کنترل فرآیندها

۱ ـ دینامیک یک فرآیند توسط معادله دیفرانسیلی به صورت $\ddot{y}+3x\dot{y}+(\sin x)y=2u$ تعریف می‌شود، فضای حالت این سیستم کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}\dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\sin x & -3x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 2\end{bmatrix}u$

۲) $\begin{bmatrix}\dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u$

۳) $\begin{bmatrix}\dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & \sin x\\ 3x & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\end{bmatrix}u$

۴) $\begin{bmatrix}\dot{z}_1\\ \dot{z}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_1\\ z_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u$

۲ ــ تابع تبدیل فضای حالت سیستم مقابل کدام یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟

$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}-10 & -24\\ 1 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}1 & 3\end{bmatrix}x\end{cases}$$

۱) $\dfrac{-(s+3)}{s^2+10s+24}$ ۲) $\dfrac{s-3}{s^2-10s+24}$ ۳) $\dfrac{-s+2}{s^2+5s+10}$ ۴) $\dfrac{s+3}{s^2+10s+24}$

۳ ــ معادله فضای حالت سیستم را طوری بیابید که تابع تبدیل سیستم به صورت زیر باشد؟ (علامت ~ به معنای بردار می‌باشد.)

$$\frac{Y}{U}=\frac{8s+1}{s^2+5s+6}$$

۱) $\begin{cases}\dot{z}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & -5\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u\\ \tilde{y}=\begin{bmatrix}1 & 8\end{bmatrix}\tilde{z}+0u\end{cases}$

۲) $\begin{cases}\dot{\tilde{z}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -24 & -10\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{y}=\begin{bmatrix}0 & 8\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}\tilde{u}\end{cases}$

۳) $\begin{cases}\dot{\tilde{z}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 5 & 6\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{y}=\begin{bmatrix}1 & 8\end{bmatrix}\tilde{z}+0u\end{cases}$

۴) $\begin{cases}\dot{\tilde{z}}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & -5\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}1\\ -1\end{bmatrix}\tilde{u}\\ \tilde{y}=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\tilde{z}+0u\end{cases}$

۴ ــ یک سیستم کنترل با مدل مقابل را در نظر بگیرید. به ازای چه مقادیری از k_1+k_2 قطب‌های سیستم در ‎-۴ و ‎-۵ قرار می‌گیرد؟

$$\begin{cases}\dot{x}=\begin{bmatrix}-k_1 & 0\\ 1 & 2k_2-1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u\\ y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}x\end{cases}$$

۱) ‎-۲   ۲) ۴   ۳) ۳/۵   ۴) هر دو گزینه ۱ و ۳

۵ ــ دینامیک یک فرآیند توسط معادله دیفرانسیلی $-(2a+1)\ddot{y}+(a-3)\dot{y}+y=5u$ داده شده است. به ازای چه مقدار از a دینامیک سیستم پایدار است؟

$-4<a<4$

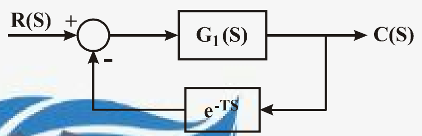
دینامیک سیستم: $-(2a+1)\ddot{y}+(a-3)\dot{y}+y=5u$

۱) $-3<a<3$ ۲) $a>3$ ۳) $a<3$ ۴) $a<-3$

۶ ــ ماتریس انتقال حالت $\varphi(t)$ متناظر با ماتریس سیستم $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -2\end{bmatrix}$ در کدام گزینه آمده است؟

۱) $\begin{bmatrix}e^{-2t}+e^{-t} & 0\\ 0 & e^{-t}\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}e^{2t} & 0\\ 0 & e^{-t}\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}e^{-t} & 0\\ 0 & e^{-2t}\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}e^{-2t} & 0\\ 0 & e^{-2t}+e^{-t}\end{bmatrix}$

۷ ــ اگر حد فاز تابع تبدیل $G_1(s)$ وقتی که $T=0$ است برابر با $(P.M)>0$ باشد. حداکثر میزان تأخیر T در مسیر فیدبک که سیستم حلقه بسته پایدار باشد، کدام است؟ (فرکانس تقاطع بهره را با ω_g نمایش می‌دهیم.)



۱) $T<\dfrac{(P.M)_1}{\omega_g}$

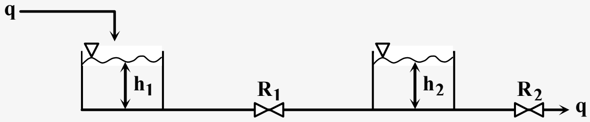
۲) $T>\dfrac{-(P.M)_1}{2\omega_g}$

۳) $-\dfrac{(P.M)_1}{\omega_g}<T<0$

۴) $T>\omega_g(P.M)_1$

۸ ـ دو تانک پشت سر هم مطابق شکل را در نظر بگیرید. در مدل فضای حالت state space ماتریس A کدام گزینه است؟

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$



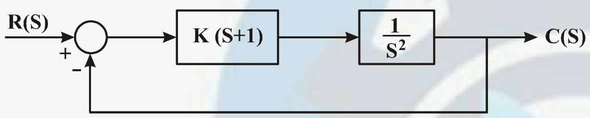
۱) $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \dfrac{\tau_۱ + \tau_۲ + A_۱R_۱}{\tau_۱\tau_۲} & \dfrac{۱}{\tau_۱\tau_۲} \end{bmatrix}$

۲) $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ -\dfrac{\tau_۱ + \tau_۲ + A_۱R_۱}{\tau_۱\tau_۲} & -\dfrac{۱}{\tau_۱\tau_۲} \end{bmatrix}$

۳) $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \dfrac{۱}{\tau_۱\tau_۲} & \dfrac{\tau_۱ + \tau_۲}{\tau_۱\tau_۲} \end{bmatrix}$

۴) $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -\dfrac{۱}{\tau_۱\tau_۲} & -\dfrac{\tau_۱ + \tau_۲}{\tau_۱\tau_۲} \end{bmatrix}$

۹ ـ نمودار جعبه‌ای یک سیستم کنترلی به صورت زیر می‌باشد. مقدار بهره‌ی k به گونه‌ای که مقدار حاشیه‌ی فاز ۶۰° باشد، کدام است؟ (پاسخ به کدام یک از گزینه‌های زیر نزدیک است) $(tg۶۰^\circ = ۱/۷)$



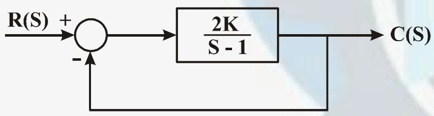
۱) ۲/۵۳

۲) ۱/۴۶

۳) ۰/۵۳

۴) ۳/۳۷

۱۰ ـ یک سیستم کنترلی حلقه بسته در شکل زیر نشان داده شده است، با استفاده از معیار پایداری نایکوئیست مقدار بحرانی k جهت پایداری سیستم کدام است؟



۱) $۰ < k < ۱$

۲) $k > ۱$

۳) $-۱ < k < ۱$

۴) $k > \dfrac{۱}{۲}$

۱۱ ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

۱) نقطه‌ی بحرانی $-۱ + ۰j$ در نمودار قطبی (نمودار نایکوئیست) متناسب با نقطه‌ی $(۰dB, -۱۸۰^\circ)$ در نمایش هندسی نیکولز است.

۲) نمایش هندسی نیکولز برای تعیین پاسخ فرکانس حلقه بسته یک سیستم با استفاده از پاسخ فرکانسی حلقه باز می‌باشد.

۳) با افزایش (کاهش) بهره حلقه باز یک سیستم کنترلی، مکان هندسی $G(j\overline{\omega})$ در دیاگرام لگاریتم اندازه بر حسب فاز به سمت بالا (پایین) در امتداد محور عمودی شیفت پیدا می‌کند.

۴) در فرکانس‌های خیلی پایین، فاز تأخیری از رابطه‌ی $(n - m)\ -۹۰^\circ$ که m درجه صورت و n درجه مخرج می‌باشد، محاسبه می‌گردد.

۱۲ ـ برای یک سیستم کنترلی از مرتبه اول با تابع تبدیل G(s)، خروجی حالت دائم به ورودی سینوسی زیر کدام است؟

$$G(s) = \frac{k}{Ts + ۱} = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

$$x(t) = X \sin \omega t$$

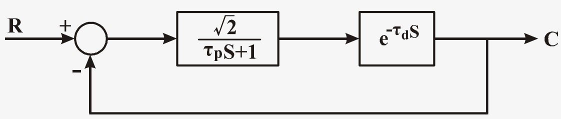
۱) $y_{ss} = \dfrac{+Xk}{\sqrt{(T\omega)^۲ + ۱}} \sin(\omega t + tg^{-۱} ۲\omega T)$

۲) $y_{ss} = \dfrac{-Xk}{\sqrt{(T\omega)^۲ - ۱}} \sin(\omega t - tg^{-۱} ۲\omega T)$

۳) $y_{ss} = \dfrac{Xk}{\sqrt{(T\omega)^۲ + ۱}} \sin(\omega t - tg^{-۱} \omega T)$

۴) $y_{ss} = \dfrac{-Xk}{\sqrt{(T\omega)^۲ + ۱}} \sin(\omega t - tg\sqrt{۲}\omega T)$

۱۳ ـ در مدار فیدبک پایین حد پایداری مدار بسته به ازای چه مقادیری از $\frac{\tau_d}{\tau_p}$ حاصل می‌شود؟



۱) $\frac{۳\pi}{۴}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}\pi}{۲}$

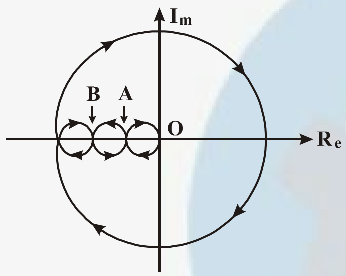
۳) $\frac{\pi}{۲}$

۴) $\frac{\pi}{۴}$

۱۴ ـ کدام‌یک از توابع تبدیل مدار باز سیستم‌های کنترلی زیر می‌تواند ناپایدار باشد؟ (با فرض $\tau > ۰$)

۱) $\frac{k_c}{\tau s+۱}$ ۲) $\frac{k_c(۱-s)}{\tau s+۱}$ ۳) $\frac{k_c}{\tau^۲ s^۲+۲\tau s+۱}$ ۴) $\frac{k_c}{\tau^۲ s^۲+\tau s+۱}$

۱۵ ـ در یک سیستم کنترل تمام قطب‌های سیستم در سمت چپ محور موهومی هستند، و دیاگرام نایکوئیست مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر طول OA برابر دو باشد، تعداد عوامل ناپایدار کننده سیستم کدام گزینه است؟



۱) دو عدد

۲) یک عدد

۳) سیستم پایدار

۴) سیستم در آستانه ناپایداری

کنترل فرآیندها

۱ ـ گزینه «۱»

$$\left.\begin{aligned} z_{۱} &= y \\ z_{۲} &= \dot{z}_{۱} = \dot{y} \\ \dot{z}_{۲} &= \ddot{y} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{cases} \dot{z}_{۱} = z_{۲} \\ \dot{z}_{۲} = ۲u - (\sin x) z_{۱} - ۳x z_{۲} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{۱} \\ \dot{z}_{۲} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ -\sin x & -۳x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{۱} \\ z_{۲} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲ \end{bmatrix} u$$

۲ ـ گزینه «۴»

$$G(s) = C(SI - A)^{-۱}B + D = [۱ \quad ۳] \begin{bmatrix} s + ۱۰ & ۲۴ \\ -۱ & s \end{bmatrix}^{-۱} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} = [۱ \quad ۳] \frac{۱}{s(s+۱۰)+۲۴} \begin{bmatrix} s & -۲۴ \\ ۱ & s+۱۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$= \frac{۱}{s^{۲} + ۱۰s + ۲۴} [۱ \quad ۳] \begin{bmatrix} s \\ ۱ \end{bmatrix} = \frac{s + ۳}{s^{۲} + ۱۰s + ۲۴}$$

۳ ـ گزینه «۱»

$$\frac{Y}{U}=\frac{\frac{۸}{s}+\frac{۱}{s^۲}}{۱+\frac{۵}{s}+\frac{۶}{s^۲}}$$

$$۸su+u=s^۲y+۵sy+۶y \Rightarrow \ddot{y}+۵\dot{y}+۶y=u+۸\dot{u}$$

$$\begin{cases} y=z_۱ \\ \dot{y}=\dot{z}_۱=z_۲ \\ \ddot{y}=\dot{z}_۲=u-۵z_۲-۶z_۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix}\dot{z}_۱\\ \dot{z}_۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۰ & ۱\\ -۶ & -۵\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_۱\\ z_۲\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۰\\ ۱\end{bmatrix}u \\ y=۸z_۲+z_۱=[۱ \quad ۸]\begin{bmatrix}z_۱\\ z_۲\end{bmatrix}+۰u \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}=\begin{bmatrix}۰ & ۱\\ -۶ & -۵\end{bmatrix}\tilde{z}+\begin{bmatrix}۰\\ ۱\end{bmatrix}u \\ \tilde{y}=[۱ \quad ۸]\tilde{z} \end{cases}$$

۴ ـ گزینه «۳»

$$\Delta(s)=\det(SI-A)=۰ \Rightarrow \Delta(s)=\begin{vmatrix} s+k_۱ & ۰ \\ -۱ & s-۲k_۲+۱ \end{vmatrix}=۰$$

$$(s+k_۱)(s-۲k_۲+۱)=s^۲-۲k_۲s+s+k_۱s-۲k_۱k_۲+k_۱=s^۲+(۱+k_۱-۲k_۲)s-۲k_۱k_۲+k_۱$$

$$=(s+۵)(s+۴)=s^۲+۹s+۲۰$$

$$\begin{cases} -۲k_۱k_۲+k_۱=۲۰ \\ ۱+k_۱-۲k_۲=۹ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \begin{cases} k_۱=۰ \\ k_۱=۸ \end{cases} & \begin{cases} k_۱=۵ \\ k_۲=-۱/۵ \end{cases} \\ \begin{cases} k_۲=-۴ \\ k_۲=۰/۵ \end{cases} & \begin{cases} k_۱=۴ \\ k_۲=-۲ \end{cases} \end{matrix}$$

۵ ـ گزینه «۳»

$$z_۱=y$$

$$\dot{z}_۱=\dot{y}=z_۲$$

$$\dot{z}_۲=\ddot{y}=\frac{-۵}{(۲a+۱)}u+\frac{(a-۳)}{(۲a+۱)}z_۲+\frac{۱}{(۲a+۱)}z_۱$$

$$\dot{z}=\underbrace{\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ \frac{۱}{(۲a+۱)} & \frac{(a-۳)}{(۲a+۱)} \end{bmatrix}}_{A}\begin{bmatrix}z_۱\\ z_۲\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۰ \\ \frac{-۵}{(۲a+۱)} \end{bmatrix}u$$

$$\det(SI-A)=0 \Rightarrow \begin{vmatrix} s & -1 \\ \dfrac{-1}{(2a+1)} & s-\dfrac{(a-3)}{(2a+1)} \end{vmatrix} = s^2-(\frac{a-3}{2a+1})s-(\frac{1}{2a+1})=0$$

شرط پایداری $\frac{a-3}{2a+1}<0 \Rightarrow -a<-3 \Rightarrow a<3$ & $\frac{1}{2a+1}>0$ برقرار است

مقادیر ویژه ماتریس سیستم در نمایش فضای حالت معادل قطب‌ها یا ریشه‌های مشخصه سیستم هستند، لذا با محاسبه مقادیر ویژه این ماتریس می‌توان به راحتی پایداری سیستم را مورد تحلیل و بررسی قرار داد.

۶ ـ گزینه «۳»

$$\varphi(t)=L^{-1}\{(SI-A)^{-1}\}$$

$$SI-A=\begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ 0 & s+2 \end{bmatrix} \Rightarrow (SI-A)^{-1}=\frac{1}{(s+1)(s+2)}\begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ 0 & s+1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{s+2} \end{bmatrix} \Rightarrow \varphi(t)=\begin{bmatrix} e^{-t} & 0 \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}$$

۷ ـ گزینه «۱»

$$G_1H_1(J\omega)=G_1(J\omega)\ ,\ H_1(J\omega)=1$$

فرکانس تقاطع بهره : $|G_1H_1(j\omega_g)|=|G_1(j\omega_g)|=1 \Rightarrow (P.M)_1=\angle G_1(j\omega_g)+180^\circ$

$$GH(j\omega)=G_1(j\omega)e^{-j\omega T} \Rightarrow |GH(j\omega_g)|=|G_1(j\omega_g)||e^{-j\omega_g T}|=|G_1(j\omega_g)|=1$$

$$\Rightarrow P.M=\angle GH(j\omega_g)+180^\circ=\angle[G_1(j\omega_g)e^{-j\omega_g T}]+180^\circ=\angle G_1(j\omega_g)-\omega_g T+\pi=(P.M)_1-\omega_g T$$

$$P.M=(P.M)_1-\omega_g T>0 \Rightarrow T<\frac{(P.M)_1}{\omega_g}$$

* بر اساس این تست یکی از روش‌های به دست آوردن حداکثر تأخیر در سیستم که تابع تبدیل حلقه بسته پایدار بماند، مشخص می‌شود. در ابتدا فرض می‌کنیم $T=0$ پس حد فاز سیستم بدون تأخیر $(P.M)_1$ را محاسبه کرده و با تقسیم آن بر فرکانس تقاطع بهره ω_g حداکثر تأخیر مجاز به دست می‌آید.

