقاضا یک کالا بصورت زیر است در سطح درآمد ۶۴۰۰۰ کشش درآمدی تقاضا را محاسبه نمایید و تفسیر کنید؟

$$I = 1000 \times Q^r$$

$$64000 = 1000 \times Q^r \Rightarrow Q^r = 64 \Rightarrow Q = 8$$

$$\frac{dI}{dQ} = 2000 \times Q \Rightarrow \frac{dI}{dQ} = 2000 \times 8 = 16000 \Rightarrow \frac{dQ}{dI} = \frac{1}{16000} \Rightarrow e_I = \frac{1}{16000} \times \frac{64000}{8} = 0.5$$

ولا: کالا عادی است چون کشش درآمدی تقاضا کوچکتر از یک شد.

ثانیا : اگر یک درصد درآمد افزایش یابد مقدار تقاضا ۰.۵ درصد افزایش می یابد.

مثال : کشش درآمدی تقاضای معادله زیر را بدست آورید.

$$Q_x = 13 - 0.11 - 0.4P_x + 0.5P_y$$

$$P_x = 1 \quad P_y = 2 \quad I = 100 \quad \frac{dQ}{dI} = 0.1 \quad e_I = \frac{\Delta Q}{\Delta I} \cdot \frac{I}{Q}$$

$$Q_x = 13 - 0.1I - 0.4P_x + 0.5P_y = 13 - 0.1 \times 100 - 0.4 \times 1 + 0.5 \times 2 = 13 - 1 - 4 + 1 = 9$$

$$\Rightarrow e_I = \frac{1}{100} \times \frac{100}{9} = 0.11$$

## کشش متقاطع تقاضا:

اگر قیمت کالای X یک درصد افزایش یابد مقدار تقاضای کالای Y چقدر افزایش می یابد.

$$e_{xy} = \frac{\% \Delta Q_x}{\% \Delta P_y} = \frac{\frac{\Delta Q_x}{Q_x}}{\frac{\Delta P_y}{P_y}} = \frac{dQ_x}{dP_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x}$$

**$e_{xy} > 0$**  دو کالا جانشین هم هستند.

**$e_{xy} < 0$**  دو کالا مکمل هم هستند.

**$e_{xy} = 0$**  دو کالا مستقل هستند.

مثال : معادله تقاضا برای کالای X بصورت زیراست .

الف - کشش متقاطع تقاضا را بدست آورید.

ب- کالای X و Y جانشین هستند یا مکمل؟

ج- کشش بدست آمده را تفسیر کنید.

جواب الف

$$Q_x = 15 - 3P_x + 2P_y$$

$$P_y = 2, Q_x = 10 \Rightarrow 10 = 15 - 3P_x + 2 \times 2 \Rightarrow 10 = 19 - 3P_x \Rightarrow 9 = 3P_x \Rightarrow P_x = 3$$

$$\frac{dQ_x}{dP_y} = -3 \quad e_{xy} = \frac{dQ_x}{dP_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x} \Rightarrow e_{xy} = 2 \times \frac{2}{10} = +0.4$$

جواب ب: با توجه به اینکه کشش بزرگتر از صفر است دو کالا جانشین هستند.

جواب ج: اگر قیمت کالای X یک درصد افزایش یابد مقدار کالای Y ۰.۴ درصد افزایش میابد.

مثال : معادله تقاضا برای کالای X بصورت زیراست .

الف - کشش متقاطع تقاضا را بدست آورید.

ب- کالای X و Y جانشین هستند یا مکمل؟

ج- کشش بدست آمده را تفسیر کنید.

جواب الف

$$Q_x = 13 - 2P_x - 3P_y$$

$$P_y = 1, P_x = 2$$

$$\Rightarrow Q_x = 13 - 2 \times 2 - 3 \times 1 \quad \Rightarrow Q_x = 13 - 4 - 3 = 6$$

$$\frac{dQ_x}{dP_y} = -3 \quad e_{xy} = \frac{dQ_x}{dP_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x} \Rightarrow e_{xy} = -3 \times \frac{1}{6} = -0.5$$

جواب ب: با توجه به اینکه کشش کوچکتر از صفر است دو کالا مکمل هستند.

جواب ج: اگر قیمت کالای X یک درصد افزایش یابد مقدار کالای Y ۵.۰ درصد افزایش میابد.

مثال : معادله تقاضا برای کالای X بصورت زیراست ارتباط دو کالا چگونه اند.

$$Q_x = 13 - 0.1I_x - 0.4P_x + 0.5P_y, \quad I_x = 100, \quad P_x = 10, \quad P_y = 20$$

$$Q_x = 13 - 0.1 \times 100 - 0.4 \times 10 + 0.5 \times 20 = 13 - 1 - 4 + 1 = 9$$

$$\frac{dQ_x}{dP_y} = -0.5 \quad e_{xy} = \frac{0.5}{100} \times \frac{20}{9} \Rightarrow e_{xy} = 0.11$$

با توجه به اینکه کشش متقاطع بزرگتر از یک میباشد کالای X جانشین کالای Y میباشد.

## کشش قیمتی عرضه

اگر قیمت عرضه یک درصد افزایش یابد مقدار عرضه چقدر افزایش میابد.

$$e_s = \frac{\text{درصد تغییر عرضه}}{\text{درصد تغییر قیمت}} = \frac{\% \Delta Q_s}{\% \Delta P} = \frac{\frac{\Delta Q_s}{Q_s}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{dQ_s}{dP} \cdot \frac{P}{Q_s}$$

$e_s > 1$  عرضه با کشش است

$e_s = 1$  عرضه دارای کشش واحد است

$e_s < 1$  عرضه بی کشش است

مثال : معادله عرضه و تقاضا بصورت زیر است قیمت و مقدار تعادلی و کشش قیمتی عرضه را محاسبه و تفسیر نمائید.

$$P = 100 - Q$$

$$P = -50 + 2Q$$

حل: با مساوی قراردادن معادلات عرضه و تقاضا قیمت و مقدار تعادلی بدست می آید .

$$100 - Q = -50 + 2Q \Rightarrow 3Q = 150 \Rightarrow Q = 50$$

$$P = 100 - Q \stackrel{Q=50}{\implies} P = 100 - 50 = 50$$

$$\frac{dQ_s}{dP} = \frac{1}{2}$$

$$e_s = \frac{dQ_s}{dP} \cdot \frac{P}{Q_s} \Rightarrow e_s = \frac{1}{2} \times \frac{50}{50} = \frac{1}{2}$$

عرضه بدون کشش است.

نمونه سوالات :

وقتی افزایش در قیمت کالا باعث افزایش در تقاضای کالا دیگر می شود .

ب) - دو کالا مکمل هستند . الف) - دو کالا پست هستند.

ج) - دو کالا عادی هستند. د) - دو کالا پست هستند.

اگر کالا پست باشد .

الف) - با فزایش درآمد تقاضا برای کالا کاهش میابد.

ب) - کاهش قیمت تقاضا برای کالا تغییر نمی کند .

ج) - با فزایش قیمت تقاضا برای کالا افزایش می یابد

د)-با افزایش قیمت تقاضا برای کالای دیگر کاهش می یابد.

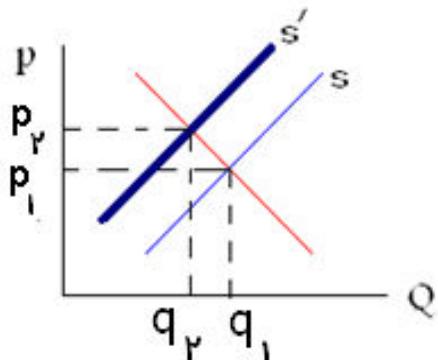
اگر هزینه های تولید افزایش یابد

الف) - قیمت و مقدار تعادلی افزایش می یابد.

ب) - قیمت و مقدار تعادلی کاهش می یابد.

ج) - قیمت تعادلی افزایش و مقدار تعادلی کاهش می یابد..

د) - قیمت تعادلی کاهش و مقدار تعادلی افزایش می یابد.



اگر تابع عرضه بصورت زیر باشد بازی قیمت ۱۵۰ ریال کشش قیمتی عرضه را بدست آورید و تفسیر کنید.

$$P = 100 + 10Q_s, P = 150$$

$$150 = 100 + 10Q_s \Rightarrow 10Q_s = 150 - 100 = 50 \Rightarrow 10Q_s = 50 \Rightarrow Q_s = 5$$

$$\frac{dQ_s}{dP} = \frac{1}{10} \quad e_s = \frac{dQ_s}{dP} \cdot \frac{P}{Q_s} \Rightarrow e_s = \frac{1}{10} \times \frac{150}{5} = 3$$

تفسیر اگر قیمت یک درصد افزایش یابد مقدار عرضه ۳ درصد افزایش می یابد.

معادله تقاضا رابرای کالای X بصورت ذیل است .

الف- کشش قیمتی تقاضا

ب- کشش درآمدی تقاضا

ج- کشش متقاطع تقاضا را محاسبه و آنها را تفسیر نمائید.

$$Q_x = \cdot / \lambda P_x^{-1/5} \times P_y^4 \times I^{-2/5}$$

$$\frac{dQ_x}{dP_x} = 0.8 \times (-1.5) P_x^{-0.5} \times P_y^4 \times I^{-2.5}$$

$$e = \frac{dQ_x}{dP_x} \cdot \frac{P_x}{Q_x} \Rightarrow e = 0.8 \times (-1.5) P_x^{-2.5} \times P_y^4 \times I^{-2.5} \times \frac{P_x}{0.8 P_x^{-1.5} \times P_y^4 \times I^{2.5}} = -1.5 P_x^{-2.5} \cdot P_x \cdot P_x^{1.5}$$

$$e = -1.5$$

تقاضا بی کشش است. اگر قیمت یک درصد افزایش یابد مقدار تقاضا  $1/5$  درصد کاهش میابد.