۸ ـ گزینه «۴»

$$\begin{cases} A_1\dfrac{dh_1}{dt}=q-\dfrac{h_1}{R_1} \\ A_2\dfrac{dh_2}{dt}=\dfrac{h_1}{R_1}-\dfrac{h_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dh_1}{dt}=\dfrac{q}{A_1}-\dfrac{h_1}{A_1R_1} \\ \dfrac{dh_2}{dt}=\dfrac{h_1}{A_2R_1}-\dfrac{h_2}{A_2R_2} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -\dfrac{1}{A_1R_1} & 0 \\ \dfrac{1}{A_2R_1} & -\dfrac{1}{A_2R_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \dfrac{1}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix}q \Rightarrow [h_2]=[0 \quad 1]\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix}+[0 \quad 0]\begin{bmatrix} q \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow D=\frac{d}{dt} \Rightarrow \begin{cases} A_1Dh_1=q-\dfrac{h_1}{R_1} \\ A_2Dh_2=\dfrac{h_1}{R_1}-\dfrac{h_2}{R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (A_1D+\dfrac{1}{R_1})h_1=q \\ (A_2D+\dfrac{1}{R_2})h_2=\dfrac{h_1}{R_1} \end{cases}$$

$$h_1=\frac{q}{(A_1D+\frac{1}{R_1})} \Rightarrow (A_2D+\frac{1}{R_2})h_2=\frac{q}{R_1(A_1D+\frac{1}{R_1})}$$

$$\Rightarrow (A_2D+\frac{1}{R_2})(A_1D+\frac{1}{R_1})h_2=\frac{q}{R_1} \Rightarrow (A_1A_2D^2+(\frac{A_2}{R_1}+\frac{A_1}{R_2})D+\frac{1}{R_1R_2})h_2=\frac{q}{R_1}$$

$$\tau_1=A_1R_1 \;,\; \tau_2=A_2R_2$$

$$\xrightarrow{*R_1R_2}(A_1R_1A_2R_2D^2+(A_2R_2+A_1R_1)D+1)h_2=R_2q$$

$$\Rightarrow \tau_1\tau_2D^2h_2+(\tau_1+\tau_2)Dh_2+h_2=R_2q \Rightarrow \tau_1\tau_2\frac{d^2h_2}{dt^2}+(\tau_1+\tau_2)\frac{dh_2}{dt}+h_2=R_2q$$

$$y=\frac{dh_2}{dt} \Rightarrow \frac{dy}{dt}=\frac{d^2h_2}{dt^2} \Rightarrow \frac{dy}{dt}=-\frac{1}{\tau_1\tau_2}h_2-\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_1\tau_2}y+\frac{R_2}{\tau_1\tau_2}q$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} h_2 \\ y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \dfrac{-1}{\tau_1\tau_2} & -\dfrac{\tau_1+\tau_2}{\tau_1\tau_2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} h_2 \\ y \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{R_2}{\tau_1\tau_2} \end{bmatrix}$$

۹ ـ گزینه «۲»

$$g(S)=\frac{K(S+1)}{S^2}$$

$$\Rightarrow G(j\omega)=\frac{k(j\omega+1)}{(j\omega)^2}, \angle G(j\omega)=\angle k+\angle(j\omega+1)-\angle(j\omega)^2$$

$$\angle G(j\omega)=0+tg^{-1}\omega-2tg^{-1}(\frac{\omega}{0})=tg^{-1}\omega-2(90^\circ)$$

$$\angle G(j\omega)=tg^{-1}\omega-180^\circ$$

حاشیه فاز $=60^\circ$, $P.M=180+\rho$, $P.M=$ حاشیه فاز $\rho=(\omega_g$ زاویه تابع تبدیل حلقه باز)

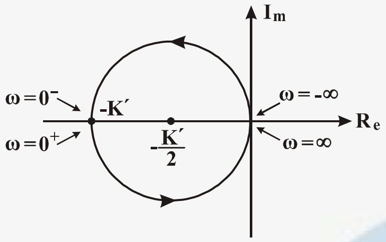
در $\omega_g=$ gain crossover frequency $\Rightarrow 60^\circ=180+\varphi \Rightarrow \varphi=-120^\circ$

$$\angle G(j\omega_g)=-120^\circ=tg^{-1}\omega-180 \Rightarrow tg^{-1}\omega=60^\circ \Rightarrow \omega=107 \Rightarrow \omega=1/7$$

$$|G(j\omega_g)| = \frac{k\,|j\omega_g + ۱|}{\omega_g^۲} = \frac{k\sqrt{\omega_g^۲ + ۱}}{\omega_g^۲} = \frac{k\sqrt{۲.۸۹ + ۱}}{۲/۸۹} = ۱$$

$$k\sqrt{۳/۸۹} = ۲/۸۹ \Rightarrow k = ۱/۴۶$$

۱۰ ـ گزینه «۴»



$$GH(S) = \frac{۲k}{s-۱}, H = ۱\ ,\ ۲k = k'$$

$$GH(S) = G(S) = \frac{۲k}{s-۱} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{۲k}{j\omega - ۱} = \frac{k'}{j\omega - ۱}$$

نمودار قطبی تابع تبدیل حلقه باز سیستم کنترلی فوق یک دایره به مرکز $(-\frac{k'}{۲}, ۰)$ و شعاع $\frac{k'}{۲}$ است: سیستم فوق یک قطب در سمت راست صفحه S قرار دارد.

$$\Rightarrow Z = N + P \Rightarrow Z = N + ۱ \quad (p = ۱)$$

$۰ = N + ۱ \Rightarrow N = -۱ \Leftarrow$ برای پایداری سیستم $z = ۰$ باشد

$$-k' < -۱ \Rightarrow k' > ۱ \Rightarrow ۲k > ۱ \Rightarrow k > \frac{۱}{۲}$$

۱۱ ـ گزینه «۳»

$$G(j\omega) = \frac{k}{Tj\omega + ۱} \Rightarrow |G(j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{(T\omega)^۲ + ۱}}$$

$$y_{ss}(t) = y\sin(\omega t + \varphi)\ ,\ y = |G(j\omega)|\,x = \frac{xk}{\sqrt{(T\omega)^۲ + ۱}}$$

$$y_{ss}(t) = \frac{xk}{\sqrt{(T\omega)}}\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\varphi = \angle y(j\omega) = \angle x(j\omega) + \angle G(j\omega) = ۰ + \angle G(j\omega) = \angle G(j\omega)$$

$$\Rightarrow \varphi = -tg^{-1}\omega T$$

$$y_{ss}(t) = \frac{xk}{\sqrt{(T\omega)^{۲}+۱}}\sin(\omega t - tg^{-1}\omega T)$$

۱۲ـ گزینه «۱»

$$G(S) = \frac{\sqrt{۲}e^{-t_d s}}{(T_p s+۱)} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{\sqrt{۲}e^{-t_d j\omega}}{(T_p j\omega+۱)}$$

$$|G(j\omega_g)| = ۱ \Rightarrow \frac{|\sqrt{۲}e^{-j\omega_g t_d}|}{|۱+j\omega_g T_p|} = ۱ \Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{\omega_g^۲ T_p^۲+۱}} = ۱$$

$$(\omega_g^۲ T_p^۲+۱) = \sqrt{۲} \Rightarrow \omega_g^۲ = \frac{۱}{T_p^۲} \Rightarrow \omega_g = \frac{۱}{T_p}$$

$P.M$ حاشیه فاز $=۱۸۰+\angle\cos(j\omega_g) = \pi + \angle G(j\omega_g) \angle G(j\omega_g) = \angle e^{-j\omega_g \tau_d} - \angle ۱ + j\omega_g\tau_p = -\omega_g\tau_d - t_g^{-۱}\omega_g\tau_p$

$$P.M = \pi + (-\frac{\tau_d}{\tau_p} - tg^{-۱}۱) = \pi - \frac{\tau_d}{\tau_p} - \frac{\pi}{۴} = \frac{۳\pi}{۴} - \frac{\tau_d}{\tau_p}$$

سیستم‌های هم‌فاز $P.M > ۰ \Rightarrow \frac{۳\pi}{۴} > \frac{\tau_d}{\tau_p}$

* در صورت اشتباه در محاسبات و نحوه درست محاسبه کردن محدوده فاز و فهم اینکه سیستم مینیمم هم‌فاز می‌باشد و جهت پایداری باید $P.M > ۰$ باشد از نکات این تست می‌باشد که با دانستن این مفاهیم داوطلب گزینه درست را محاسبه می‌کند.

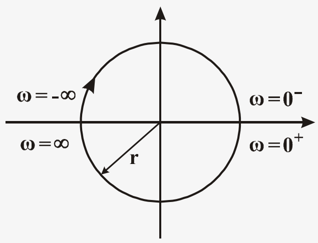
۱۳ـ گزینه «۲»

$G_۱(S) = \frac{k_c}{\tau s+۱} \Rightarrow S = -\frac{۱}{t} < ۰$ سیستم پایدار است.

$G_۲(s) = \frac{k_c}{\tau^۲ s^۲ + \tau s + ۱}$, $G_۳(s) = \frac{k_c}{\tau^۲ s^۲ + ۲\tau s + ۱}$ هر دو سیستم پایدار است. $\tau > ۰$

$$G_۴(s) = \frac{k_c(۱-s)}{\tau s+۱}$$

شرایط پایداری $۱ > k_c > ۰$ پس $G_۴$ فقط در $۱ > k_c > ۰$ پایدار می‌باشد.



نمودار نایکوئیست $G_۴$

۱۴ ـ گزینه «۱»

تعداد قطب‌های حلقه باز که در سمت راست محور موهومی قرار دارند، برابر با صفر است. با توجه به شکل مسأله نمـودار نایکوئیـست ($OA = ۲$) دوبار نقطه ۱- را دور می‌زند.

$$N = ۲ \Rightarrow Z = N + P = ۲ + ۰ = \Delta Z = ۲$$

در نتیجه تعداد قطب‌های حلقه‌های بسته که در سمت راست محور موهومی قرار دارند برابر با ۲ است ($Z = ۲$) یـا بـه عبـارتی دیگـر ۲ ریـشه از معادله مشخصه سیستم کنترلی در سمت راست محور موهومی قرار دارند، در نتیجه سیستم ناپایدار است و تعداد عوامل ناپایدار کننده، دو تا است (دو قطب ناپایداری برای سیستم حلقه بسته).

کنترل فرآیندها

۱ ـ تبدیل لاپلاس تابع زیر کدام است؟

$$C(t) = u(t-۳)\left[۱ - e^{\frac{-(t-۳)}{۴}}\right]$$

۱) $\dfrac{۱}{s(۴s+۱)}$

۲) $\dfrac{e^{-۳s}}{s(۴s+۱)}$

۳) $\dfrac{e^{۳s}}{s(۴s+۱)}$

۴) $\dfrac{۱}{s(۴s-۱)}$

۲ ـ پاسخ متغیر خروجی $y(t)$ در برابر تابع پله‌ای واحد برای معادله دیفرانسیل زیر کدام است؟ (شرایط اولیه در حالت پایا باشد.) $(y(\circ) = \circ)$

$$a_۲ \frac{d^۲y(t)}{dt^۲} + a_۱ \frac{dy(t)}{dt} + a_\circ y(t) = bx(t)$$

$$a_\circ = ۱ \,,\, a_۱ = ۱\circ \,,\, a_۲ = ۹ \,,\, b = ۲$$

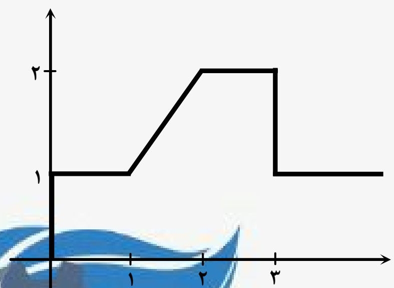
۱) $y(t) = -۲/۲۵e^{-\frac{t}{۹}} + \circ/۲۵e^{-t} + ۲u(t)$

۲) $y(t) = (-\frac{۲}{۳}t - ۲)e^{-\frac{t}{۳}} + ۲u(t)$

۳) $y(t) = -۲/۲۵e^{\frac{t}{۹}} + \circ/۲۵e^{t} - ۲u(t)$

۴) $y(t) = (-\frac{۲}{۳}t - ۲)e^{\frac{t}{۳}} - ۲u(t)$

۳ ـ تبدیل لاپلاس شکل مقابل، کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟



۱) $\dfrac{e^{-s} + e^{-۲s}}{s} + \dfrac{۱ - e^{-۳s}}{s^۲}$

۲) $\dfrac{e^{-s} + e^{-۲s}}{s^۲} + \dfrac{۱ - e^{-۳s}}{s}$

۳) $\dfrac{e^{-s} - e^{-۲s}}{s} + \dfrac{۱ - e^{-۳s}}{s^۲}$

۴) $\dfrac{e^{-s} - e^{-۲s}}{s^۲} + \dfrac{۱ - e^{-۳s}}{s}$

۴ ـ جواب معادله زیر کدام است؟

$$\int_{\circ}^{t} y(\tau)\,d\tau = \frac{dy(t)}{dt}\ ;\ y(\circ)=۱$$

$$L\left\{\frac{S}{S^{۲}-a^{۲}}\right\}=\cosh(at)$$

$$L\left\{\frac{a}{S^{۲}-a^{۲}}\right\}=\sinh(at)$$

۱) $\cosh t$
۲) $\sinh t$
۳) $t\cosh(۲t)$
۴) $t\sinh(۲t)$

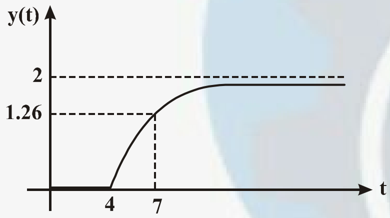
۵ ـ فرآیندی با تابع تبدیل نامشخص، یک ورودی پالس (ضربه) به آن اعمال می‌شود. خروجی فرآیند با دقت بالایی اندازه‌گیری شده است و با تابع $y(t)=te^{-t}$ نمایان‌گر پاسخ می‌باشد. تابع تبدیل فرآیند برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{s}{(s+۱)^{۴}}$ ۲) $\frac{۱}{(s+۱)^{۲}}$ ۳) $\frac{-s}{(s+۱)^{۴}}$ ۴) $\frac{-۱}{(s+۱)^{۲}}$

۶ ـ کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد رفتار پاسخ سیستم صحیح <u>نمی‌باشد</u>؟

۱) اگر ریشه‌های تابع تبدیل فرآیند دارای جزء حقیقی مثبت، منفی و یا صفر باشد تغییرات دامنه آن به ترتیب غیر میرا، میرا و با دامنه ثابت خواهد بود.
۲) اگر ریشه‌های تابع تبدیل فرآیند دارای جزء موهومی باشد رفتار نوسانی خواهد داشت و در غیر این صورت فاقد نوسان است.
۳) قرار گرفتن ریشه معادله مشخصه سیستم در سمت راست محور موهومی، موجب غیر میرا شدن آن می‌شود.
۴) قرار گرفتن ریشه‌های معادله مشخصه فرآیند بر محور موهومی، پاسخ با دامنه ثابت برحسب زمان نوسان می‌کند و اگر ریشه‌ها تکراری باشد دامنه نوسان به صورت یک سری توانی با زمان کاهش می‌یابد.

۷ ـ پاسخ یک سیستم به ورودی پله‌ای واحد به صورت شکل مقابل است؛ تابع انتقال این سیستم به چه صورت است؟



۱) $\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{e^{-۴s}}{۳s+۱}$ ۲) $\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{e^{-۴s}}{۷s+۱}$

۳) $\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{e^{-۷s}}{۳s+۱}$ ۴) $\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{e^{-۷s}}{۴s+۱}$

۸ ـ تابع تبدیل یک سیستم به صورت $G(s)=\frac{۶}{(۳s+۲)}$ می‌باشد. مقدار تغییر در خروجی سیستم برای یک تغییر پله‌ای به اندازه ۴ واحد در ورودی به سیستم برابر با کدام گزینه است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

۹ ـ مقدار نهایی تابع $F(s)=\frac{s^{۲}+۴}{s^{۳}+۳s^{۲}+s}$ کدام‌یک از مقادیر می‌باشد؟

۱) صفر ۲) ۴− ۳) ۲− ۴) ۴

۱۰ ـ یک ورودی سینوسی به شکل $X(t)=۲\sin(t)$ اگر به یک سیستم درجه اول با ثابت زمانی ۱ قرار گیرد، خروجی این سیستم پس از گذشت زمان طولانی چقدر خواهد شد؟

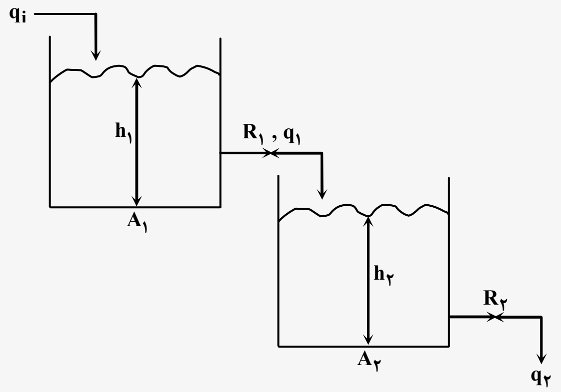
۱) $y(t)=\sqrt{۲}\cos(t-\frac{\pi}{۴})$ ۲) $y(t)=\sqrt{۲}\sin(t-\frac{\pi}{۴})$ ۳) $y(t)=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\cos(t+\frac{\pi}{۳})$ ۴) $y(t)=\sqrt{۲}\sin(t-\frac{\pi}{۳})$

۱۱ ـ معادله پایین بیانگر معادله آرینوسی است که، وابستگی ضرایب سرعت واکنش شیمیایی به دما را نشان می‌دهد. برای واکنشی با ضریب $k(\bar{T})=۱۰۰S^{-۱}$ و انرژی فعالیت $E=۲۲۰۰۰\frac{kcal}{kmol}$، رابطه خطی معادله آرینوس حول نقطه $\bar{T}=۲۲۷^{\circ}C$ کدام است؟ (ثابت قانون گازهای ایده‌آل $R=۲\frac{Cal}{kmol.K}$ و معادله آرینوسی $k[T(t)]=k_{\circ}e^{-\frac{E}{RT(t)}}$)

۱) $k=۱۰۰+۲۲۰۰[T-۲۲۷]$ ۲) $k=۱۰۰+۴/۴[T-۲۲۷]$

۳) $k=۱۰۰-۲۲۰۰[T+۲۲۷]$ ۴) $k=۱۰۰-۴/۴[T+۲۲۷]$

۱۲ـ سیستم غیر تداخلی سطح مایع مطابق شکل پایین است. نسبت $\frac{H_2(s)}{H_1(s)}$ کدام عبارت است؟ (τ_1 و τ_2 ثابت زمانی دو تانک هستند و R_1 و R_2 مقاومت‌های شیر هستند. A_1 و A_2 هم سطح تانک‌ها می‌باشند و q_1 و q_2 دبی جریان‌ها می‌باشند.)



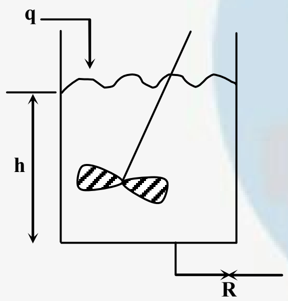
۱) $\frac{H_2(s)}{H_1(s)}=\frac{1}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2)s+1}$

۲) $\frac{H_2(s)}{H_1(s)}=\frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2)s+1}$

۳) $\frac{H_2(s)}{H_1(s)}=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2)s+1}$

۴) $\frac{H_2(s)}{H_1(s)}=\frac{R_1}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2)s+1}$

۱۳ـ مطابق شکل زیر اگر ثابت زمانی برابر $60\,sec$ و دبی حجمی سیالی که وارد مخزن سطح مایع می‌شود برابر با $4\frac{m^3}{min}$ باشد؛ اگر در لحظه $t=0\,sec$ دبی حجمی به طور ناگهانی $14\frac{m^3}{min}$ شود و بعد سپری شدن ۰/۲ دقیقه به مقدار اولیه‌اش باز گردد، $H(s)$ چقدر است؟ (شیر هم‌خطی با مقاومت R است.)