جواب- ب

$$Q_x = \cdot / \lambda P_x^{-1/5} \times P_y^4 \times I^{-2/5}$$

$$\frac{dQ_x}{dI} = \cdot / \lambda \times (-2/5) P_x^{-1/5} \times P_y^4 \times I^{-2/5}$$

$$e_I = \frac{dQ_x}{dI} \cdot \frac{I}{Q_x} \Rightarrow e = \cdot / \lambda \times (-2/5) P_x^{-1/5} \times P_y^4 \times I^{-2/5} \times (I / (\cdot / \lambda P_x^{-1/5} \times P_y^4 \times I^{-2/5}))$$

$$e_I = -2/5 I^{-3/5} I^{-2/5} I = -2/5$$

کالای پست و اگر درآمد یک درصد افزایش یابد مقدار تقاضا  $2/5$  درصد کاهش می یابد.

$$Q_x = \cdot / \lambda P_x^{-1/4} \times P_y^3 \times I^{-2/4}$$

$$\frac{dQ_x}{dP_y} = \cdot / \lambda (4) P_x^{-1/4} \times P_y^3 \times I^{-2/4}$$

$$e_{xy} = \frac{dQ_x}{dP_y} \cdot \frac{P_y}{Q_x} \Rightarrow e_{xy} = \cdot / \lambda (4) P_x^{-1/4} \times P_y^3 \times I^{-2/4} \times (P_y / (\cdot / \lambda P_x^{-1/4} \times P_y^3 \times I^{-2/4}))$$

$$e_{xy} = 4 \times P_y^3 P_y P_y^{-4} = 4$$

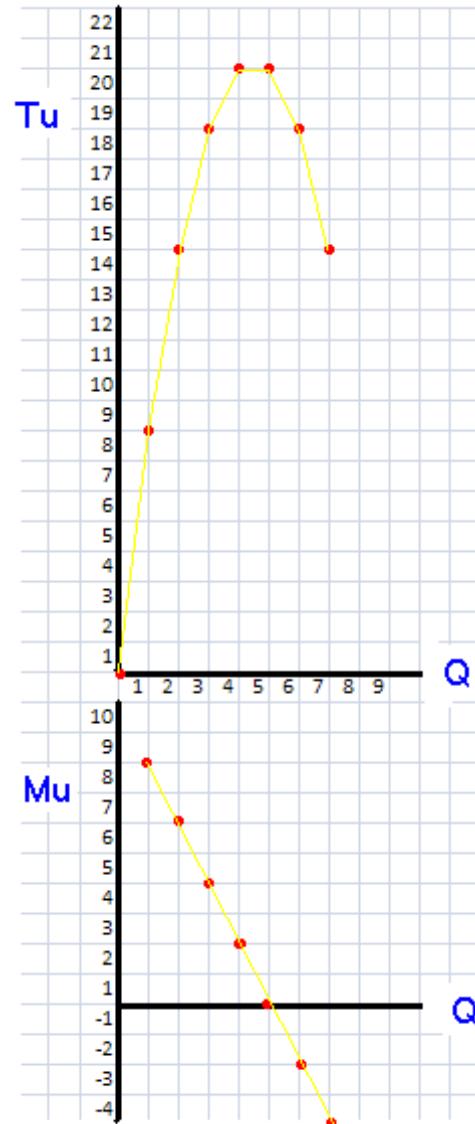
دو کالا جانشین هستند. اگر قیمت کالای Y یک درصد افزایش یابد مقدار تقاضای کالای X چهار درصد افزایش میابد.

### فصل سوم : نظریه رفتار مصرف کننده

**مطلوبیت کل و مطلوبیت نهایی :** با فرض اینکه می توان مطلوبیت را اندازه گیری کرد. همواره یک فرد کالای خاصی را بدین سبب تقاضا می کند که مصرف آن کالا برای او رضایت یا مطلوبیت حاصل بکند. هر اندازه واحدهایی از یک کالا که مورد مصرف فرد قرار میگیرد بیشتر باشد مطلوبیت کل هم بیشتر می شود.اما مطلوبیت اضافی یا مطلوبیت نهایی بدست آمده از مصرف هر واحد اضافی از کالا کاهش می یابد. در سطحی از مصرف که مطلوبیت کل حداقل می شود . مطلوبیت نهایی صفر خواهد بود . که این نقطه را نقطه اشباع می گویند . مصرف واحد های اضافی از کالا باعث کاهش مطلوبیت کل و منفی شدن مطلوبیت نهایی می شود.

مثال : با توجه به جدول زیر به بررسی رابطه مطلوبیت کل و مطلوبیت نهایی و همچنین نمودار های مربوط به هر یک از آنها می پردازیم .