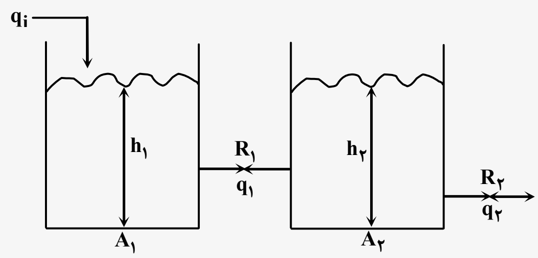
۱) $H(s)=\frac{10R}{s+1}\left[\frac{1}{s}-\frac{e^{-0.2s}}{s}\right]$

۲) $H(s)=10R(s+1)(\frac{1}{s}-\frac{e^{-0.2s}}{s+1})$

۳) $H(s)=10R(s+1)$

۴) $H(s)=\frac{1}{s}-\frac{e^{-0.2s}}{s+1}$

۱۴ـ در یک سیستم تداخلی مطابق شکل زیر نسبت $\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}$ کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌باشد؟



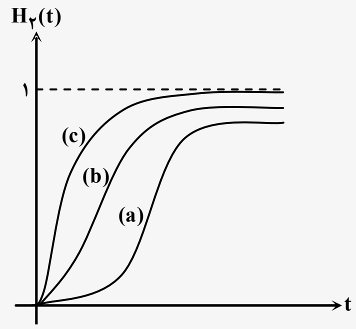
۱) $\frac{R_1}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+A_1R_2)s+1}$

۲) $\frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+A_1R_2)s+1}$

۳) $\frac{R_1}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+A_2R_1)s+1}$

۴) $\frac{R_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$

۱۵ ـ مطابق شکل زیر، کدام‌یک از گزینه‌هاپاسخ یک سیستم به یک ورودی پله‌ای را به طور صحیح بیان می‌کند؟



۱) a (درجه دوم متوالی تداخلی)، b (درجه اول متوالی غیر تداخلی)، c (درجه اول)

۲) a (درجه دوم متوالی غیرتداخلی)، b (درجه اول متوالی غیرتداخلی)، c (درجه اول متوالی تداخلی)

۳) a (درجه اول متوالی غیر تداخلی)، b (درجه دوم متوالی غیر تداخلی)، c (درجه اول)

۴) a (درجه اول متوالی غیر تداخلی)، b (درجه اول)، c (درجه دوم متوالی تداخلی)

کنترل فرآیندها

۱ ـ گزینه «۲»

جمله $u(t-3)$ در این عبارت نشان می‌دهد که تابع برای مقادیر $t<3$ صفر است. در واقع تابع $u(t-3)$ تغییر از صفر به یک در $t=3$ است، بنابراین حضور تابع پله‌ای، بقیه تابع را برای $t \geq 3$ تغییر نمی‌دهد.

$$C(t)=f(t-3)=u(t-3)\left[1-e^{-\frac{(t-3)}{4}}\right] \Rightarrow f(t)=u(t)\left[1-e^{-\frac{t}{4}}\right]$$

$$f(t)=u(t)-u(t)e^{-\frac{t}{4}} \Rightarrow L\left[f(t)\right]=F(s)=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{1}{4}}=\frac{1}{s(4s+1)}$$

پس قضیه انتقال حقیقی را به کار می‌بریم.

$$C(s)=L\left[f(t-3)\right]=e^{-3s}F(s) \Rightarrow C(s)=\frac{e^{-3s}}{s(4s+1)}$$

۲ ـ گزینه «۱»

از طرفین معادله دیفرانسیل لاپلاس می‌گیریم: $L\left[\frac{d^2y(t)}{dt^2}\right]=s^2Y(s)-sy(0)-\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0}$

$$L\left[\frac{dy(t)}{dt}\right]=sY(s)-y(0)$$

با توجه به این‌که در صورت سوال ذکر شده «شرایط اولیه را در حالت پایا در نظر بگیرید» بنابراین $\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0}=0$ (یعنی y در لحظه $t=0$ با زمان تغییر نمی‌کند)

$$Y(s)=\frac{bX(s)+(a_2s+a_1)y(0)+a_2\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0}}{a_2s^2+a_1s+a_0}$$

تعریف تغییر انحراف: $\bar{y}=y(t)-y(0) \Rightarrow Y(s)=\left[\frac{b}{a_2s^2+a_1s+a_0}\right]X(s)$

ورودی: $x(t)=u(t) \Rightarrow X(s)=\frac{1}{s} \Rightarrow y(t)=L^{-1}\left[\frac{b}{a_2s^3+a_1s^2+a_0s}\right]$

$y(t)=L^{-1}\left[\frac{2}{9s^2+10s+1}\frac{1}{s}\right] \Rightarrow$ ریشه‌های معادله: $\begin{cases} r_1=-\frac{1}{9} \Rightarrow y(s)=\frac{2}{9(s+\frac{1}{9})(s+1)}\frac{1}{s} \\ r_2=-1 \end{cases}$

$$y(s)=\frac{A_۱}{s+\frac{۱}{۹}}+\frac{A_۲}{s+۱}+\frac{A_۳}{s} \Rightarrow \begin{cases} A_۱=-۲/۲۵ \\ A_۲=۰/۲۵ \\ A_۳=۲ \end{cases} \Rightarrow y(t)=-۲/۲۵e^{-\frac{t}{۹}}+۰/۲۵e^{-t}+۲u(t)$$

۳ ـ گزینه «۴»

$$f(t)=u(t)+(t-۱)u(t-۱)-(t-۲)u(t-۲)-u(t-۳)$$

$$L[f(t)]=\frac{۱}{s}+(-\frac{d}{ds}\frac{۱}{s})e^{-s}-(-\frac{d}{ds}\frac{۱}{s})e^{-۲s}-(\frac{۱}{s})e^{-۳s}$$

$$L[f(t)]=F(s)=\frac{۱}{s}+\frac{e^{-s}}{s^۲}-\frac{e^{-۲s}}{s^۲}-\frac{e^{-۳s}}{s}=\frac{۱-e^{-۳s}}{s}+\frac{e^{-s}-e^{-۲s}}{s^۲}$$

خواص مورد استفاده : $\begin{cases} L[f(t-t_۰)]=e^{-st_۰}F(s) \\ L[tf(t)]=-\frac{d}{ds}F(s) \end{cases}$

۴ ـ گزینه «۱»

$$L \Rightarrow L\left\{\int_۰^t y(\tau)dt\right\}=L\left\{\frac{dy(t)}{dt}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{s}y(s)=sy(s)-y(۰)$$

$$\frac{۱}{s}y(s)=sy(s)-۱ \Rightarrow y(s)=\frac{s}{s^۲-۱} \Rightarrow y(t)=L^{-۱}\{y(s)\}=L^{-۱}\left\{\frac{s}{s^۲-۱}\right\}=\cosh(t)$$

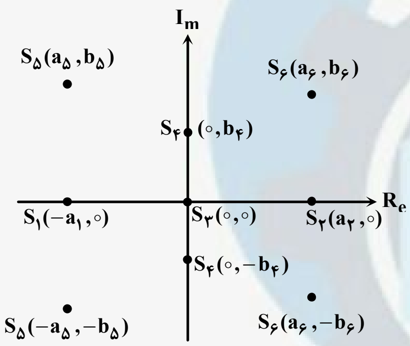
۵ ـ گزینه «۲»

$$X(s)=1\ ,\ \ y(t)=te^{-t}$$

$$Y(s)=L\left[y(t)\right]=\frac{1}{(s+1)^2}\Rightarrow G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{1}{(s+1)^2}$$

۶ ـ گزینه «۴»

نکات مهم: چگونه براساس دانستن موقعیت ریشه‌ها در صفحه مختصات موهومی می‌توانیم به طور کیفی رفتار پاسخ را پیش‌بینی کنیم.



تابع نمایی میرا با زمان $S_1 : e^{-a_1 t}$

تابع نمایی غیرمیرا با زمان $S_2 : e^{a_2 t}$

عدد ثابت ۱: S_3

تابع نوسانی دایم $S_4 : c_1 \sin b_4 t + c_2 \cos b_4 t$

تابع نوسانی کاهنده با زمان $S_5 : e^{-a_5 t}\left[c_1 \sin b_5 t + c_2 \cos b_5 t\right]$

تابع نوسانی با دامنه افزایش زمان $S_6 : e^{a_6 t}\left[c_1 \sin b_6 t + c_2 \cos b_6 t\right]$

۷ ـ گزینه «۱»

اگر به سیستم درجه اول $G(s)=\frac{۱}{\tau s+۱}$، ورودی پله‌ای با دامنه A اعمال شود، خروجی به صورت $y(t)=A(۱-e^{-\frac{t}{a}})$ است. مشخص است که تابع مربوط به سیستم نشان داده شده در شکل به صورت روبرو است:

$$y(t)=۲(۱-e^{-\frac{(t-۴)}{۳}})\to t=۴\to y(t)=۰\to t=۷\to y(t)=۰/۶۳\times۲=۱/۲۶$$

این تابع همان تابع خروجی سیستم درجه اول به ازای ورودی پله‌ای با دامنه ۲ است که به اندازه $t_۰=۴$ به صورت افقی انتقال یافته است.

$$L\{f(t-t_۰)\}=e^{-t.s}f(s)$$

$$\Rightarrow L\{۲(۱-e^{-\frac{(t-۴)}{۳}})\}=e^{-۴s}(\frac{\frac{۲}{s}}{۳s+۱})=y(s)$$

$$\Rightarrow G(s)=\frac{y(s)}{x(s)}\ ,\ x(s)=\frac{۲}{s}\ \ \Rightarrow G(s)=\frac{e^{-۴s}}{۳s+۱}$$

۸ ـ گزینه «۳»

$$y(s)=\frac{۴}{s}\frac{۶}{۳s+۲}\to y(t)=۱۲(۱-e^{-\frac{۲}{۳}t})$$

$$\lim_{t\to\infty} y(t)=۱۲$$

۹ ـ گزینه «۴»

$$\lim_{t\to\infty} f(t)=\lim_{s\to۰} SF(s)=۴=\lim_{s\to۰} S\frac{s^۲+۴}{s^۳+۳s^۲+s}=\lim_{s\to۰} S\frac{s^۲+۴}{s(s^۲+۳s+۱)}=\lim\frac{s^۲+۴}{s^۲+۳s+۱}=۴$$

قضیه مقدار نهایی : $\lim_{t\to\infty} f(t)=\lim_{S\to۰} SF(s)$

۱۰ ـ گزینه «۲»

$$\text{دامنه پاسخ} = \frac{A}{\sqrt{\tau^۲\omega^۲+۱}} = \frac{۲}{\sqrt{۱\times۱+۱}} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}$$

$$\text{تأخیر فاز} = tg^{-۱}(-\omega\tau) = tg^{-۱}(-۱) = -\frac{\pi}{۴}$$

$$y(t) = \sqrt{۲}\sin(t-\frac{\pi}{۴})$$

$$x(t) = A\sin\omega t$$

$$\begin{cases} X(s) = \dfrac{A\omega}{s^۲+\omega^۲} \\ G(s) = \dfrac{k}{\tau s+۱} \text{ سیستم مرتبه اول} \end{cases} \Rightarrow Y(s) = \frac{k}{\tau s+۱}\frac{A\omega}{s^۲+\omega^۲} = \frac{A_۱}{s+\frac{۱}{\tau}} + \frac{A_۲}{s-i\omega} + \frac{A_۳}{s+i\omega}$$

$$\begin{cases} A_۱ = \lim\limits_{s\to-\frac{۱}{\tau}} (s+\frac{۱}{\tau})\dfrac{kA\omega}{(\tau s+۱)(s^۲+\omega^۲)} = \dfrac{kA\tau\omega}{۱+\omega^۲\tau^۲} \\ A_۲ = \lim\limits_{s\to i\omega} \dfrac{kA\omega}{(\tau s+۱)(s+i\omega)} = \dfrac{kA(-\tau\omega-i)}{۲(۱+\omega^۲\tau^۲)} \\ A_۳ = \lim\limits_{s\to -i\omega} \dfrac{kA\omega}{(\tau s+۱)(s-i\omega)} = \dfrac{kA(-\tau\omega+i)}{۲(۱+\omega^۲\tau^۲)} \end{cases}$$

$$Y(t) = \frac{kA\omega\tau}{۱+\omega^۲\tau^۲}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{kA}{\sqrt{۱+\omega^۲\tau^۲}}\sin(\omega\tau+\theta)$$

۱۱ـ گزینه «۲»

$$\text{خطسازی تابع یک متغیر}: f[x(t)] = f(\bar{x}) + \left.\frac{df}{dx}\right|_{\bar{x}}[x(t)-\bar{x}]$$

$$k[T(t)] = k(\bar{T}) + \left.\frac{dk}{dT}\right|_{\bar{T}}[T(t)-\bar{T}]$$

$$\left.\frac{dk}{dT}\right|_{\bar{T}} = \frac{d}{dT}\left[k_\circ e^{-\frac{E}{RT(t)}}\right]_{T=\bar{T}} = k_\circ e^{-\frac{E}{R\bar{T}}}\frac{E}{R\bar{T}^۲} = k(\bar{T})\frac{E}{R\bar{T}^۲}$$

$$\left.\frac{dk}{dT}\right|_{۲۲۷^\circ C} = ۱۰۰\frac{۲۲۰۰۰}{۲\times(۲۲۷+۲۷۳)^۲} = \frac{۲۲۰۰۰۰۰}{۲\times۲۵۰۰۰۰} = \frac{۲۲۰۰۰۰۰}{۵۰۰۰۰۰} = ۴/۴$$

$$\left.\frac{dk}{dT}\right|_{۲۲۷^\circ C} = ۴/۴\frac{s^{-۱}}{^\circ C} \Rightarrow \text{تقریب خطی تابع} \Rightarrow k[T(t)] = ۱۰۰+۴/۴[T(t)-\bar{T}]$$

$$k[T(t)] = ۱۰۰+۴/۴[T(t)-۲۲۷]$$

۱۲ ـ گزینه «۳»

با نوشتن بیلان برای تانکرهای اول و دوم :

$$\frac{Q_1(s)}{Q_i(s)}=\frac{1}{\tau_1 s+1},\quad \tau_1=R_1A_1,\quad \tau_2=R_2A_2,\qquad \frac{Q_2(s)}{Q_1(s)}=\frac{1}{\tau_2 s+1}\quad\Bigg\}\quad \frac{Q_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{1}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2)s+1},\qquad Q_2(s)=\frac{H_2(s)}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

$$\Rightarrow \frac{H_2(s)}{H_1(s)}=\frac{\frac{R_2}{R_1}}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

۱۳ـ گزینه «۱»

$$\frac{H(s)}{Q(s)}=\frac{R}{\tau s+1}$$

$$Q(t)=(14-4)\left[u(t)-u(t-0/2)\right]=10\left[u(t)-u(t-0/2)\right]$$

$$Q(s)=+\frac{10}{s}-\frac{10e^{-0/2s}}{s}\Rightarrow H(s)=\frac{10R}{s+1}\left(\frac{1}{s}-\frac{e^{-0/2s}}{s}\right)$$

۱۴ ـ گزینه «۲»

$$Q_i(t)-Q_1(t)=A_1\frac{dH_1}{dt}$$

$$Q_1(t)-Q_2(t)=A_2\frac{dH_2}{dt}$$

$$Q_1=\frac{H_1-H_2}{R_1},\quad Q_2=\frac{H_2}{R_2}$$

$$Q_i(s)-\frac{H_1(s)-H_2(s)}{R_1}=A_1sH_1(s)$$

$$\frac{H_1(s)-H_2(s)}{R_1}-\frac{H_2(s)}{R_2}=A_2sH_2(s)$$

$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+A_1R_2)s+1}$$

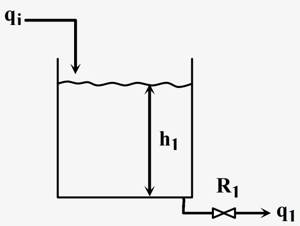
۱۵ ـ گزینه «۱»

$$Q_i(t)=q_i(t)-q_{i_{st}}$$

با تعریف متغیرهای انحرافی $H_1(t)=h_1(t)-h_{1_{st}}$ منظور از اندیس st، حالت پایا است.

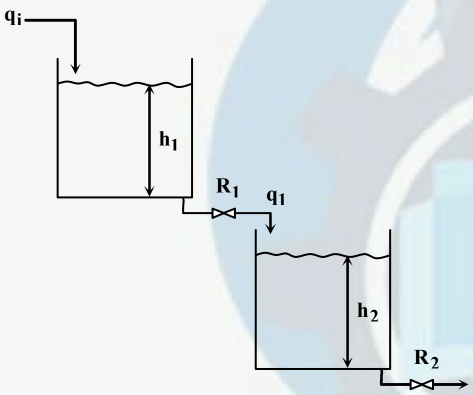
$$Q_1(t)=q_1(t)-q_{1_{st}}$$

تابع انتقال یک سیستم درجه اول:



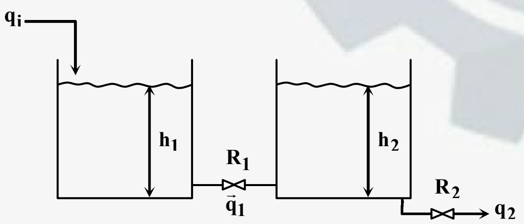
$$\frac{H_1(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_1}{\tau_1 s+1}$$

تابع انتقال یک سیستم درجه دوم متوالی غیرتداخلی:



$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}$$

تابع انتقال یک سیستم درجه دوم متوالی تداخلی: (همان‌گونه که در پاسخ سؤال ۹۴ بدست آمد)



$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+A_1R_2)s+1}$$

اگر معادله $\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+A_1R_2)s+1$ را به صورت $(\tau_1' s+1)(\tau_2' s+1)$ بنویسیم τ_1' یا τ_2'، از هر دوی τ_1 و τ_2 بزرگتر بدست می‌آید (مفهوم این کار این است که سیستم درجه دوم تداخلی را با یک سیستم درجه دوم غیر تداخلی با ثوابت زمانی τ_1' و τ_2' معادل‌سازی کنیم).

توضیح: سیستم درجه اول از سیستم درجه $n(n\geq 2)$ غیرتداخلی، سریع‌تر به ورودی پاسخ می‌دهد (با افزایش n، پاسخ سیستم درجه n نسبت به سیستم درجه اول کندتر می‌شود).

همان‌طور که در بالا مقایسه شد بین دو سیستم درجه n، که یکی تداخلی باشد و دیگری غیرتداخلی (در ساده‌ترین حالت $n=2$) سیستم تداخلی کندتر از سیستم غیرتداخلی به ورودی پاسخ می‌دهد، چراکه اگر هر دو تابع انتقال سیستم تداخلی و غیرتداخلی را به توابع انتقال درجه اول تفکیک کنیم، داریم:

غیر تداخلی : $$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}\Rightarrow\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{A}{\tau_1 s+1}+\frac{B}{\tau_2 s+1}$$

تداخلی : $$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{R_2}{\tau_1\tau_2 s^2+(\tau_1+\tau_2+A_1R_2)s+1}=\frac{R_2}{(\tau_1' s+1)(\tau_2' s+1)}\Rightarrow\frac{H_2(s)}{Q_i(s)}=\frac{A'}{\tau_1' s+1}+\frac{B'}{\tau_2' s+1}$$

همان‌طور که در بالا گفته چون یکی از دو ثابت زمانی τ'_1 یا τ'_2، از هر دوی τ_1 و τ_2 بزرگتر خواهد بود، پس بخشی از سیستم درجه دوم غیرتداخلی با ثوابت زمانی τ'_1 و τ'_2، از هر دو بخش سیستم درجه دوم غیرتداخلی با ثوابت زمانی τ_1 و τ_2، کندتر عمل می‌کند پس پاسخ سیستم درجه دوم غیرتداخلی سریع‌تر از حالت تداخلی خواهد بود، بنابراین به طور خلاصه:

سیستم درجه دوم تداخلی $<$ سیستم درجه دوم غیرتداخلی $<$ سیستم درجه اول : سرعت پاسخ به ورودی

(البته واضح است که تمام توضیحات درباره مقایسه دو سیستم تداخلی و غیرتداخلی در صورتی صحیح خواهد بود، که دقیقاً همان دو سیستم درجه اولی که به صورت غیرتداخلی به صورت متوالی قرار گرفته‌اند، دقیقاً همان دو سیستم به صوت تداخلی قرار گیرند.)