$Q$	$T_u$	$M_u$
•	-	-
۱	۸	۸
۲	۱۴	۶
۳	۱۸	۴
۴	۲۰	۲
۵	۲۰	۰
۶	۱۸	-۲
۷	۱۴	-۴



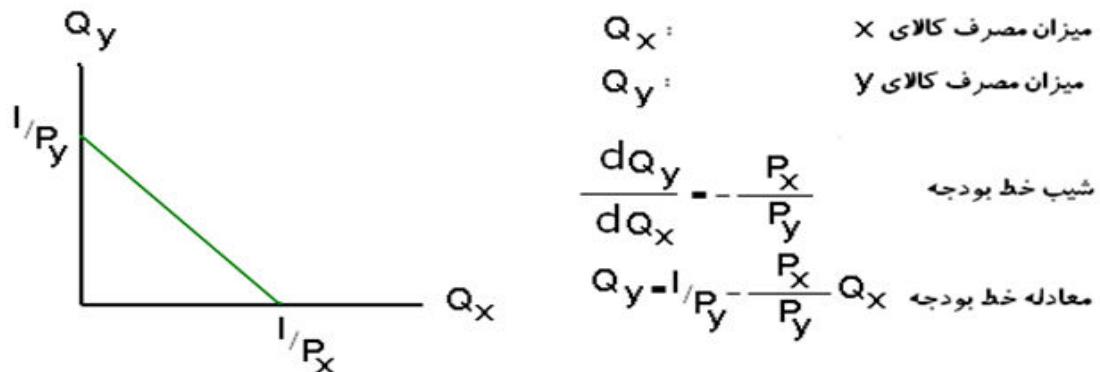
با بررسی جدول فوق و نمودار رسم شده، مشاهده میکنیم که با افزایش میزان مصرف کالا مطلوبیت کل مصرف کننده افزایش ولی مطلوبیت نهایی یا مطلوبیت اضافی ناشی از مصرف یک واحد بیشتر از کالا کاهش یافته است به این پدیده قانون مطلوبیت نهایی نزولی می گوئیم .

نکته: همواره رابطه زیر برقرار است

$$Mu = \frac{dTU}{dQ}$$

خط بودجه:

خط بودجه تمامی ترکیبات دو کالا را که مصرف کننده با توجه به درآمد و قیمتهای کالاها می‌تواند بخرد را نشان وی دهد.



مثال: شیب خط مقابل چقدر است؟

$$10X + 20Y = 600$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{10}{20} = -0.5$$

شرط تعادل مصرف کننده:

مصرف کننده زمانی در تعادل است که با توجه به قیمت کالا و درآمد فرد مطلوبیت یا رضایت کل را از طریق مخارجش به حداکثر برساند. عبارت دیگر مصرف کننده زمانی در تعادل است که درآمدش را طوری خرج کند که مطلوبیت ناشی از آخرين واحد پول خرج شده در مورد کالاهای مختلف یکسان باشد این مطلوبیت بصورت ریاضی چنین بیان می‌شود.

$$\frac{Mu_x}{P_x} = \frac{Mu_y}{P_y}$$

مثال : تابع مطلوبیت مصرف کننده ای از دو کالای X و Y بصوت زیر میباشد اگر درآمد فرد ۲۰۰ ریال باشد و قیمت دو کالا بصورت زیر باشد . ترکیب دو کالا در نقطه تعادل را بدست آورید .

$$TU = 4XY, \quad P_x = 2, \quad P_y = 4$$

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y}$$

$$MU_x = \frac{dTU_x}{dx} = 4y, \quad MU_y = \frac{dTU_y}{dy} = 4x$$

در رابطه تعادل مصرف کننده جاگذاری می کنیم تا معادله خط تعادلی مصرف کننده بدست آید .

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \Rightarrow \frac{4y}{2} = \frac{4x}{4} \Rightarrow x = 2y$$

حال معادله خط بودجه را می نویسیم

$$xP_x + yP_y = I \Rightarrow 2x + 4y = 200$$

معادله خط بودجه را با خط تعادلی مصرف کننده قطع میدهیم تا مقدار مصرفی دو کالا بدست آید .

$$4y + 4y = 200 \Rightarrow 8y = 200 \Rightarrow y = 25, \quad x = 50$$

مفهوم مثال حل شده به این معنی میباشد که خرید تعداد ۲۰ عدد کالای دو ریالی و تعداد ۴۰ عدد کالای چهار ریالی باشد شرط تعادل مصرف کننده یا همان خریدار رعایت و مطلوبیت به حداقل می رسد .

مثال : اگر مطلوبیت نهایی دو کالای X و Y و خط بودجه بصورت زیر باشد مقادیر X و Y را در نقطه تعادل بدست آورید .

$$MU_y = 100 - 4y \quad MU_x = 50 - x$$

$$X + Y = 15$$

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \quad \text{شرط تعادل مصرف}$$

$$\frac{100 - 4y}{1} = \frac{50 - x}{1} \Rightarrow 100 - 4y = 50 - x \Rightarrow x = 4y - 50 \quad \xrightarrow{x=15-y} 15-y = 4y-50$$

$$5y = 65 \quad \Rightarrow \quad y = 13, x = 2$$

مثال : اگر تابع مطلوبیت مصرف کننده ای بصورت زیر باشد ترکیب دو کالای X و Y را در نقطه تعادل بدست آورید.

$$TU = 4X^2 + 2Y^2, P_x = 1, P_y = 2, I = 210$$

$$MU = \frac{dTU}{dx} = 4X$$

$$MU = \frac{dTU}{dy} = 4Y$$

$$\frac{MU_x}{P_x} = \frac{MU_y}{P_y} \quad \text{شرط تعادل مصرف}$$

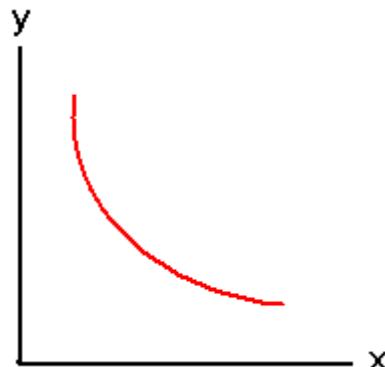
$$\frac{4X}{1} = \frac{4Y}{2} \Rightarrow 4X = 2Y$$

حال خط بودجه را می نویسیم و رابطه بدست آمده را در خط بودجه جاگذاری می کنیم

$$X + 2Y = 210 \quad \xrightarrow{4X = 2Y} X + 2(4X) = 210 \quad \Rightarrow 9X = 210 \quad \Rightarrow X = 23.3 \quad \text{و} \quad Y = 9.3$$

## منحنی های بی تفاوت :

یک منحنی بی تفاوت نشان دهنده ترکیبات مختلفی از دو کالای X و Y می باشد که مطلوبیت یکسانی را به مصرف کننده می دهد.



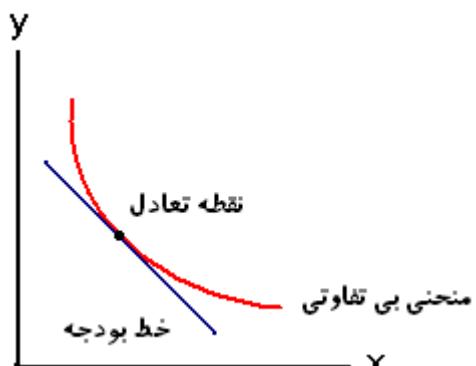
:**(MRS<sub>xy</sub>)** نرخ نهایی جانشین

نرخ نهایی جانشین X برای Y بیانگر آن مقدار از Y است که یک فرد مصرف کننده مایل است به منظور بدست آوردن یک واحد از X از دست بددهد و همچنان روی همان منحنی بی تفاوتی باقی بماند.

$$MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y}$$

## تعادل مصرف کننده :

یک مصرف کننده زمانی در تعادل است که با خطر بودجه داده شده بتواند خود را به بالاترین منحنی بی تفاوتی برساند به عبارتی دیگر تعادل موقعی رخ میدهد که خط بودجه بر منحنی بی تفاوتی مماس شود. در حالت مماس خط بر منحنی شبی دو خط بایگدیگر باشند.



$$MRS_{xy} = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

## ویژگی های منحنی های بی تفاوت:

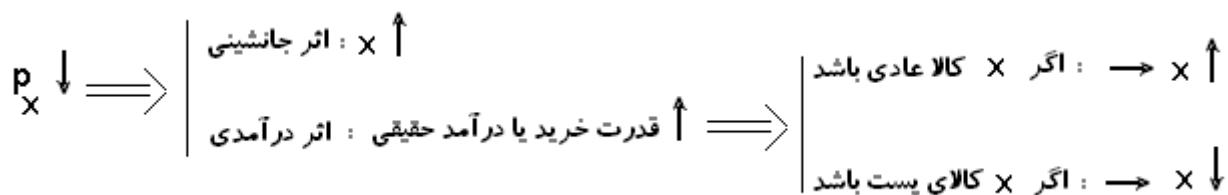
منحنی های بی تفاوتی دارای سه ویژگی ها هستند.

- ۱- دارای شیب منفی هستند
- ۲- نسبت به مبدا مختصات محدب هستند
- ۳- همدیگر را قطع نمی کنند.

**اثر جانشینی و اثر درآمدی :** حرکت از یک نقطه تعادلی به یک نقطه دیگر تعادلی را می توان به دو اثر جانشینی و درآمدی تفکیک کرد.

**اثر جانشینی:** موقعی که قیمت یک کالا کم می شود . فرد این کالا را جانشین سایر کالا هایی می کند که قیمت آنها بدون تغییر مانده است این اثر جانشینی موجب افزایش تقاضا شده از کالایی می شود که قیمت آن کم می شود.

**اثر درآمدی:** اگر قیمت یک کالا کم شود قدرت خرید درآمد ثابت فرد افزایش میابد بعبارتی دیگر درآمد قیمتی او افزایش می یابد در این صورت فرد مایل است اگر کالا یک کالای عادی است مقدار بیشتری از آنرا خریداری نماید و اگر کالا یک کالای پست باشد مایل به خرید مقدار کمتری از آن است.