کنترل فرآیندها

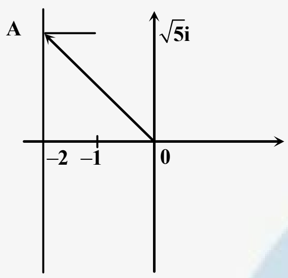
۱ ـ هر چه ضریب میرایی .... یابد، زمان خیز .... می‌یابد.

۱) افزایش ـ کاهش
۲) افزایش ـ افزایش
۳) کاهش ـ افزایش
۴) ضریب میرایی و زمان خیز هیچ رابطه‌ای با هم ندارند.

۲ ـ در صورتی که از یک کنترلر تناسبی جهت کنترل دمای یک سیستم بین دمای $۷۰^\circ C$ تا $۷۵^\circ C$ استفاده شود و محدوده کلی تغییرات دما بین $۲۰^\circ C$ تا $۱۰۰^\circ C$ باشد، مقدار پهنه تناسبی کدام است؟

۱) ۱۳%
۲) ۲۶%
۳) ۶/۲۵%
۴) ۳/۲%

۳ ـ تابع انتقال شکل مقابل کدام است؟ $(kp = ۱)$



۱) $G(s) = \dfrac{۹}{s^۲ + ۲s + ۹}$

۲) $G(s) = \dfrac{۱}{s^۲ + ۴s + ۱}$

۳) $G(s) = \dfrac{۹}{s^۲ + ۴s + ۹}$

۴) $G(s) = \dfrac{۹}{s^۲ + ۲s + ۱}$

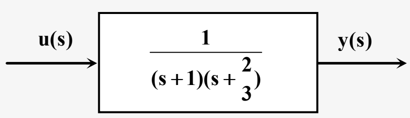
۴ ـ در صورتی که ارتباط بین دبی و فشار یک شیر کنترل به صورت $Q = ۲(۶ + P)$ باشد، نوع شیر چگونه خواهد بود؟

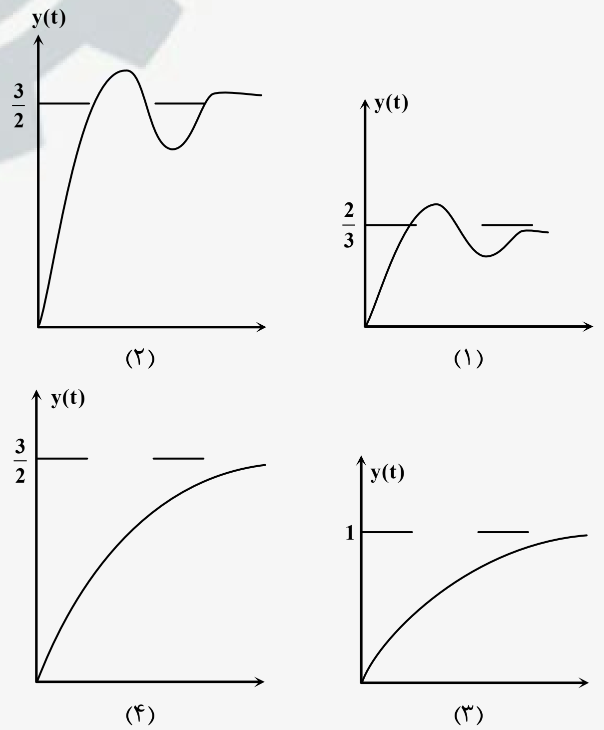
۱) Air to open
۲) Air to close
۳) با این رابطه نمی‌توان به نوع شیر پی برد.
۴) هر دو گزینه ۱ و ۲ می‌توانند صحیح باشند.

۵ ـ در مورد پاسخ یک سیستم درجه۲، به یک ورودی پله‌ای کدام گزینه صحیح است؟

۱) با کاهش ضریب میرایی، نوسانات سیستم افزایش می‌یابد.
۲) ضریب میرایی اثری بر نسبت فروکش ندارد.
۳) با کاهش ضریب میرایی، میزان over shoot کاهش می‌یابد.
۴) همه گزینه‌ها نادرست می‌باشند.

۶ ـ اگر یک ورودی پله‌ای واحد به سیستم مقابل وارد گردد، عکس‌العمل سیستم به صورت تقریبی کدام است؟

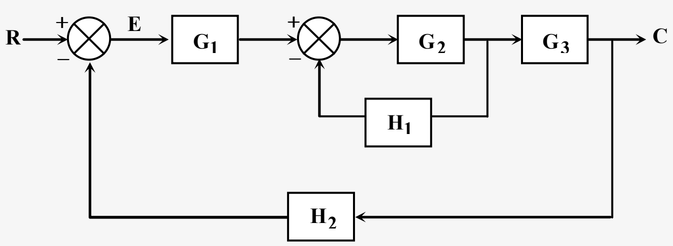




۷ ــ کدام گزینه در مورد کنترلر مشتقی صحیح است؟

۱) بر offset اثری ندارد.
۲) باعث کاهش سرعت نوسانات می‌گردد.
۳) باعث بهبود پایداری می‌شود.
۴) هر سه گزینه صحیح است.

۸ ــ با توجه به شکل، کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟



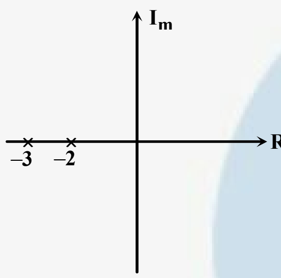
۱) $\frac{E}{R}=\frac{H_۱G_۲}{۱+H_۱G_۲+G_۱G_۲G_۳H_۲}$

۲) $\frac{E}{R}=\frac{G_۱G_۲G_۳}{۱+H_۱G_۲+G_۱G_۲G_۳H_۲}$

۳) $\frac{E}{R}=\frac{۱+H_۱G_۱}{۱+H_۱G_۲+G_۱G_۲H_۲}$

۴) $\frac{E}{R}=\frac{۱+H_۱G_۲}{۱+H_۱G_۲+G_۱G_۲G_۳H_۲}$

۹ ــ در مکان هندسی زیر، مختصات نقطه جدایی کدام است؟



۱) $S=-۱/۵$
۲) $S=-۲/۵$
۳) نقطه جدایی ندارد.
۴) اطلاعات مسئله کافی نمی‌باشد.

۱۰ ــ پاسخ یک سیستم درجه اول به یک ورودی سینوسی به فرم $X(t)=۲\sin(\frac{t}{۴})$ به صورت $Y(t)=\sin(t-\frac{\pi}{۴})$ می‌باشد. در این صورت تابع تبدیل این سیستم کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲S+۱}$
۲) $\frac{۱}{S+۴}$
۳) $\frac{۱}{۴S+۱}$
۴) $\frac{۱}{\sqrt{۲}S+۱}$

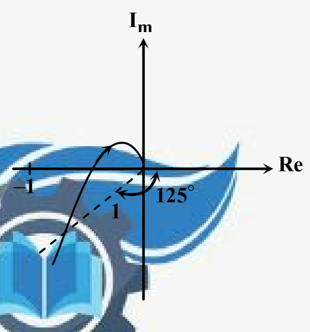
۱۱ ــ تابع تبدیل یک سیستم درجه اول به صورت $\frac{Y(S)}{X(S)}=\frac{k}{s+a}$ می‌باشد. اگر یک ورودی پله‌ای به صورت $X(t)=۳u(t)$ به آن اعمال گـردد و خروجی به فرم $Y(t)=۱-e^{-۲t}$ باشد، مقادیر k و a برای این سیستم کدام است؟

۱) $a=۳\ ,\ k=\frac{۳}{۲}$
۲) $a=-۳\ ,\ k=۱$
۳) $a=۲\ ,\ k=\frac{۲}{۳}$
۴) $a=-۲\ ,\ k=\frac{۲}{۳}$

۱۲ ــ تابع تبدیل مدار باز سیستمی به صورت $\frac{Ke^{-\frac{\pi}{۴}s}}{s(s+۲)}$ می‌باشد. شرط پایداری این سیستم چیست؟

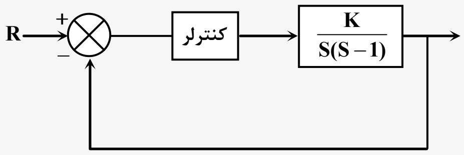
۱) $K<\sqrt{۲}$
۲) $K>\sqrt{۵}$
۳) $K<۵$
۴) $K<\sqrt{۵}$

۱۳ ــ در دیاگرام نایکوئیست شکل زیر، مقدار حاشیه فاز (Phase Margin) کدام است؟



۱) ۱۲۵°
۲) ۵۵°
۳) -۵۵°
۴) -۱۲۵°

۱۴ ـ سیستم کنترل مدار بسته شکل مقابل را در نظر بگیرید. با استفاده از کدام کنترلر می‌توان سیستم را پایدار نمود؟



۱) $k(1+\tau_d s)$

۲) $k(1+\frac{1}{\tau_1 s})$

۳) k

۴) ks

۱۵ ـ اگر $f(s)=\frac{1}{S^2(S^2+1)}$ باشد، آن‌گاه $F(t)$ کدام است؟

۱) $F(t)=t-\sin t$
۲) $F(t)=t^2-\sin t$
۳) $F(t)=t(\cos t-1)$
۴) $F(t)=t^2(1-\cos t)$

۱

کنترل فرآیندها

۱ ـ گزینه «۲»

$$t_r = \frac{[n\pi - \tan^{-1}(\frac{1-\sqrt{\xi^2}}{\xi})]\tau}{\sqrt{1-\xi^2}} \qquad n = 1,2,3$$

طبق رابطه بالا زمان خیز با ضریب میرایی رابطه مستقیم دارد یعنی هر چه ضریب میرایی افزایش یابد، زمان خیز افزایش می‌یابد.

۲ ـ گزینه «۳»

$$\%PB = \frac{\overbrace{75-70}^{\text{Error}}}{\underbrace{100-20}_{\text{range}}} \times 100 = 6/25\%$$

۳ ـ گزینه «۳»

$$OA = \sqrt{(2)^2 + (\sqrt{5})^2} = 3$$

$$\tau = \frac{1}{OA} = \frac{1}{3} \quad , \quad \xi = \cos\theta = \frac{2}{3}$$

$$G(s) = \frac{k_p}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1} \xrightarrow{k_p=1} G(s) = \frac{1}{\frac{1}{9}s^2 + \frac{4}{9}s + 1} \Rightarrow G(s) = \frac{9}{s^2 + 4s + 9}$$

۴ ـ گزینه «۱»

از آنجا که با افزایش فشار، میزان دبی افزایش می‌یابد لذا شیر از نوع Air to open می‌باشد.

* شیرهای کنترل به دو دسته پنوماتیکی (Air to closed , Air to open) و برقی تقسیم می‌شوند که تعریف و محدوده کاری آنها مهم است.

۵ ـ گزینه «۱»

با کاهش ضریب میرایی ξ، نسبت فرارفت (over shoot) و فروکش (Decay Ratio) افزایش می‌یابد.

۶ ـ گزینه «۴»

$$\lim_{t\to\infty} Y(t)=\lim_{s\to ۰} Y(S)=\lim_{s\to ۰} Su(S)G(S)=\lim_{s\to ۰} S\times\frac{۱}{S}\times\frac{۱}{(S+۱)(S+\frac{۲}{۳})}=\frac{۳}{۲}$$

$$(S+۱)(S+\frac{۲}{۳})=S^۲+\frac{۵}{۳}S+\frac{۲}{۳}(\frac{۳}{۲}S^۲+\frac{۵}{۲}S+۱)\ \to\ \text{داریم}\ \tau^۲S^۲+۲\xi\tau s+۱$$

$$\tau=\sqrt{\frac{۳}{۲}}\ ,\ \xi=\frac{۲/۵}{\sqrt{۶}}>۱\Rightarrow\ \text{سیستم پرمیرا}\Rightarrow\ \text{گزینه ۴ صحیح است.}$$

۷ ـ گزینه «۴»

کنترل کننده تناسبی مشتقی (PD) با تابع تبدیل $K_c(۱+\tau_D s)$ بر افت کنترل (offset) اثری ندارد و همچنین باعث کاهش سرعت نوسانات و بهبود پایداری سیستم می‌شود.

۸ ـ گزینه «۴»

$$R-CH_۲=E\ \Rightarrow\ \frac{E}{R}=۱-\frac{C}{R}H_۲ \qquad (۱)$$

$$\frac{C}{R}=\frac{G_۱G_۲G_۳}{۱+H_۱G_۲+G_۱G_۲G_۳H_۲} \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}\frac{E}{R}=\frac{۱+H_۱G_۲}{۱+H_۱G_۲+G_۱G_۲G_۳H_۲}$$

۹ ـ گزینه «۲»

$$\frac{۱}{S+۲}+\frac{۱}{S+۳}=\circ \Rightarrow \frac{(S+۳)\times(S+۲)}{(S+۲)(S+۳)}=\circ$$

$\Rightarrow ۲S+۵=\circ \Rightarrow S=-۲/۵$ مختصات نقطه جدایی

۱۰ ـ گزینه «۳»

$$\phi=-\tan^{-۱}(\tau\omega)$$

$$-\frac{\pi}{۴}=-\tan^{-۱}(\frac{\tau}{۴}) \Rightarrow \tau=۴ \Rightarrow \text{تابع تبدیل}=\frac{۱}{۴s+۱}$$

می‌دانیم $\tan^{-۱}(۱)=\frac{\pi}{۴}$ است.

۱۱ ـ گزینه «۳»

$$Y(S)=\frac{۳}{S}\times\frac{k}{S+a}=\frac{۳k}{S(S+a)} \qquad (۱)$$

$$Y(t)=۱-e^{-۲t} \Rightarrow Y(S)=\frac{۱}{S}-\frac{۱}{S+۲}=\frac{۲}{S(S+۲)} \qquad (۲)$$

از مقایسه (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که: $a=۲ \ , \ K=\frac{۲}{۳}$

۱۲ـ گزینه «۴»

$$\varphi=\frac{-\pi}{۴}\omega-\left[\frac{\pi}{۲}+\tan^{-۱}\omega\right]=-\pi \Rightarrow \omega=۱$$

$$AR=\frac{k}{\omega\sqrt{\omega^۲+۴}}=\frac{k}{\sqrt{۵}}$$

$(\text{شرط پایداری}: GM>۱ \ \text{or} \ AR<۱) \Rightarrow k<\sqrt{۵}$

۱۳ـ گزینه «۲»

$$PM = \varphi\Big|_{AR=۱} - (-۱۸۰^{\circ})$$

$$PM = -۱۲۵ + ۱۸۰ = ۵۵^{\circ}$$

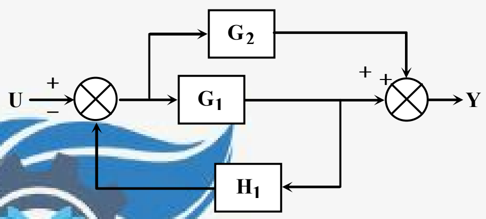
۱۴ ـ گزینه «۱»

$$f(s) = \frac{۱}{s^{۲}(s^{۲}+۱)} = \frac{۱}{s^{۲}} - \frac{۱}{s^{۲}+۱}$$

$$\Rightarrow \; F(t) = t - \sin t$$

کنترل فرآیندها

۱ ـ تابع انتقال $\frac{Y}{U}$ برای نمودار جعبه‌ای زیر کدام است؟



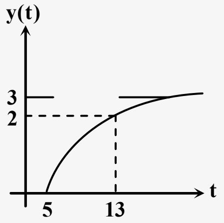
۱) $\frac{G_1+G_2}{1+G_1H_1}$

۲) $\frac{G_1+G_2}{1+G_1G_2H_1}$

۳) $\frac{G_1}{1+G_1H_1}$

۴) $\frac{G_1}{1+G_1G_2H_1}$

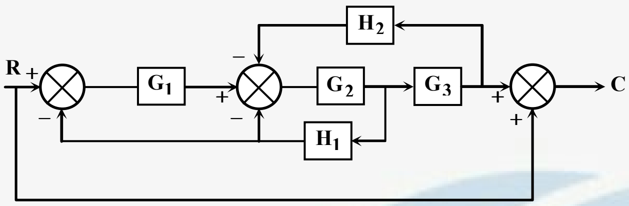
۲ ـ شکل زیر پاسخ سیستمی به یک ورودی پله‌ای واحد می‌باشد. تابع انتقال سیستم کدام است؟



۱) $\frac{۳e^{-۵s}}{۱۶s+۱}$ ۲) $\frac{-۳e^{-۵s}}{۱۶s-۱}$

۳) $\frac{۳e^{-۵s}}{s(۱۶s+۱)}$ ۴) $\frac{-۳e^{-۵s}}{s(۱۶s-۱)}$

۳ ـ تابع انتقال حلقهٔ بسته سیستم زیر کدام است؟



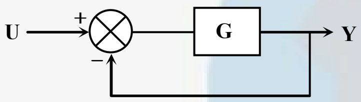
۱) $\frac{C}{R}=\frac{G_۱G_۲G_۳}{۱+H_۱G_۲+H_۲G_۲G_۳-H_۱G_۱G_۲}$

۲) $\frac{C}{R}=\frac{G_۱G_۲G_۳}{۱+H_۱G_۱G_۲+H_۲G_۲G_۳-H_۱G_۱G_۲}$

۳) $\frac{C}{R}=\frac{G_۱G_۲G_۳}{۱+H_۱G_۲+H_۲G_۲G_۳-H_۱G_۱G_۲}+۱$

۴) $\frac{C}{R}=\frac{G_۱G_۲G_۳}{۱+H_۱G_۱+H_۲G_۲-H_۱H_۲G_۱G_۲G_۳}$

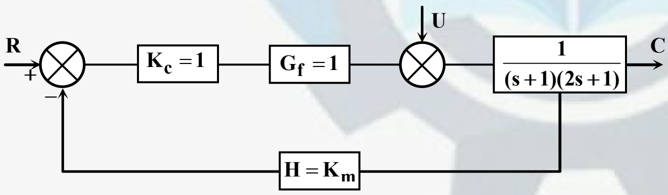
۴ ـ مدار زیر را در نظر بگیرید، اگر $\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{۱}{s(s+۱)}$ باشد، در آن صورت $G(s)$ کدام است؟



۱) $\frac{-۱}{s(s-۱)+۱}$ ۲) $\frac{s}{s^۲-s-۱}$

۳) $\frac{۱}{s(s+۱)+۱}$ ۴) $\frac{-s}{s^۲-s+۱}$

۵ ـ در سیستم کنترل زیر برای داشتن پاسخ over damped مقدار k_m کدام‌یک از حالات زیر است؟



۱) $k_m>\frac{۱}{۸}$

۲) $k_m<\frac{۱}{۸}$

۳) $k_m<\frac{۳}{۲\sqrt{۲}}$

۴) $k_m>\frac{۳}{۲\sqrt{۲}}$

۶ ـ اگر تابع تبدیل سیستمی به صورت $G(s)=\frac{۵}{s^۲+۱۰s+۲۵}$ باشد، ماهیت پاسخ این سیستم به یک ورودی پله‌ای کدام است؟

۱) سینوسی با دامنهٔ ثابت ۲) میرایی بحرانی است. ۳) پرمیرا است. ۴) کم‌میرا است.