توجه : اثر جانشینی همواره منفی می باشد. (خلاف جهت هستند) و در مورد اثر درآمدی اگر کالا عادی باشد اثر درآمدی منفی و اگر کالا پست باشد اثر درآمدی مثبت می باشد.

سوال : اثر جانشینی و اثر درآمدی کالای پست بترتیب عبارتست از

الف)- مثبت - مثبت      ب)- مثبت - منفی

ج)- منفی - مثبت      د)- منفی - منفی

مثال تابع مطلوبیت و خط بوجه بصورت ذیل می باشد ترکیب دو کالا را در نقطه تعادل بدست آورید.

$$Tu = Q_1 Q_2 - 2Q_1 \quad \text{و} \quad 4Q_1 + 2Q_2 = 6.$$

$$Mu_1 = \frac{dTu_1}{dQ_1} = Q_2 - 2$$

$$Mu_2 = \frac{dTu_2}{dQ_2} = Q_1$$

$$\frac{Mu_1}{P_1} = \frac{Mu_2}{P_2} \quad \text{شرط تعادل مصرف}$$

$$\frac{Q_2 - 2}{4} = \frac{Q_1}{2} \Rightarrow Q_2 - 2 = 2Q_1 \Rightarrow Q_2 = 2Q_1 + 2 \xrightarrow{\text{جایگزاری در خط بودجه}} 4Q_1 + 2(2Q_1 + 2) = 6.$$

$$4Q_1 + 4Q_1 + 4 = 6 \Rightarrow 8Q_1 = 56 \Rightarrow Q_1 = 7 \quad Q_2 = 16$$

## تابع تولید با یک نهاده متغیر

**تعريف تابع تولید :** تابع تولید برای هر کالا عبارتست از یک معادله، جدول، و یا نمودار که حداقل مقدار کالایی را که با هر یک از مجموعه نهاده‌های مختلف و با استفاده از بهترین تکنولوژی می‌توان تولید کرد را نشان می‌دهد.

### تولید نهایی نیروی کار ( $MP_L$ )

تغییر در تولید که براثر افزودن یک واحد اضافی به نهاده نیروی کار را تولید نهایی نیروی کار می‌نمند اگر تولید کل را با  $TP$  یا  $Q$  و نهاده نیروی کار را با  $L$  نشان دهیم در این صورت تولید نهایی نیروکار یعنی  $MP_L$  به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$MP_L = \frac{\text{تغییر در تولید کل}}{\text{تغییر نیروی کار}} = \frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{\Delta TP}{\Delta L}$$

برای بدست آوردن تولید نهایی نیروی کار باید از تابع تولید کل نسبت به نهاده نیروی کار مشتق بگیریم.

### تولید متوسط نیروی کار ( $AP_L$ )

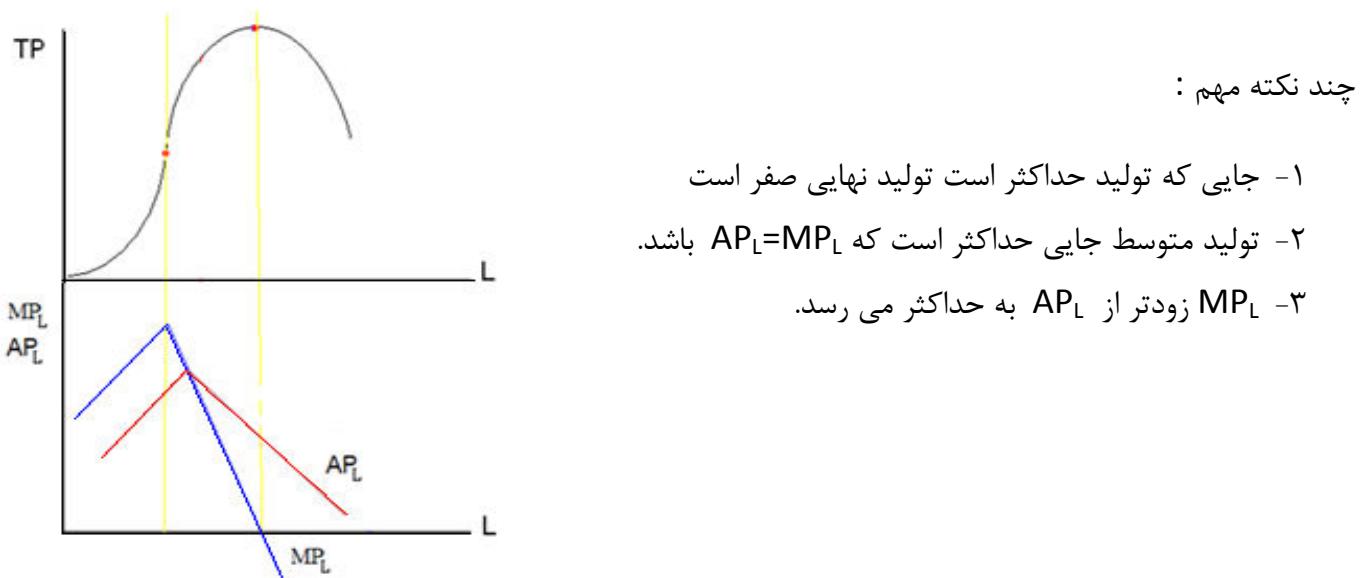
از تقسیم تولید کل به مقدار نهاده نیروی کار بکار گرفته شده، مقدار تولید متوسط نیروی کار یعنی  $AP_L$  بدست می‌آید تولید متوسط نیروی کار را می‌توان به صورت زیر محاسبه کنیم.