۷ ـ اگر پاسخ یک سیستم به ورودی پله‌ای واحد به صورت $y(t)=۱+۰/۲e^{-۶۰t}-۱/۲e^{-۱۰t}$ باشد ثابت زمانی سیستم برابر است با:

۱) $\tau=۱$ ۲) $\tau=۰/۱$ ۳) $\tau=۰/۰۴$ ۴) $\tau=۰/۴$

۸ ـ در پاسخ یک سیستم درجه ۲ به ورودی ضربانی (pulse)، کدام عبارت صحیح است؟

۱) پاسخ یک سیستم درجه ۲ به ورودی ضربانی، مشتق پاسخ سیستم به ورودی پله‌ای است.

۲) برای سیستم درجه ۲ با تابع تبدیل $G(s)=\frac{۱}{۲۵s^۲+۱۰s+۱}$، پاسخ ضربانی همواره دارای نوسان میراشونده است.

۳) برای یک سیستم درجه ۲ پاسخ آن به ورودی ضربانی برای $۱<\xi$، همواره دارای نوسان دائم است.

۴) برای یک سیستم درجه ۲ پاسخ آن به ورودی ضربانی برای $۱>\xi$، سیستم دارای نوسان نمی‌باشد.

۹ ـ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟ (ξ نسبت میرایی است.)

۱) $1 < \xi_{\text{غیر تداخلی}} < \xi_{\text{تداخلی}}$

۲) پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی سینوسی اگر $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، دامنه پاسخ کمتر از دامنه ورودی است.

۳) در سیستم‌های متوالی همواره $\xi \geq 1$ می‌باشد.

۴) $1 \leq \xi_{\text{غیرتداخلی}} < \xi_{\text{تداخلی}}$

۱۰ـ اگر کنترل دمای سیستمی در محدودهٔ $61-71^\circ C$ مورد نظر باشد و محدوده کلی تغییرات دما در این سیستم $50-120^\circ C$ باشد. درصد پهنای تناسبی (proportional band) و نیز k_c برای شیرهای کنترل برقی و پنوماتیکی کدام است؟

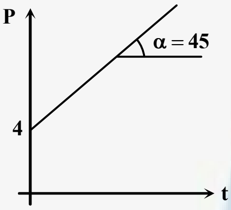
۱) $PB = 10\%$ ، $K_{c\,\text{پنوماتیک}} = 1/5 \frac{psi}{^\circ C}$ ، $K_{c\,\text{برقی}} = 1/6 \frac{mA}{^\circ C}$

۲) $PB = 14/3\%$ ، $K_{c\,\text{پنوماتیک}} = 1/2 \frac{psi}{^\circ C}$ ، $K_{c\,\text{برقی}} = 1/6 \frac{mA}{^\circ C}$

۳) $PB = 16/1\%$ ، $K_{c\,\text{پنوماتیک}} = 1/6 \frac{psi}{^\circ C}$ ، $K_{c\,\text{برقی}} = 1/3 \frac{mA}{^\circ C}$

۴) $PB = 20\%$ ، $K_{c\,\text{پنوماتیک}} = 1/2 \frac{psi}{^\circ C}$ ، $K_{c\,\text{برقی}} = 1/3 \frac{mA}{^\circ C}$

۱۱ـ پاسخ یک کنترلر به ورودی خطی، خطا به صورت $\varepsilon(t) = 2t$ ، مطابق شکل زیر است. نوع کنترلر و پارامترهای آن کدام است؟



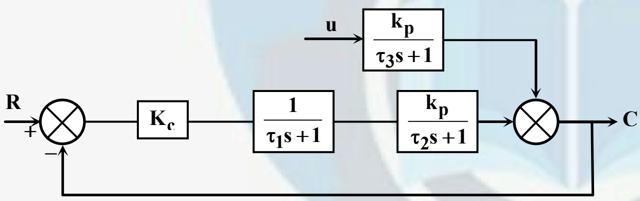
۱) کنترلر تناسبی، $(K_c = 1)$

۲) کنترلر تناسبی ـ انتگرالی ـ مشتقی، $t(t_D = 4, t_I = 2, K_c = 0/5)$

۳) کنترلر تناسبی ـ انتگرالی، $(\tau_I = 10, K_c = 1)$

۴) کنترلر تناسبی ـ مشتقی، $(\tau_D = 4, K_c = 0/5)$

۱۲ـ برای سیستم کنترل زیر، برای یک ورودی پله‌ای در بار (load) خطای حالت دائم کدام است؟



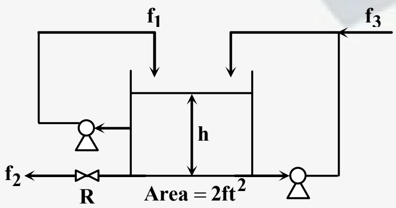
۱) $-\frac{k_p}{k_c k_p + 1}$

۲) $\frac{k_c}{k_c k_p + 1}$

۳) $\frac{k_c k_p}{k_c k_p + 1}$

۴) $\frac{1}{k_c k_p + 1}$

۱۳ ـ تابع تبدیل فرآیند مقابل کدام است؟



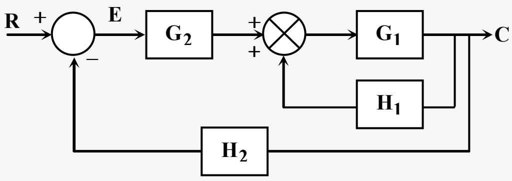
۱) $\frac{H(s)}{F_3(s)} = \frac{R}{2RS+1}$

۲) $\frac{H(s)}{F_1(s)} = \frac{2R}{RS+1}$

۳) $\frac{H(s)}{F_3(s)} = \frac{2R}{RS+1}$

۴) $\frac{H(s)}{F_1(s)} = \frac{2R}{2RS+1}$

۱۴ ـ برای سیستم کنترلر روبرو نسبت $\frac{E}{R}$ کدام است؟



۱) $\frac{G_1 G_2}{1 - G_1 H_1 + G_1 G_2 H_2}$

۲) $\frac{1 - G_1 H_1}{1 - G_1 H_1 + G_1 G_2 H_2}$

۳) $\frac{G_1 G_2 H_2}{1 + G_1 H_1 - G_1 G_2 H_2}$

۴) $\frac{G_1 G_2 H_1}{1 + G_1 H_1 - G_1 G_2 H_1}$

۱۵ ـ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

۱) کنترل کننده on-off می‌تواند حالت خاصی از کنترل کننده‌های تناسبی با بهره بسیار کم باشد.

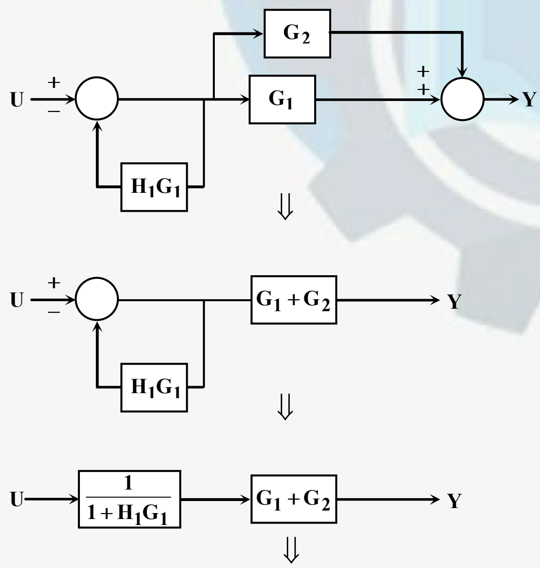
۲) کنترلر کننده مشتق‌گیر عملاً میرائی به کنترل کننده تناسبی می‌افزاید ولی over shoot را افزایش می‌دهد.

۳) یک کنترل کنندهٔ انتگرال‌گیر، می‌تواند خطای حالت دائم در پاسخ به ورودی پله را حذف کند.

۴) هر سه گزینه بالا صحیح است.

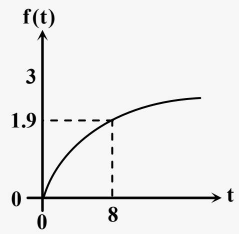
کنترل فرآیندها

۱ ـ گزینه «۱»



$$\Rightarrow \frac{Y}{U}=\frac{G_1+G_2}{1+H_1G_1}$$

۲ ـ گزینه «۱»



$$y(t)=f(t-۵)u(t-۵)$$

$$f(t)=Ae^{-\alpha t}+B$$

$$\lim_{t\to\infty} f(t)=۳\ ;\ \lim_{t\to\infty}(Ae^{-\alpha t}+B)=۳\ \Rightarrow\ B=۳(\alpha>۰\ \text{با فرض})$$

$$f(۰)=۰\ \Rightarrow\ A+B=۰\ \Rightarrow\ A=-۳$$

$$f(۸)=۱/۹\ \Rightarrow\ f(۸)=-۳e^{-\alpha(۸)}+۳=۲\ \Rightarrow$$

$$-۳e^{-۸\alpha}=-۱\Rightarrow\ e^{-۸\alpha}=\frac{۱}{۳}\ \Rightarrow\ -۸\alpha=\log\frac{۱}{۳}\ \Rightarrow\ \alpha=-\frac{۱}{۸}\log\frac{۱}{۳}$$

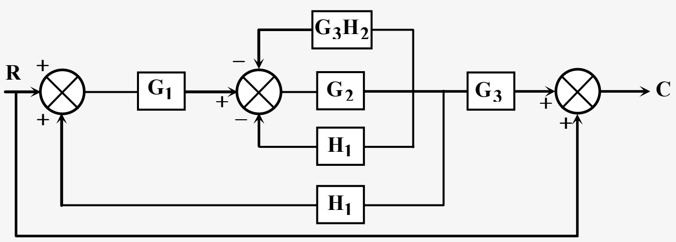
$$\alpha=+\frac{۰/۵}{۸}=\frac{۱}{۱۶}\ \Rightarrow\ f(t)=۳(۱-e^{-\frac{۱}{۱۶}t})u(t)\ \Rightarrow\ F(s)=۳[\frac{۱}{s}-\frac{۱}{s+\frac{۱}{۱۶}}]$$

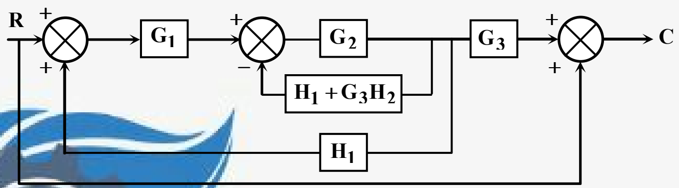
$$Y(s)=e^{-۵s}F(s)\ \Rightarrow\ Y(s)=۳e^{-۵s}[\frac{\frac{۱}{۱۶}}{s(s+\frac{۱}{۱۶})}]\ \Rightarrow\ H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}$$

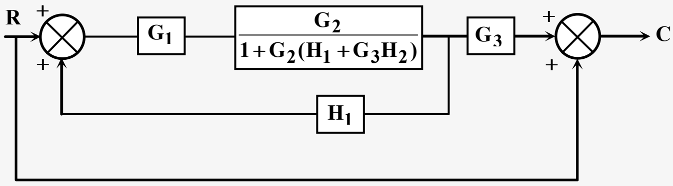
$$\text{تابع انتقال}\ H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{\frac{۳}{۱۶}e^{-۵s}}{s(s+\frac{۱}{۱۶})}\times\frac{۱}{s-۱}=\frac{\frac{۳}{۱۶}e^{-۵s}}{s+\frac{۱}{۱۶}}=\frac{۳e^{-۵s}}{۱۶s+۱}$$

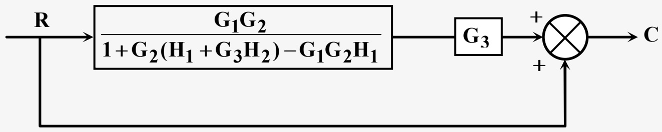
۳ ـ گزینه «۳»

حلقه مربوطه را می‌توان ساده‌سازی کرد:





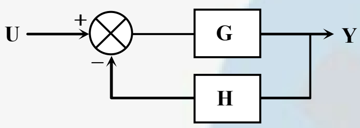




$$R\frac{G_۱G_۲G_۳}{۱+G_۲H_۱+G_۲G_۳H_۲-G_۱G_۲H_۱}+R=C$$

$$\Rightarrow \frac{C}{R}=\frac{G_۱G_۲G_۳}{۱+G_۲H_۱+G_۲G_۳H_۲-G_۱G_۲H_۱}+۱$$

۴ ـ گزینه «۳»



$$\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{G(s)}{۱+G(s)H(s)} \Rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{G(s)}{۱+G(s)}=\frac{۱}{s(s+۱)}$$

$$S^۲G(s)+SG(s)=۱+G(s) \Rightarrow S^۲G(s)+SG(s)-G(s)=۱$$

$$S^۲G(s)+(s-۱)G(s)-۱=۰$$

$$G(s)(s^۲+s-۱)=۱ \Rightarrow G(s)=\frac{۱}{s^۲+s+۱}=\frac{۱}{s(s+۱)+۱}$$

۵ ـ گزینه «۲»

برای داشتن یک پاسخ پرمیرا، باید باشد:

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{\frac{۱}{(s+۱)(۲s+۱)}}{۱+\frac{k_m}{(s+۱)(۲s+۱)}}=\frac{۱}{۲s^۲+۳s+۱+k_m}$$

$$۲s^۲+۳s+۱+k_m=۰ \rightarrow s=\frac{-۳\pm\sqrt{۹-۸(۱+k_m)}}{۴}$$

$$۹-۸(۱+k_m)>۰ \Rightarrow k_m<\frac{۱}{۸}$$

۶ ـ گزینه «۲»

$$G(s)=\frac{\frac{5}{25}}{\frac{1}{25}s^2+\frac{10}{25}+1} \Rightarrow \tau=\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{1}{5}=0/2$$

$$2\xi\tau=\frac{10}{25} \Rightarrow \xi=\frac{\frac{10}{25}}{2\frac{1}{5}}=1$$

۷ ـ گزینه «۳»

$$y(s)=\frac{1}{s}+\frac{0/2}{s+60}-\frac{1/2}{s+10}=\frac{F(s)}{s(s+60)(s+10)}=\frac{\frac{F(s)}{s}}{(s+60)(s+10)}=\frac{\frac{F(s)}{s}}{s^2+70s+600}$$

مخرج کسر: $\frac{1}{600}s^2+\frac{70}{600}s+1$

$$\tau=\sqrt{\frac{1}{600}}=0/04 \qquad \xi=\frac{\frac{70}{600}}{2\times 0/04}=1/46$$

۸ ـ گزینه «۱»

پاسخ یک سیستم به ورودی ضربانی، مشتق پاسخ سیستم به ورودی پله‌ای است. بنابراین با مشتق گرفتن از معادلات مربوط به پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی پله‌ای می‌توان پاسخ سیستم درجه ۲ را به ورودی ضربانی به دست آورد:

$$\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{1}{\tau^2s^2+2\xi\tau s+1}=x(t)=s(t), x(s)=1$$

$$\xi>1 \Rightarrow y(t)=\frac{1}{\tau}\frac{1}{\sqrt{\xi^2-1}}e^{-\xi\frac{t}{T}}\sinh\frac{\sqrt{\xi^2-1}}{\tau}t$$

$$\xi<1 \Rightarrow y(t)=\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}\frac{e^{-\xi\frac{t}{\tau}}}{\tau}\sin\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\tau}t$$

۹ ـ گزینه «۴»

$$x(t)=A\sin\omega t \Rightarrow x(s)=\frac{A\omega}{s^2+\omega^2} \rightarrow y(s)=\frac{A\omega}{s^2+\omega^2}\,\frac{1}{\tau^2s^2 2\xi\tau s+1}$$

پاسخ سیستم درجه ۲ به ورودی سینوسی پس از زمان طولانی $\Leftarrow$

$$y(t)=\frac{A}{\sqrt{[1-(\omega\tau)^2]^2+(2\xi\omega\tau)^2}}\sin(\omega t+\varphi)$$

$$\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{-2\xi\omega\tau}{1-(\omega\tau)^2}\right)$$

همانطور که از رابطه دیده می‌شود نسبت دامنه پاسخ به دامنه ورودی عبارت است از $\frac{1}{\sqrt{[1-(\omega\tau)^2]^2+(2\xi\omega\tau)^2}}$ که مقدار عبارت فوق نسبتی به مقادیر ξ و $\omega\tau$ دارد و ممکن است کمتر یا مساوی یا بیشتر از یک باشد. پس اگر $\xi<\frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد دامنه پاسخ بزرگتر از دامنه ورودی است، و نیز درحالتی که $\xi>\frac{\sqrt{2}}{2}$ است دامنه پاسخ کمتر از دامنه ورودی است.

* با مقایسه تبدیل سیستم‌های متوالی به صورت $\frac{1}{\tau_1\tau_2s^2+(\tau_1+\tau_2)s+1}$ با فرم استاندارد سیستم درجه ۲ $\frac{1}{\tau^2s^2+2\xi\tau s+1}$

$$\Rightarrow \tau=\sqrt{\tau_1\tau_2},\ \xi=\frac{\tau_1+\tau_2}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}}>1$$

برای سیستم‌های تداخلی هم به طریق مشابه می‌توان اثبات کرد $\xi=\frac{\tau_1+\tau_2+A_1R_2}{2\sqrt{\tau_1\tau_2}}$ که همواره بزرگتر از یک است.

$$\xi_{\text{تداخلی}}>\xi_{\text{غیرتداخلی}}\ge 1$$

۱۰ ـ گزینه «۲»

$$PB\%=\frac{71-61}{120-50}=\frac{10}{70}=\frac{1}{7}\times 100=14.3\%$$

شیر پنوماتیک: $K_c=\frac{12}{10}=1.2\,\frac{Psi}{^\circ C}$

شیر برقی: $K_c=\frac{16}{10}=1.6\,\frac{mA}{^\circ C}$

کنترلر تناسبی: $P(t)=P_s+K_c\varepsilon(t)$

واحد K_c در شیرهای کنترلر پنوماتیک $\frac{Psi}{Error}$ و در شیرهای برقی $\frac{mA}{Error}$ است. اگر در فرآیند، کنترل دما صورت گیرد دیمانسیون K_c برای شیر کنترل پنوماتیک و برقی به ترتیب $\frac{Psi}{^\circ C}$ و $\frac{mA}{^\circ C}$ خواهد بود.

$$\xrightarrow{Error}\boxed{\text{کنترلر}}\longrightarrow P(psia)$$

نسبت $\frac{P(s)}{E(s)}$ تابع تبدیل کنترلر $G_c(s)$ می‌باشد.

$$\xrightarrow{Error}\boxed{\text{کنترلر}}\longrightarrow I(mA)$$

$$\left.\begin{aligned} &PB\%=\frac{Error}{Range}\times 100\\ &K_c=\frac{(15-3)psi}{Error}=\frac{12}{Error}\\ &K_c=\frac{(20-4)mA}{Error}=\frac{16}{Error}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \left.\begin{aligned} &PB\%=\frac{12\times 100}{K_c\times Range}\\ &PB\%=\frac{16\times 100}{K_c\times Range}\end{aligned}\right\} PB\%\sim\frac{1}{K_c}$$

۱۱ ـ گزینه «۴»

$$\text{PID کنترلر}: P(s) = K_c(۱+\tau_D s+\frac{۱}{\tau_I s})\frac{۲}{S^۲}$$

$$P(t) = ۲K_c t + \frac{K_c t^۲}{\tau_I} + ۲K_c\tau_D$$

$$\text{شیب} = ۱ = ۲K_c \Rightarrow K_c = ۰/۵$$

$$\text{عرض از مبدأ} = ۴ = ۲K_c\tau_D \Rightarrow \tau_D = ۴$$

چون فرم پاسخ خطی است پس کنترلر عامل انتگرالی ندارد.