$$AP_L = \frac{\text{تولید کل}}{\text{مقدار نیروی کار}} = \frac{Q}{L} = \frac{TP}{L}$$

مثال عددی برای روابط بین تولید کل، تولید نهایی و تولید متوسط

مقدار نیروی کار	تولید کل نهاده نیروی کار ( $TP$ )	تولید نهایی نهاده نیروی کار ( $MP_L$ )	متوسط نهاده نیروی کار ( $AP_L$ )
۰	۰	-	-
۱	۲۰۰	۲۰۰	۲۰۰
۲	۴۲۵	۲۲۵	۲۱۳
۳	۶۶۰	۲۲۵	۲۲۰
۴	۸۸۰	۲۲۰	۲۲۰
۵	۱۰۸۵	۲۰۵	۲۱۷
۶	۱۲۴۰	۱۵۵	۲۰۷
۷	۱۳۵۰	۱۱۰	۱۹۳
۸	۱۴۱۰	۶۰	۱۷۶
۹	۱۴۱۵	۵	۱۵۷
۱۰	۱۴۱۵	-	۱۴۲

روابط بین منحنی های تولید کل، تولید نهایی و تولید متوسط:



اقتصاد دانان با توجه به روابط بین منحنی های تولید متوسط و تولید نهایی مراحل تولید یک بنگاه تولیدی را به سه مرحله تقسیم کرده است.

**مراحله اول تولید:** از مبدا مختصات تا ما کزیمم  $AP_L$

**مراحله دوم تولید:** از ماکزیمم  $AP_L$  تا جائیکه  $MP_L$  صفر شود.

**مراحله سوم تولید:** قسمتی که  $MP_L$  منفی است.

سوال اساسی این است که یک تولید کننده منطقی در کدام یک از این سه مرحله به تولید بپردازد . عبارتی دیگر مرحله اقتصادی تولید کدام مرحله است .

تولید کننده در مرحله سوم، تولید نمی کند چون با تراکم بیش از حد نیروی کار تولید کل کاهش می یابد . در مرحله اول نیز چون استخدام نیروی کار جدید به تولید کل اضافه می کند پس در این مرحله باقی نمی ماند مناسب ترین مرحله تولید مرحله دوم تولید است.

مثال: با توجه به تابع تولید در سطح استخدام  $L=10$  مقادیر تولید کل، تولید نهایی و تولید متوسط چقدر است.

$$Q = 0.2L + 0.9L^2 - 0.005L^3$$

$$\begin{aligned} L &= 10 \\ \Rightarrow Q &= 0.2 \times 10 + 0.9 \times 10^2 - 0.005 \times 10^3 \quad \Rightarrow Q = 2 + 90 - 5 \quad \Rightarrow Q = 87 \end{aligned}$$

$$\frac{dQ}{dL} = 0.2 + 1.8L - 0.015L^2 \stackrel{L=10}{\Rightarrow} \frac{dQ}{dL} = 0.2 + 1.8 \times 10 - 0.015 \times 10^2$$

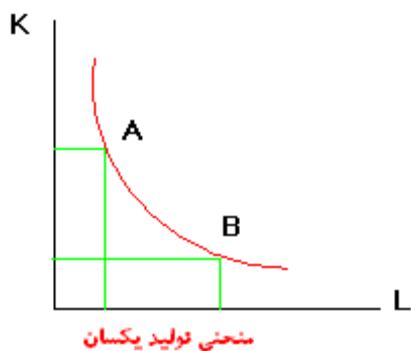
$$\Rightarrow \frac{dQ}{dL} = 0.2 + 18 - 1.5 = 18.7$$

### تابع تولید با دو نهاده متغیر

تا حال تابع تولید با یک نهاده تولیدی متغیر را مورد بررسی قرار دادیم اکنون الگورا کمی گسترش داده و بنگاهی را در نظر می گیریم که مقدار تولید آن تابعی از دو نهاده متغیر نیروی کار ( $L$ ) و سرمایه ( $K$ ) می باشد.

## تعریف منحنی تولید یکسان

منحنی تولید یکسان مکان هندسی ترکیبات متفاوتی از دونهاده تولیدی متغیر است که با فرض ثابت بودن سطح تکنولوژی یک بنگاه می‌توان مقدار ثابتی از محصول را تولید کند.



## نرخ نهائی جانشینی فنی ( $MRTS_{LK}$ )

نرخ نهائی جانشینی فنی معیاری است که نشان می‌دهد که یک تولید کننده برای استخدام یک واحد اضافی از نیروی کار باید چه میزانی نهاده سرمایه را کاهش دهد بطوریکه سطح تولید تغییر نکند.