۱۲ ـ گزینه «۱»

$$\frac{C(s)}{u(s)} = \frac{\frac{k_p}{\tau_۳ s+۱}}{۱+\frac{k_c k_p}{(\tau_۱ s+۱)(\tau_۲ s+۱)}} = \frac{k_p(\tau_۱ s+۱)(\tau_۲ s+۱)}{[(\tau_۱ s+۱)(\tau_۲ s+۱)+k_c k_p](\tau_۳ s+۱)} = A$$

$$u(s) = \frac{۱}{s}$$

$$\lim_{t\to\infty} C(t) = \lim_{s\to ۰} sC(s) = \lim_{s\to ۰}[A] = \frac{k_p}{k_c k_p + ۱}$$

$$\text{offset} = R(\infty) - C(\infty) = ۰ - \frac{k_p}{k_c k_p+۱} = -\frac{k_p}{k_c k_p+۱}$$

۱۳ ـ گزینه «۱»

موازنه حل تانک به صورت زیر است:

$$f_۱ + (f_۳ + c) - f_۲ - c - f_۱ = A\frac{dh}{dt}$$

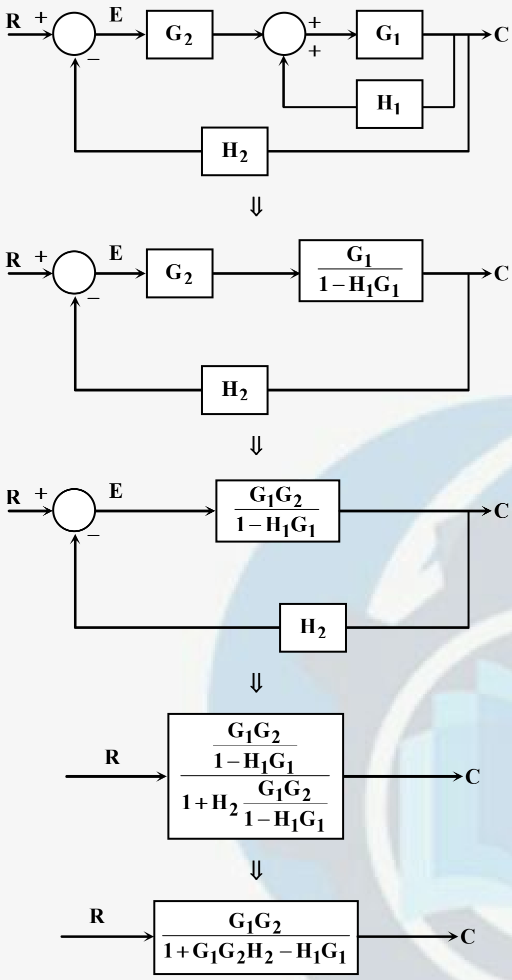
$$\to F_۳(t) - \frac{H}{R} = A\frac{dH}{dt}$$

$$\to F_۳(s) = H(s) + AsH(s)$$

$$\to \frac{H(s)}{F_۳(s)} = \frac{R}{۲Rs+۱}$$

۱۴ ـ گزینه «۲»

دیاگرام به صورت زیر ساده می‌شود:



$$\Rightarrow \frac{C}{R} = \frac{G_1G_2}{1+G_1G_2H_2 - H_1G_1}$$

با توجه به شکل صورت مسأله داریم:

$$E = R - CH_2 = R(1 - H_2 \times \frac{C}{R}) \Rightarrow \frac{E}{R} = 1 - H_2\frac{C}{R} = 1 - H_2 \times \frac{G_1G_2}{1+G_1G_2H_2 - H_1G_1} \Rightarrow \frac{E}{R} = \frac{1 - H_1G_1}{1 - H_1G_1 + G_1G_2H_2}$$

۱۵ ـ گزینه «۳»

گزینه ۱ـ کنترل تناسبی با بهره بسیار بالا $K_c \to \infty$

گزینه ۲ـ کنترل مشتقی overshoot را کاهش می‌دهد.

گزینه ۴ـ عملاً نادرست است

کنترل فرآیندها

۱ ـ یک تغییر پله‌ای به بزرگی ۴، وارد سیستمی با تابع انتقال زیر می‌شود، میزان درصد فرارفت و دوره تناوب نوسان کدام است؟

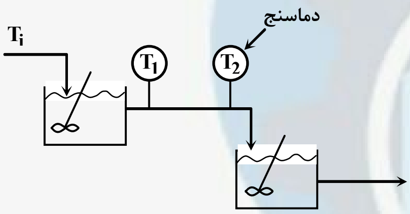
$$\frac{y(s)}{x(s)}=\frac{۱۰}{S^{۲}+۱/۶S+۴}$$

(عدد $\pi=۳$)

۱) ۲۷%و ۳/۴۲ ثانیه
۲) ۱۵% و ۳/۴۲ ثانیه
۳) ۲۷% و ۱/۷۱ ثانیه
۴) ۱۵% و ۱/۷۱ ثانیه

۲ ـ یک تانک گرمایشی با حجم $۲\times۱۰^{-۳}\ m^{۳}$ و دبی جرمی $۴/۰\frac{kg}{min}$ با تانک مشابه دیگری سری شده است. خروجی تانک اول طـول ۲۰cm از لولهٔ ۴cm را طی می‌نماید تا به تانک دوم برسد، تابع تبدیل دمای خوانده شده توسط دماسنج که بین تانک اول و دوم واقع شده است به دمای اولیه ورودی کدام است؟

$\pi=۳\quad \rho_{water}=۱۰۰۰\frac{ks}{m^{۳}}$



۱) $\frac{T_{۲}(s)}{T_i(s)}=\frac{e^{-۲s}}{۲s-۱}$
۲) $\frac{T_{۲}(s)}{T_i(s)}=\frac{۳/۲e^{-۰/۸s}}{۶s+۱}$
۳) $\frac{T_{۲}(s)}{T_i(s)}=\frac{e^{-۰/۶s}}{۵s+۱}$
۴) $\frac{T_{۲}(s)}{T_i(s)}=\frac{۱/۰۳e^{-۲s}}{۵s+۱}$

۳ ـ جواب معادله زیر کدام است؟

$$y''+۴y'+۳y=۰ \qquad y(۰)=۳\ ,\ y'(۰)=۱$$

۱) $y(t)=۲e^{-۳t}+۵e^{t}$
۲) $y(t)=e^{-۳t}-۵e^{-t}$
۳) $y(t)=-۲e^{-۳t}+۵e^{-t}$
۴) $y(t)=e^{-۳t}+۵e^{-t}$

۴ ـ تبدیل لاپلاس تابع زیر کدام است؟

$$f(t)=۲e^{۶tj}$$

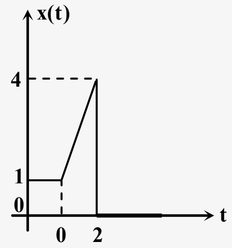
۱) $\frac{-۲}{(s+۶j)}$
۲) $\frac{۲j}{(s-۶j)}$
۳) $\frac{-۲j}{(s+۶j)}$
۴) $\frac{۲}{(s-۶j)}$

۵ ـ مقدار اولیه $\frac{df}{dt}+۲f-۱$ با توجه به تابع روبرو کدام گزینه می‌باشد؟

$$F(s)=\frac{+۲s^{۲}+۱}{s^{۳}+۲s^{۲}-۱}$$

۱) صفر
۲) ۳−
۳) ۱۲
۴) ۱−

۶ ـ نمودار تابع $f(t)$ مطابق شکل زیر می‌باشد، معادله لاپلاس این تابع کدام است؟



۱) $\frac{۳}{۲}[\frac{۱-e^{-۲s}}{s^{۲}}]+(\frac{۱-۴e^{-۲s}}{s})$

۲) $-\frac{۳}{۲}[\frac{۱+e^{-۲s}}{s}]+۱-e^{-۲s}$

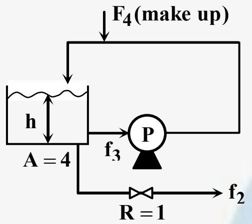
۳) $\frac{۳}{۲}[\frac{e^{-s}-e^{-۲s}}{s^{۲}}]-۱+۴e^{-۲s}$

۴) $-۱-e^{-۲s}$

۷ ـ پیچش توابع cost و t کدام گزینه می‌باشد؟

۱) $t-\sin t$ ۲) $(t-x)\cos x$ ۳) $۱-\cos t$ ۴) $t(۱-\sin t)$

۸ ـ تابع تبدیل فرایند مقابل کدام گزینه است؟



۱) $\frac{H(s)}{F_۳(s)}=\frac{۲}{۴s-۱}$ ۲) $\frac{H}{F_۴(s)}=\frac{۲}{۸s+۱}$

۳) $\frac{H(s)}{F_۴(s)}=\frac{۱}{۴s+۱}$ ۴) $\frac{H(s)}{F_۳(s)}=\frac{۲}{۸s+۱}$

۹ ـ اگر در سیستم درجه اول تغییر سینوسی ایجاد شود و فرکانس تناوبی و پس فاز سیستم آن مطابق مقدار زیر باشد، زمان پاسخ کدام است؟

$f=\frac{۱}{۶۰\pi}(\frac{cycle}{s})\ ,\ \varphi=-۶۰^{\circ}$

۱) ۳۱/۴sec ۲) ۴۶/۶sec ۳) ۷۳/۶sec ۴) ۱۸۰/۴sec

۱۰ ـ کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح <u>نمی‌باشد</u>؟

۱) اگر با فرض ثوابت زمانی ثابت و یک تغییر، پله به هر دو سیستم تداخلی و غیرتداخلی وارد شود، سیستم تداخلی نسبت به سیستم غیرتداخلی پاسخ کندتر است.

۲) منحنی‌های مربوط به سیستم‌های تداخلی و غیرتداخلی به ورودی پله همواره غیرنوسانی است.

۳) منحنی‌های مربوط به پاسخ سیستم‌های تداخلی و غیرتداخلی به ورودی پله هموار S شکل است.

۴) پاسخ سیستم‌های تداخلی و غیرتداخلی به ورودی پله همواره دارای یک زمان مرده است.

۱۱ ـ تابع انتقال سیستمی معادل $G(s)=\frac{۱}{(۲s^{۲}+as+۱)(s+۱)}$ می‌باشد، به سیستم ورودی ضربه‌ای واحد وارد می‌شود. به ازای چه مقادیری از a پاسخ سیستم: الف ـ نوسانی و واگرا و ب ـ نوسانی دائم خواهد بود؟

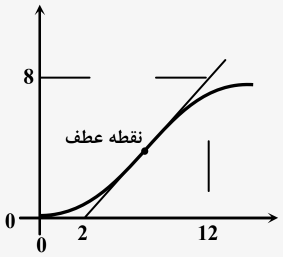
۱) الف ـ $a<۰$، ب ـ $a<۰$ ۲) الف ـ $a>۰$، ب ـ $a>۰$

۳) الف ـ $a=۰$، ب ـ $a<۰$ ۴) الف ـ $a<۰$، ب ـ $a=۰$

۱۲ ـ تابع تبدیل سیستم کنترلی معادل $G(s)=\frac{۳}{۶s^{۲}+۸s+۳k}$ می‌باشد. در این سیستم هیچ گونه فرارفتی (over shoot) مجاز نمی‌باشد پارامتر k چه مقدار باشد تا سریع‌ترین پاسخ ممکن حاصل شود؟

۱) $\frac{۸}{۹}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $-\frac{۳}{۷}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

۱۳ ـ برای سیستمی با تابع انتقال $\frac{ke^{-t_d s}}{\tau s+1}$ به ازای ورودی پله‌ای به دامنه ۴ پاسخ زیر حاصل شده است. تابع انتقال سیستم کدام است؟



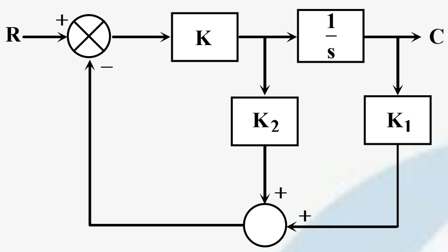
۱) $\frac{۴e^{-۲s}}{۱۰s+۱}$

۲) $\frac{۲e^{-۲s}}{۵s+۱}$

۳) $\frac{۲e^{-۲s}}{۱۰s+۱}$

۴) $\frac{۴e^{-۲s}}{۵s+۱}$

۱۴ ـ اگر تابع تبدیل حلقه بستهٔ سیستم زیر به صورت $\frac{۵}{s+۶}$ باشد، مقادیر $k_۱$ و $k_۲$ و k کدام است؟



۱) $k=۵\ ,\ k_۲=۰\ ,\ k_۱=\frac{۶}{۵}$

۲) $k=۵\ ,\ k_۲=\frac{۱}{۳}\ ,\ k_۱=\frac{۳}{۴}$

۳) $k=۳\ ,\ k_۲=\frac{۱}{۳}\ ,\ k_۱=\frac{۶}{۵}$

۴) $k=۳\ ,\ k_۲=۰\ ,\ k_۱=\frac{۶}{۵}$

۱۵ ـ اگر به یک سیستم کنترل مشتقی ـ انتگرالی ـ تناسبی یک تغییر ورودی معادل $\varepsilon(t)=۱$ وارد شود، پاسخ کنترل کننده کدام است؟

۱) $K_c(۱+\frac{t}{\tau_I})$

۲) $K_c(۱+\frac{t}{\tau_I}+\tau_D\delta(t))$

۳) $K_c(۱+\frac{t}{۲\tau_I}+\tau_D t)$

۴) $K_c(۱+\tau_D)$

کنترل فرآیندها

۱ ـ گزینه «۱»

$$\frac{y_{(s)}}{x_{(s)}} = \frac{۲/۵}{۰/۲۵s^۲ + ۰/۴s + ۱} \Rightarrow \tau^۲ = ۰/۲۵ \to \tau = ۰/۵$$

$$۲\tau\xi = ۰/۴ \Rightarrow \xi = ۰/۴$$

$$O.S = \exp(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{۱-\xi^۲}}) = ۰/۲۷ \times ۱۰۰ = ۲۷\%$$

$$T = \frac{۲\pi\tau}{\sqrt{۱-\xi^۲}} \Rightarrow T = ۳/۴۲$$

۲ ـ گزینه «۳»

در تانک اول $\frac{T_1(s)}{T_i(s)}=\frac{1}{\tau_1 s+1},\quad \tau_1=\frac{V}{q}\quad\Rightarrow \tau_1=\frac{1000\frac{kg}{m^3}\times 2\times 10^{-3}m^3}{0/4\frac{kg}{min}}$

$\tau_1=5(min)$

$$\frac{T_2(s)}{T_1(s)}=e^{-\tau_{d_1}s}\quad,\quad \tau_{d_1}=\frac{V_{pipe}}{q}=\frac{2/4\times 10^{-4}m^3\times 1000\frac{kg}{m^3}}{0/4\frac{kg}{min}}$$

$$V_{pipe}=\frac{D^2}{4}\pi L=3\times\frac{16}{4}\times 20\times 10^{-4}\times 10^{-2}=240\times 10^{-6}$$

$$V_{pipe}=2/4\times 10^{-4}\,m^3\Rightarrow \tau_{d_1}=0/6\,min$$

$$\frac{T_2(s)}{T_i(s)}=\frac{e^{-0/6s}}{5s+1}$$

۳ ـ گزینه «۳»

$$\left.\begin{aligned}L\{y'(t)\}&=sY(s)-y(0)=sY(s)-3\\ L\{y''(t)\}&=s^2Y(s)-sy(0)-y'(0)=s^2Y(s)-3s-1\end{aligned}\right\}\Rightarrow s^2Y+4sY+3Y=3s+13$$

$$Y=\frac{3s+13}{(s+3)(s+1)}=\frac{-2}{s+3}+\frac{5}{s+1}$$

$$L^{-1}\{Y(s)\}=-2e^{-3t}+5e^{-t}$$

۴ ـ گزینه «۴»

$$F(s)=L[2e^{6tj}]=\int_0^\infty 2e^{6tj}e^{-st}dt\Rightarrow F(s)=2\int_0^\infty e^{(6j-s)t}dt=2\left.\frac{e^{(6j-s)t}}{(6j-s)}\right|_0^\infty=\frac{2}{6j-s}(0-1)=\frac{2}{(s-6j)}$$

در رابطه بالا با این شرط که $(6t-s)<0$ یعنی $s>6j$ باشد تبدیل لاپلاس تابع نمایی به صورت بالا می‌باشد.

۵ ـ گزینه «۴»

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} SF(s) \Rightarrow \lim_{t\to 0}\frac{df}{dt} = \lim_{s\to\infty} S[SF(s)-f(0)]$$

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} SF(s) \Rightarrow \lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty}\frac{2s^3+s}{s^3+2s^2-1} = 2$$

$$\lim_{t\to 0}\frac{df}{dt} = \lim_{s\to\infty} S[SF(s)-f(0)] = \lim_{s\to\infty} s[\frac{s(2s^2+1)}{s^3+2s^2-1}-2]$$

$$\Rightarrow \lim_{t\to 0}\frac{df}{dt} = \lim_{s\to\infty} S[\frac{2s^3+s}{s^3+2s^2-1}-\frac{2}{1}] = \lim_{s\to\infty}[\frac{2s^3+s-2s^3-4s^2+2}{s^3+2s^2-1}] = \lim_{s\to\infty} s(\frac{-4s^2+s+2}{s^3+2s^2-1}) = \lim_{s\to\infty}\frac{-4s^3+s^2+2}{s^3+2s^2-1} = -4$$

$$\frac{df}{dt}+2f-1 = -4+4-1 = -1$$

۶ ـ گزینه «۱»

$$x(t) = \begin{cases} \frac{3}{2}t+1 & 0<t<2 \\ 0 & t>2 \end{cases}$$

$$x(t) = (\frac{3}{2}t+1)u(t)-(\frac{3}{2}t+1)u(t-2)$$

$$x(t) = \frac{3}{2}t(u(t)-u(t-2))+u(t)-u(t-2)$$

$$x(t) = \frac{3}{2}tu(t)-\frac{3}{2}([(t-2)+2]u(t-2))+u(t)-u(t-2)$$

$$x(t) = \frac{3}{2}tu(t)-3u(t-2)-\frac{3}{2}(t-2)u(t-2)+u(t)-u(t-2)$$

$$L[x(t)] = \frac{3}{2}\frac{1}{s^2}-\frac{3e^{-2s}}{s}-\frac{3}{2}\frac{e^{-2s}}{s^2}+\frac{1}{s}-\frac{e^{-2s}}{s} = \frac{3}{2}[\frac{1-e^{-2s}}{s^2}]+\frac{1-4e^{-2s}}{s}$$

۷ ـ گزینه «۳»

$$t\times\cos t = \int_0^t (t-x)\cos x\,dx$$

$$\begin{cases} t-x=u \\ \cos x\,dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -dx = du \\ \sin x = v \end{cases} \Rightarrow \int_0^t (t-x)\cos x\,dx = ((t-x)\sin x)\Big|_0^t + \int_0^t \sin x\,dx$$

$$= (+(t-x)\sin x)\Big|_0^t - \cos x\Big|_0^t = 0-(\cos t-1) = 1-\cos t$$

۸ ـ گزینه «۳»

$$f_۴ - f_۲ = \frac{d(Ah)}{dt}, f_۲ = \frac{h}{R} \Rightarrow f_۴(t) - \frac{h(t)}{R} = A\frac{dh(t)}{dt}$$

برقراری موازنه جرم در حالت پایدار : $f_۴ - \frac{hs}{R} = ۰$

تغییر متغیر انحرافی $\Rightarrow \bar{f}_۴(t) - \frac{\bar{h}(t)}{R} = A\frac{d\bar{h}(t)}{dt} \Rightarrow$ تعیین تبدیل لاپلاس $\Rightarrow F_t(s) - \frac{H(s)}{R} = A[SH(s) - \bar{h}(۰)]$

$$\bar{h}(t = ۰) \Rightarrow F_۴(s) - \frac{H(S)}{R} = ASH(S) \Rightarrow \frac{H(S)}{F_۴(S)} = \frac{R}{ARS + ۱}$$

$$\frac{H(S)}{F_۴(S)} = \frac{R}{۴RS + ۱} = \frac{۱}{۴S + ۱}$$

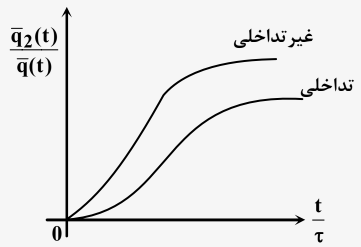
۹ ـ گزینه «۱»

منظور از فرکانس تناوبی مدت زمانی است که طول می‌کشد تا یک دوره نوسان کامل شود در این مثال زمان ۶۰π ثانیه طول می‌کشد تا یک چرخه کامل گردد می‌دانیم هر چرخه معادل ۳۶۰° یا $۲\pi(rad)$است.

$$\begin{array}{cc} ۳۶۰^\circ & ۶۰\pi \\ ۶۰^\circ & t \end{array} \Rightarrow \frac{۶۰^\circ \times ۶۰\pi}{۳۶۰} = ۱۰\pi = ۱۰ \times ۳/۱۴ = ۳۱/۴ sec$$

۱۰ ـ گزینه «۴»

ترسیم $\frac{\overline{q}_{۲}(t)}{\overline{q}(t)}$ نسبت به $\frac{t}{\tau}$



سیستم غیرتداخلی: $\xrightarrow{\tau_۱=\tau_۲=\tau} \frac{Q_۲(s)}{Q(s)} = (\frac{۱}{\tau s+۱})^۲ \to \Delta\overline{q}_۲(t) = ۱ - e^{\frac{-t}{\tau}} - \frac{t}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

سیستم تداخلی: $\xrightarrow{\tau_۱=\tau_۲=\tau} \frac{Q_۲(s)}{Q(s)} = \frac{۱}{(۰/۳۸\tau s+۱)(۲/۶۲\tau s+۱)}$

$$\overline{q}_۲(t) = ۱ + ۰/۱۷e^{-\frac{t}{۰/۳۸\tau}} - ۱/۱۷e^{-\frac{t}{۲/۶۲\tau}}$$

۱۱ ـ گزینه «۴»

$$G(s) = \frac{y_{(s)}}{x_{(s)}}, \; x_{(s)} = ۱ \Rightarrow y_{(s)} = \frac{۱}{(۲s^۲+as+۱)(s+۱)}$$

الف ـ چنانچه ریشه‌های مخرج معادله در سمت راست محور موهومی قرار بگیرند و ریشه‌ها دارای جز موهومی نیز باشند در این صورت پاسخ سیستم نوسانی و واگرا می‌باشد.

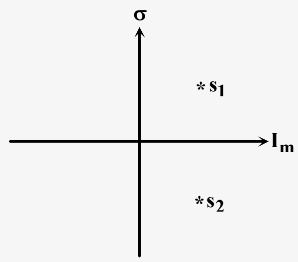
$$(۲s^۲+as+۱)(s+۱) = ۰ \Rightarrow s_{۱,۲} = \frac{-a \pm \sqrt{a^۲-۸}}{۴}, s_۳ = -۱$$

نوسانی: $a^۲ - ۸ < ۰ \Rightarrow a < ۲\sqrt{۲} \quad (۱)$

$\sqrt{a^۲-۸} = Aj \Rightarrow s_{۱,۲} = \frac{-a}{۴} \pm j\frac{A}{۴}$

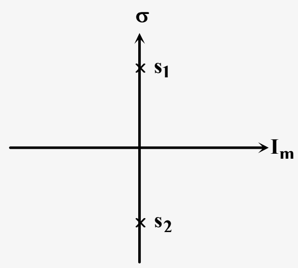
واگرا $\Rightarrow \frac{-a}{۴} > ۰ \Rightarrow a < ۰ \quad (۲)$

$(۱), (۲) \Rightarrow a < ۰$



ب ـ چنانچه ریشه‌های مخرج معادله روی محور موهومی قرار بگیرند، در این صورت پاسخ سیستم نوسانی دائم می‌باشد.

نوسانی دائم $\Rightarrow \begin{cases} a^۲ - ۸ < ۰ \Rightarrow a < ۲\sqrt{۲} \\ -\frac{a}{۴} = ۰ \Rightarrow a = ۰ \end{cases} \Rightarrow a = ۰$



۱۲ ـ گزینه «۱»

در یک سیستم درجه دوم سریع‌ترین پاسخ بدون فرارفت معادل حالت میرای بحرانی $\xi = ۱$ می‌باشد. معادله تابع تبدیل را به فرم استاندارد نویسی می‌کنیم.

$$G(s) = \frac{\frac{۳}{۳k}}{\frac{۶}{۳k}s^۲ + \frac{۸}{۳k}s + ۱} = \frac{k_p}{\tau^۲ s^۲ + ۲\xi\tau s + ۱}$$

$$\begin{cases} \tau^۲ = \frac{۶}{۳k} = \frac{۲}{k} \Rightarrow \tau = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{۲k}}{k} \\ ۲\xi\tau = \frac{۸}{۳k} \Rightarrow \xi = \frac{۴}{۳k}\frac{k}{\sqrt{۲k}} = \frac{۴}{۳\sqrt{۲k}} = \frac{۴\sqrt{۲k}}{۶k} = \frac{۲\sqrt{۲k}}{۳k} \end{cases}$$

$$\xi = ۱ \Rightarrow ۲\sqrt{۲k} = ۳k \Rightarrow ۴(۲k) = ۹k^۲ \Rightarrow ۸k = ۹k^۲$$

$$۹k^۲ - ۸k = ۰ \qquad k(۹k - ۸) = ۰ \Rightarrow k = \frac{۸}{۹}$$

۱۳ ـ گزینه «۳»

$$\left.\begin{matrix} AK = ۸ \\ A = ۴ \end{matrix}\right\} \Rightarrow K = ۲$$

$$\left.\begin{matrix} \tau_d = ۲ \\ S = \frac{۸}{۱۰} = \frac{۴}{۵} \\ \tau = \frac{۸}{\frac{۸}{۱۰}} = \frac{۸۰}{۸} = ۱۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{y(s)}{x(s)} = \frac{۲e^{-۲s}}{۱۰s + ۱}$$

۱۴ ـ گزینه «۱»

$$E = K(\frac{۱}{s})$$

$$F = (K\frac{۱}{s}K_۱) + (KK_۲)$$

$$\frac{C}{R} = \frac{E}{۱ + F} = \frac{\frac{k}{s}}{۱ + \frac{kk_۱}{s} + kk_۲} = \frac{k}{s + kk_۱ + kk_۲ s} = \frac{۵}{s + ۶}$$

$$k = ۵$$

$$kk_۲ + ۱ = ۱ \Rightarrow kk_۲ = ۰ \Rightarrow k_۲ = ۰$$

$$kk_۱ = ۶ \Rightarrow kk_۱ = ۶ \Rightarrow ۵k_۱ = ۶ \Rightarrow k_۱ = \frac{۶}{۵}$$

۱۵ ـ گزینه «۲»

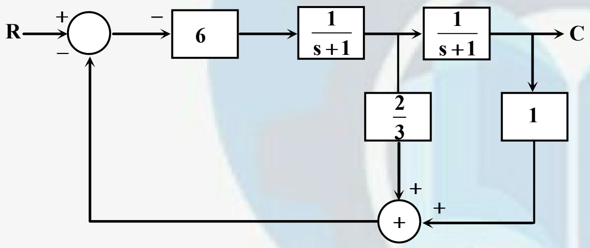
$$\varepsilon = \frac{۱}{s}$$

$$x(s) = \frac{k_c}{s}(۱ + \frac{۱}{\tau_I s} + \tau_D s) \Rightarrow \overline{x}(t) = L^{-۱}[x(s)] = L^{-۱}[\frac{k_c}{s}] + L^{-۱}[\frac{k_c}{\tau_I s^۲}] + L^{-۱}[\frac{k_c \tau_D s}{s}]$$

$$\overline{x}(t) = k_c u(t) + \frac{k_c}{\tau_I} t + k_c \tau_D \delta(t) = k_c + \frac{k_c}{\tau_I} t + k_c \tau_D = k_c(۱ + \frac{t}{\tau_I} + \tau_D \delta(t))$$

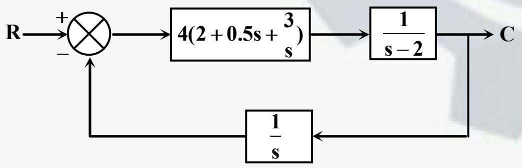
کنترل فرآیندها

۱ ــ با توجه به دیاگرام بلوکی مقابل برای جهت پایداری سیستم، کدام گزینه باید برقرار باشد؟



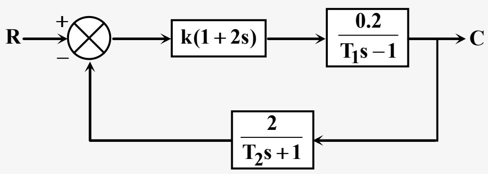
۱) پاسخ محدود می‌باشد.
۲) سیستم در آستانهٔ ناپایداری می‌باشد.
۳) پاسخ نامحدود می‌باشد.
۴) سیستم ناپایدار می‌باشد.

۲ ــ با توجه به دیاگرام بلوکی مقابل آیا سیستم پایدار می‌باشد؟



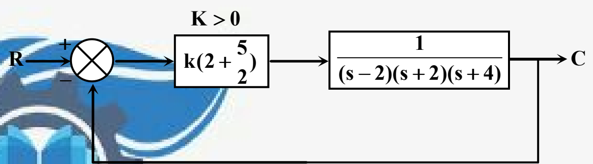
۱) سیستم ناپایدار می‌باشد.
۲) سیستم به صورت مشروط پایدار می‌باشد.
۳) سیستم پایدار می‌باشد.
۴) سیستم نوسانی و در آستانه ناپایداری می‌باشد.

۳ ــ با توجه به دیاگرام بلوکی مقابل، جهت پایداری سیستم کدام گزینه باید برقرار باشد؟



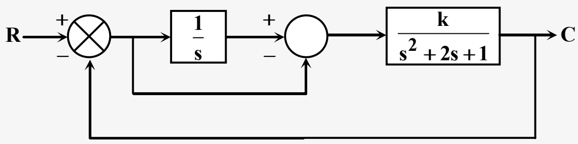
۱) $k > 2/5 \;,\; 0 < T_2 \;,\; 0 < T_1$
۲) $k > 0/4 \;,\; T_2 > 0 \;,\; T_1T_2 < 0$
۳) $k = 1 \;,\; 0 > T_1T_2 \;,\; 2 < \frac{T_1 - T_2}{T_1T_2} < 0$
۴) $k > 2/5 \;,\; T_1T_2 > 0 \;,\; -2 < T_1 - T_2 < 0$

۴ ــ در سیستم شکل زیر سیستم مدار باز یک قطب ناپایدار دارد. در مورد پایداری سیستم مدار بسته و ارتباط آن با K کدام گزینه صحیح است؟



۱) اجرای مقادیر K بزرگتر از ۱۲- سیستم مدار بسته پایدار است.
۲) برای مقادیر $K > 0$ سیستم مدار بسته همواره پایدار است.
۳) سیستم مدار بسته همانند سیستم مدار باز ناپایدار می‌باشد.
۴) سیستم مدار بسته همواره برای $K > 0$ و $K > -12$ پایدار است.

۵ ـ در شکل زیر حدود K برای پایداری حلقه بسته برابر با کدام است؟



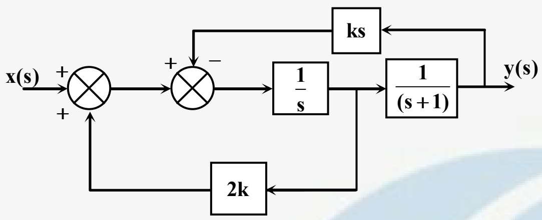
۱) سیستم حلقه بسته ناپایدار است.

۲) برای $K > \frac{۲}{۳}$ سیستم پایدار است.

۳) برای بازه $۰ < K < \frac{۲}{۳}$ سیستم پایدار است.

۴) سیستم برای تمام بازه $K < ۰$ و $K > \frac{۲}{۳}$ سیستم پایدار است.

۶ ـ نمودار جعبه‌ای نشان داده شده در زیر، میزان k چقدر باشد که در ازای یک تغییر پله‌ای واحد خطای دائمی برابر صفر باشد؟



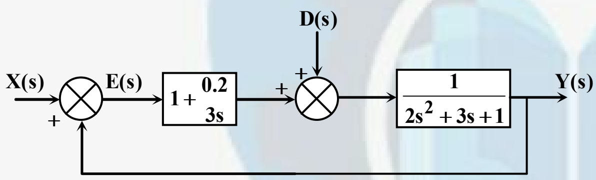
۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱۳}{۲}$

۳) $-\frac{۱}{۲}$

۴) صفر

۷ ـ خطای ماندگار (Steady State error) سیستم کنترل فیدبک PI نشان داده شده در شکل، به اغتشاشی خارجی D که به صورت تابع پله واحد در نظر گرفته می‌شود چقدر است؟ (در واقع $x(s) = ۰$ و تنها ورودی سیستم اغتشاش $D(s)$ می‌باشد.)



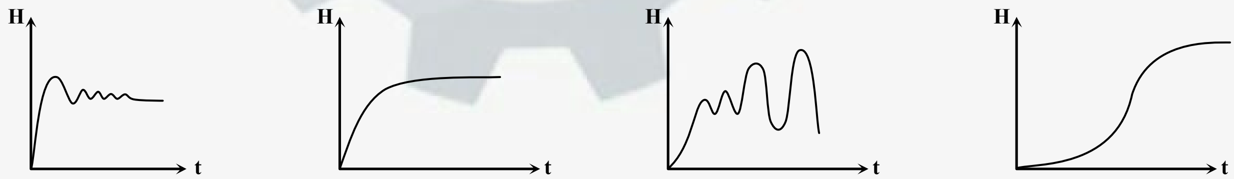
۱) سیستم پایدار است و خطای حالت ماندگار $e_{ss} = \frac{۱}{۲}$

۲) سیستم حلقه بسته ناپایدار است و لذا خطای حالت ماندگار بی‌مفهوم است.

۳) خطای ماندگار حلقه بسته سیستم فوق $e_{ss} = \frac{۳}{۲}$ می‌باشد.

۴) سیستم پایدار است لذا خطای حالت ماندگار به ورودی اغتشاش پله صفر است. $e_{ss} = ۰$

۸ ـ پاسخ پله‌ای واحد یک سیستم سطح مایع تداخلی (interacting) مشتمل بر دو مخزن مشابه کدام نمودار است؟



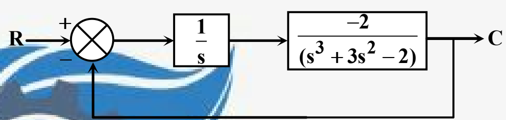
(۴) (۳) (۲) (۱)

۹ ـ مخرج تابع تبدیل مدار بسته سیستمی به صورت زیر است در مورد پایداری این سیستم کدام گزینه درست است؟

$$۱+GH(S) = S^۴ + ۲S^۳ - S^۲ + ۳S + ۱$$

۱) پایدار است. ۲) سه ریشه ناپایدار کننده دارد. ۳) دو ریشه ناپایدار کننده دارد. ۴) یک ریشه ناپایدار کننده دارد.