چند نکته مهم :

۱- نرخ نهائی جانشینی فنی همان شب منحنی تولید است.

$$MRTS_{LK} = - \frac{dK}{dL}$$

۲- نرخ نهائی جانشینی فنی برابر نسبت تولید نهائی دو نهاده می‌باشد.

$$MRTS_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

۳- رابطه قبلی می‌توان نتیجه گرفت.

$$MRTS_{LK} = \frac{MP_L}{MP_K} = - \frac{dK}{dL} = \frac{P_L}{P_K}$$

قیمت نیروی کار و  $P_K$  قیمت سرمایه یا نرخ سرمایه می‌باشد.

مثال : اگر تابع تولید بصورت زیر باشد ترکیب نیروی کار و سرمایه را در نقطه تعادل بدهست آورید.

$$Q = \delta LK$$

$$P_L = 6, P_K = 4, T_C = 48.$$

شرط تعادل را می نویسیم

$$\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K} \Rightarrow MP_L = \frac{dQ}{dL} = \delta K, \Rightarrow MP_K = \frac{dQ}{dK} = \delta L$$

$$\frac{\delta K}{\epsilon} = \frac{\delta L}{\gamma} \Rightarrow \frac{K}{\epsilon} = \frac{L}{\gamma} \Rightarrow \gamma K = \epsilon L \Rightarrow \gamma K = \gamma L$$

خط هزینه یکسان :

$$L.P_L + K.P_K = T_C \Rightarrow 6L + 4K = 48. \quad \xrightarrow{\gamma K = \gamma L} \quad 6L + \epsilon L = 48. \Rightarrow 12L = 48. \Rightarrow$$

$$12L = 48. \Rightarrow L = \frac{48}{12} = 4. \Rightarrow K = 6.$$

مثال : اگر تابع تولید و خط هزینه بنگاهی بصورت زیر باشد . مطلوبست

$$Q = 5K^2L$$

الف - محاسبه بهینه استفاده از نهاده نیروی کار و سرمایه

$$3L + K = 540$$

ب - محاسبه  $MRTS_{LK}$  و تفسیر آن

**الف** : شرط تعادل را می نویسیم

$$\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K} \Rightarrow MP_L = \frac{dQ}{dL} = \delta K \quad \text{و} \quad MP_K = \frac{dQ}{dK} = 10KL$$

$$\frac{\delta K}{\gamma} = \frac{10KL}{1} \Rightarrow \frac{\delta K}{\gamma} = \frac{10L}{1} \Rightarrow K = \epsilon L$$

خط هزینه یکسان :

$$3L + K = 54 \cdot \xrightarrow{K=6L} 3L + 6L = 54 \cdot$$

$$3L + 6L = 54 \cdot \Rightarrow 9L = 54 \cdot \Rightarrow L = 6 \cdot \Rightarrow K = 36 \cdot$$

ب :

$$MRTS_{LK} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{3}{1} = 3$$

برای بدست آوردن یک واحد نیروی کار حاضر هستیم ۳ واحد سرمایه از بدست بدهیم .

مثال : اگر تابع تولید بصورت روبرو باشد. توابع تولید متوسط و تولیدنهاei نیروی کار را بدست آورید.

$$Q = 18 \cdot L + 4L^2 - \frac{1}{3}L^3 \quad \text{و} \quad MP_L = ? \quad \text{و} \quad APL = ?$$

$$MP_L = \frac{dQ}{dL} = 18 + 4 \times 2L - \frac{1}{3}L^2 = 18 + 8L - L^2$$

$$AP_L = \frac{Q}{L} = (18 + 4L^2 - \frac{1}{3}L^3) / L = 18 + 4L - \frac{1}{3}L^2$$

مثال : اگر تابع تولید بصورت روبرو باشد. برای اینکه این بنگاه مقدار تولید را به حداقل برساند جه مقدار نیروی کار و سرمایه نیاز دارد . و همچنین نرخ نهائی جانشین فنی را بدست آورید.

$$Q = 32KL \quad \text{و} \quad P_L = 5 \quad \text{و} \quad P_K = 10$$

شرط تعادل را می نویسیم :

$$\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K} \Rightarrow MP_L = \frac{dQ}{dL} = 32K \quad \text{و} \quad MP_K = \frac{dQ}{dK} = 32L$$

$$\frac{۲K}{۵} = \frac{۲L}{۱۰} \Rightarrow \frac{K}{5} = \frac{L}{10} \Rightarrow ۱۰K = ۵L \Rightarrow ۲K = L$$

خط هزینه را می نویسیم و رابطه بدست آمده را در آن جاگذاری می کنیم.

$$5L + 10K = 400 \quad \xrightarrow{2K=L} \quad 5 \times 2K + 10K = 400 \quad \Rightarrow \quad 20K = 400 \Rightarrow K=20 \quad L=40$$

$$MRTS_{LK} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$