۱۰ ـ در مدار زیر اگر ورودی به صورت $R(t) = t^۲$ باشد، مقدار افت کنترل (offset) کدام است؟



۱) ۵

۲) صفر

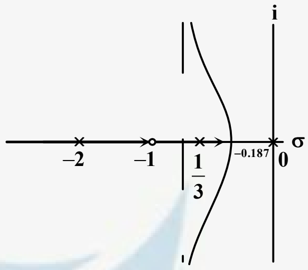
۳) ۵−

۴) ۳−

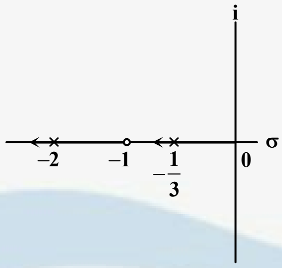
۱۱ ـ تابع تبدیل حلقه باز یک سیستم کنترلی به شکل $\frac{N}{D}=\frac{۲K}{(s-۲a)(s+۷)}$ مفروض است. نقطه شکست مکان هندسی ریشه‌های این سیستم به ازای $k>۰$ و $a>۰$ کدام است؟

۱) $s+۳/۵$
۲) $-۵s-۷/۵$
۳) $۵s-۷/۵$
۴) $-s+۳/۵$

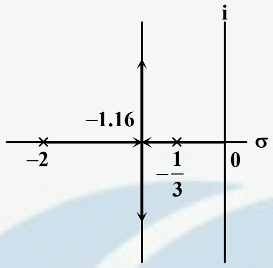
۱۲ ـ یک سیستم حلقه بسته دارای تابع انتقال حلقه باز معادل $G=\frac{K_c(۱+\frac{۱}{\tau_I s})}{(۱+\tau_۱ s)(۱+\tau_۲ s)}$ می‌باشد. اگر همواره $K_c>۰$ باشد (سیستم پایدار) مکان هندسی ریشه‌ها کدام است؟ $\tau_I=\frac{۱}{۴}\ ,\ \tau_۱=۰/۵\ ,\ \tau_۲=۳$



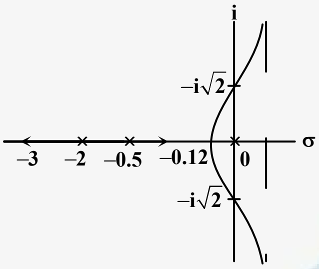
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

۱۳ ـ تابع تبدیل مدار باز سیستمی به صورت $G(s)=\frac{(s+۱)}{s(s+۳)(s+۴)}$ است. زاویه مجانب‌های مکان هندسی ریشه‌ها در محل تلاقی آنها کدام است؟

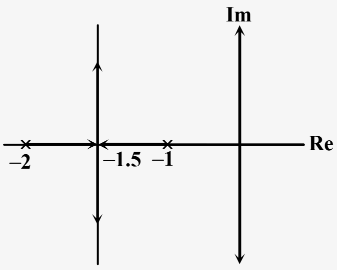
۱) $\alpha=\begin{cases}\frac{\pi}{۲}\\ ۳\frac{\pi}{۲}\end{cases}$ $\gamma=-۳/۵$

۲) $\alpha=\begin{cases}\frac{\pi}{۲}\\ \frac{۳\pi}{۲}\\ \frac{۵\pi}{۲}\end{cases}$ $\gamma=-۳$

۳) $\alpha=\begin{cases}\frac{\pi}{۲}\\ ۳\frac{\pi}{۲}\end{cases}$ $\gamma=-۳$

۴) $\alpha=\begin{cases}\frac{\pi}{۲}\\ ۳\frac{\pi}{۲}\\ ۵\frac{\pi}{۲}\\ ۷\frac{\pi}{۲}\end{cases}$ $\gamma=-۳/۵$

۱۴ ـ مکان هندسی ریشه‌های سیستم مدار با $GH(s)=\frac{\sqrt{۲}K_c}{(s+۱)(s+۲)}$ مطابق شکل زیر است. K_c مربوطه جهت نگه داشتن $\xi=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ کدام است؟ $(\sqrt[۳]{۱۸}\cong ۲/۵)$



۱) $\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}$
۲) $\frac{۲}{\sqrt{۲}}$
۳) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۴}$
۴) صفر

۱۵ ـ تابع تبدیل مدار باز سیستمی به صورت $G(s)=\frac{k(s+۲)}{(s-۱+j)(s-۱-j)}$ است. با استفاده از نمودار مکان هندسی ریشه‌ها، پاسخ سیستم به ورودی پله‌ای چگونه است؟

۱) در تمام بهره‌ها نوسانی است.
۲) در تمام بهره‌ها غیرنوسانی است.
۳) در بهره‌های پایین غیرنوسانی و در بهره‌های بالا نوسانی است.
۴) در بهره‌های پایین نوسانی و در بهره‌های بالا غیرنوسانی است.

کنترل فرآیندها

۱ ـ گزینه «۱»

تابع تبدیل حلقه بسته سیستم : $\frac{G}{R}=\frac{\partial}{s^{۲}+۵s+۶} \Rightarrow$ معادله مشخصه $۱+G=۰$

$s^{۲}+۵s+۶=۰$

$$S_{۱,۲}=\frac{-۵\pm\sqrt{۲۵-۲۴}}{۲} \begin{cases} S_{۱}=\frac{-۵+۱}{۲}=-۲ \\ S_{۲}=\frac{-۵-۱}{۲}=-۳ \end{cases}$$ سیستم پایدار است.

۲ ـ گزینه «۳»

$$1+G=1+4(2+0/5s+\frac{3}{S})(\frac{1}{s-2})(\frac{1}{S})=1+\frac{8+4S+\frac{12}{s}}{s(s-2)}$$

$$=\frac{s^2-2s+8+4s+\frac{12}{s}}{s(s-2)}=\frac{\frac{s^3-2s^2+8s+4s^2+12}{s}}{s^2-2s}=\frac{s^3+2s^2+8s+12}{s^3-2s^2}=0 \Rightarrow s^3+2s^2+8s+12=0$$

بر طبق الگوریتم Routh شرط لازم و کافی برای آنکه تمامی ریشه‌های معادله مشخصه سیستم در نیمه چپ باشند آن است که تمامی عناصر محاسبه شده در ستون اول آرایه Routh غیرصفر بوده و علامت یکسانی داشته باشند. در واقع تغییر علامت در ستون اول این آرایه متناظر با تعداد قطب‌های سمت راست خواهد بود.

$$\begin{array}{lll} s^3 & 1 & 8 \\ s^2 & 2 & 12 \\ s^1 & \frac{16-12}{2}=2 & \\ s^0 & 12 & \end{array}$$

۳ ـ گزینه «۴»

$$1+K(1+2s)(\frac{0/2}{T_1s-1})(\frac{2}{T_2s+1})=\frac{T_1T_2s^2+(T_1-T_2)s-1+0/4K+0/8ks}{(T_1s-1)(T_2s+1)}$$

$$1+G=0 \Rightarrow T_1T_2s^2+(T_1-T_2+0/8k)s+0/4k-1=0$$

$$\begin{array}{lll} s^2 & T_1T_2 & 0/4k-1 \\ s & T_1-T_2+0/8k & \\ s^0 & 0/4k-1 & \end{array}$$

$(1)\ \ T_1T_2>0$

$T_1-T_2+0/8k>0 \Rightarrow T_1-T_2>-0/8k \Rightarrow (3)\ \ -2<T_1-T_2<0$

$0/4k-1>0 \Rightarrow k>\frac{10}{4}=\frac{5}{2}=2/5 \Rightarrow (2)\ \ k>2/5$

۴ ـ گزینه «۳»

$$1+G=1+k(2+\frac{5}{s})(\frac{1}{(s-2)(s+2)(s+4)})=1+\frac{k(2s+5)}{s(s-2)(s+2)(s+4)}=0$$

$$\Delta(s)=s\overbrace{(s-2)(s+2)}^{s^2-4}(s+4)+2ks+5k=0$$

$$\Delta(s)=(s^3-4s)(s+4)+2ks+5k=s^4+4s^3-4s^2-16s+2ks+5k=0$$

$$\Delta(s)=s^4+4s^3-4s^2+(2k-16)s+5k=0$$

$$\begin{array}{llll}
s^4 & 1 & -4 & 5k \\
s^3 & 4 & 2k-16 & 0 \\
s^2 & \frac{-16-2k+16}{4} & 5k & \\
s^1 & A & 0 & \\
s^0 & 5k & &
\end{array}$$

$$A=\frac{(-0/5k)(2k-16)-20k}{-0/5k}$$

$$A=\frac{-k^2+8k-20k}{-0/5k}=\frac{-k^2-12k}{-0/5k}=2k+24$$

$-0/5k>0 \Rightarrow 0/5k<0 \Rightarrow k<0$ (۱)

$2k+24>0 \Rightarrow k>-12$ (۳)

$5k>0 \quad k>0$ (۲)

۵ ـ گزینه «۳»

ابتدا: $C[1+\frac{1}{s}\frac{k}{s^2+2s+1}-\frac{k}{s^2+2s+1}]=R[\frac{1}{s}\frac{k}{s^2+2s+1}-\frac{k}{s^2+2s+1}] \Rightarrow \frac{C}{R}=\dfrac{\dfrac{K-KS}{s(s+1)^2}}{\dfrac{s(s+1)^2+K-KS}{s(s+1)^2}}$

$$=\frac{k(1-s)}{s^3+2s^2+(1-k)s+k}$$

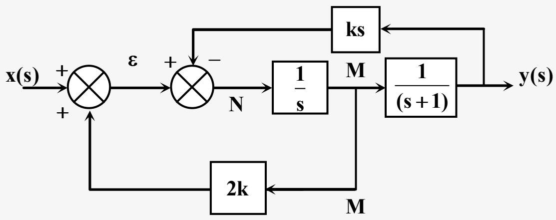
Routh تشکیل آرایه $1+G=s(s^2+2s+1)+k-ks=s^3+2s^2+(1-k)s+k=0$

$$\begin{array}{l|ll}
s^3 & 1 & 1-k \\
s^2 & 2 & k \\
s^1 & \frac{2-3k}{2} & 0 \\
s^0 & k &
\end{array}$$

برای پایداری $\begin{cases} k>0 \\ \frac{2-3k}{2}>0 \Rightarrow 3k<2 \Rightarrow k<\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow 0<k<\frac{2}{3}$

※ داوطلب باید نحوه ساده کردن دیاگرام بلوکی را به خوبی بداند و همچنین بتواند جهت قضاوت در پایداری سیستم از آرایه Routh استفاده کند.

۶ ـ گزینه «۳»



$$\begin{cases} \varepsilon = x + ۲MK \quad (۱) \\ N = \varepsilon - KSY \quad (۲) \\ M = N\dfrac{۱}{s} \qquad (۳) \end{cases}$$

$$(۱,۳) \rightarrow \varepsilon = x + z\frac{N}{S}k \quad (۴)$$

$$(۴,۲) \rightarrow N = (x + ۲\frac{Nk}{s} - KSY)$$

$$N(۱-\frac{۲}{s}k) = X - KSY \Rightarrow N = \frac{X-KSY}{۱-\frac{۲}{s}k} \quad (۵)$$

$$y = M\frac{۱}{s+۱} \Rightarrow y = \frac{x-ksy}{۱-\frac{۲}{s}k}\frac{۱}{s}\frac{۱}{s+۱} = \frac{X-KSy}{s(\frac{s-۲k}{s})(s+۱)}$$

$$y = \frac{x-ksy}{(s-۲k)(s+۱)} \Rightarrow y = \frac{x-ksy}{s^۲+(۱-۲k)s-۲k} \Rightarrow s^۲y + (۱-۲k)sy - ۲ky = x - ksy$$

$$= (s^۲ + s - ks - ۲k)y = x \Rightarrow y = \frac{x}{s^۲+(۱-k)s-۲k}$$

$$\lim_{s\to ۰} s\frac{۱}{s}[۱-\frac{۱}{s^۲+(۱-k)s-۲k}] = ۰ \Rightarrow ۱-\frac{۱}{-۲k} = ۰ \Rightarrow ۱ = -\frac{۱}{۲k} \Rightarrow ۲k = -۱ \Rightarrow k = -\frac{۱}{۲}$$

۷ ـ گزینه «۴»

$$\frac{y(s)}{D(s)} = \frac{\frac{۱}{۲s^۲+۳s+۱}}{۱+(۱+\frac{۰/۲}{۳s})(\frac{۱}{۲s^۲+۳s+۱})} = \frac{\frac{۱}{۲s^۲+۳s+۱}}{۱+\frac{۳s+۰/۲}{۳s(۲s^۲+۳s+۱)}} = \frac{\frac{۱}{۲s^۲+۳s+۱}}{\frac{۳s(۲s^۲+۳s+۱)+۳s+۰/۲}{۳s(۲s^۲+۳s+۱)}} = \frac{۳s}{۶s^۳+۹s^۲+۶s+۰/۲}$$

$$D = \frac{۱}{s}, e_\infty = ۰ - \lim_{s\to ۰} sy(s) \Rightarrow -\lim_{s\to ۰} s\frac{۱}{s}\frac{۳s}{۶s^۳+۹s^۲+۶s+۰/۲} = ۰$$

از آنجایی که کنترل کننده انتگرالی است در صورت پایداری حلقه بسته اثر اغتشاش خارجی پله واحد در حالت ماندگار صفر خواهد شد.

$\Delta(s) = ۶s^۳ + ۹s^۲ + ۶s + ۰/۲$:بررسی پایداری سیستم

$s^۳$	۶	۶
$s^۲$	۹	۰/۲
$s^۱$	$\frac{۵۴-۱/۲}{۹}$	۰
$s^۰$	۰/۲	

سیستم پایدار است. $\Leftarrow$

۸ ـ گزینه «۱»
پاسخ پله‌ای سیستم‌های سطح مایع تداخلی منحنی S شکل دارند.

۹ ـ گزینه «۳»

$s^۴$	۱	-۱	۱
$s^۳$	۲	۳	
$s^۲$	$-\frac{۵}{۲}$	۱	
$s^۱$	$\frac{۱۹}{۲}$		
s°	۱		

$$۱+GH=s^۴+۲s^۳-s^۲+۳s+۱=\circ$$

در ستون اول دو بار تغییر علامت داریم که نشان دهنده دو ریشه ناپایدار کننده می‌باشد.

۱۰ ـ گزینه «۴»

$$R(t)=t^۲ \Rightarrow R(s)=\frac{۲}{s^۳} \Rightarrow C=\frac{۲}{s^۳}\times\frac{-۲}{s^۳+۳s^۲-۲}$$

$$C=\frac{-۴}{s^۳(s^۳+۳s^۲-۲)}$$

$$e_\infty=R_\infty-C_\infty=\lim_{s\to\circ}[sR-sC]=\lim_{s\to\circ}[\frac{۲}{s^۲}-\frac{-۴}{s^۲(s^۳+۳s^۲-۲)}]$$

$$e_\infty=\lim_{s\to\circ}[\frac{۲(s^۳+۳s^۲-۲)+۴}{s^۲(s^۳+۳s^۲-۲)}]$$

$$e_\infty=\lim_{s\to\circ}\frac{۲s^۳+۶s^۲-۴+۴}{s^۲(s^۳+۳s^۲-۲)}=\lim_{s\to\circ}\frac{۲s^۳+۶s^۲}{s^۲(s^۳+۳s^۲-۲)}=\lim_{s\to\circ}\frac{s^۲(۲s+۶)}{s^۲(s^۳+۳s^۲-۲)}$$

$$e_\infty=\lim_{s\to\circ}\frac{۲s+۶}{s^۳+۳s^۲-۲}=\frac{۶}{-۲}=-۳$$

۱۱ ـ گزینه «۱»

$$\frac{N}{D}=L=\frac{۲k}{(s-۲a)(s+۷)}$$

نقطه شکست: $\frac{dL(s)}{ds}=۰ \Rightarrow \frac{-[(s+۷)+(s-۲a)](۲k)}{[(s-۲a)(s+۷)]^۲}=۰ \Rightarrow (۲s+۷-۲a)(۲k)=۰$

$$k>۰ \Rightarrow k\neq ۰ \Rightarrow ۲s+۷=۲a \Rightarrow a=\frac{۲s+۷}{۲}$$

۱۲ ـ گزینه «۱»

برای حالتی که کنترل کننده تناسبی ـ انتگرالی در سیستم داریم، تابع تبدیل حلقه باز به صورت زیر است:

$$G=\frac{k_c(۱+\frac{۱}{\tau_I s})}{(۱+\tau_۱ s)(۱+\tau_۲ s)}=\frac{k_c(\tau_I s+۱)}{\tau_I(۱+\tau_۱ s)(۱+\tau_۲ s)} \Rightarrow T=\frac{G}{G+۱}=\frac{k_c(\tau_I s+۱)}{\tau_I\tau_۱\tau_۲ s^۳+\tau_I(\tau_۱+\tau_۲)s^۲+(\tau_I+k_c\tau_I)s+k_c}$$

$$۱+G=۱+k_c\frac{\frac{۲}{۳}(s+۱)}{s(s+۲)(s+\frac{۱}{۳})} \Rightarrow \begin{cases} P_۱=۰\ ,\ P_۲=-۲\ ,\ P_۳=-\frac{۱}{۳}\ ,\ z=-۱ \\ r=۳-۱=۲ \end{cases}$$

محل تقاطع مجانب $\gamma=\frac{(-۲-\frac{۱}{۳})+۱}{۲}=-۰/۶۶$

$$۱+G=s^۳+۲/۳۳s^۲+(۰/۶۷+۰/۶۷k_c)s+۰/۶۷k_c$$

$$k_c=\frac{s^۳+۲/۳s^۲+۰/۶۷s}{۰/۶۷s-۰/۶۷} \Rightarrow \frac{dk_c}{d_s}=۰ \Rightarrow s=-۰/۱۸۷$$

در نقطه $s=-۰/۱۸۷$ نمودار مکان هندسی محور حقیقی را ترک می‌کند.

۱۳ـ گزینه «۳»

زاویه مجانب‌های مکان هندسی توسط رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$\theta=\frac{(2k'+1)\pi}{r}\ ,\ r=n-m, k'$$

$$\left.\begin{matrix} P_1=0\ ,\ P_2=-3\ ,\ P_3=-4 \Rightarrow \pi=-3 \\ Z_1=-1 \Rightarrow m=1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \theta=\frac{(2k'+1)\pi}{2} \qquad k'=0,1$$

$$r=n-m=3-1=2$$

$$\theta=\begin{cases}\frac{\pi}{2}\ ;\ k'=0\\ \frac{3\pi}{2}\ ;\ k'=1\end{cases}$$

$$\gamma=\frac{\sum p_i-\sum z_i}{r}=\frac{(0-3-4)(-1)}{2}=\frac{-6}{2}=-3$$

۱۴ ـ گزینه «۱»

$$P_1=-1, P_2=-2$$

$$1+GH(s)=(s+1)(s+2)+\sqrt{2}k_c=0 \Rightarrow s^2+3s+2+\sqrt{2}k_c=0$$

به فرم استاندارد $\Rightarrow \frac{1}{2+\sqrt{2}k_c}S^2+\frac{3}{2+\sqrt{2}k_c}s+1=0$

$$\tau^2=\frac{1}{2+\sqrt{2}k_c} \Rightarrow \tau=\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{2}k_c}}\ ,\ 2\tau\xi=\frac{1}{(\frac{3}{2+\sqrt{2}k_c})}$$

$$\xi=\frac{2+\sqrt{2}k_c}{6\tau}=\frac{2+\sqrt{2}k_c}{\frac{6}{\sqrt{2+\sqrt{2}k_c}}}=\frac{(2+\sqrt{2}k_c)\sqrt{2+\sqrt{2}k_c}}{6}$$

$$\xi=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{(2+\sqrt{2}k_c)^3}{36}=\frac{1}{2} \Rightarrow (2+\sqrt{2}k_c)^3=18$$

$$2+\sqrt{2}k_c=2/5 \Rightarrow \sqrt{2}k_c=0/5 \Rightarrow k_c=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

۱۵ ـ گزینه «۴»

$s_{1,2} = 1 \pm j$ قطبه‌های حلقه باز و $s = -2$ صفرهای حلقه باز

حال مکان هندسی ریشه‌ها برای تعیین سیستم با تابع تبدیل حلقه باز داده شده $(G(s))$ را به صورت زیر رسم می‌کنیم:

سیستم به ازای $0 < K < K_1$ دارای ۲ ریشهٔ (۲ قطب) مختلط بوده که هر دو ریشه دارای بخش حقیقی مثبت بوده در نتیجه به ازای این مقـادیر از K سیستم نوسانی و ناپایدار خواهد بود، همچنین سیستم به ازای $k_1 < k < k_2$ دارای ۲ ریشه مختلط با قسمت‌های حقیقـی منفـی بـوده و در نتیجه سیستم به ازای این مقادیر از k نوسانی و میرا خواهد بود. سیستم به ازای $k_2 < k < \infty$ دارای ۲ ریشه حقیقی منفـی بـوده و سیـستم بـه ازای این مقادیر از k غیرنوسانی و میرا خواهد بود، بنابراین سیستم در بهره‌های پایین $0 < k < k_2$ نوسانی و در بهره‌های بالا $k > k_2$ غیرنوسانی می‌باشد.