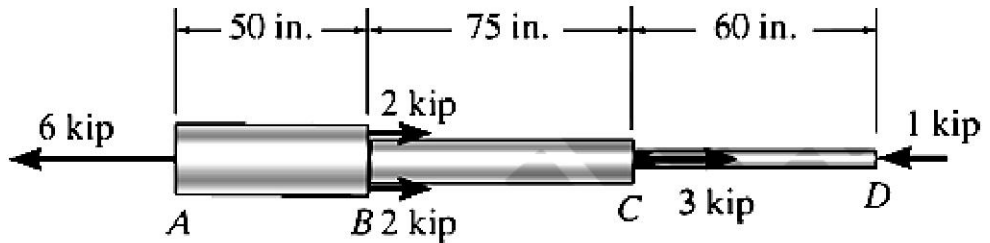


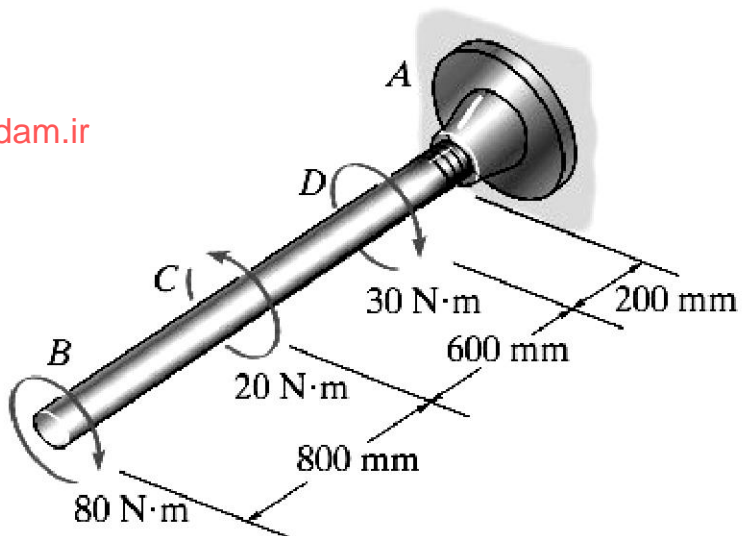
۱- مطابق شکل میله از جنس مس $E = 18(10^3)ksi$ ، تحت بارگذاری محوری قرار گرفته است. جابجایی نقطه A نسبت به D را بدست آورید. همچنین تنش ها در قسمت های AB، BC و CD را بدست آورید. ($d_{AB} = 3in, d_{BC} = 2in, d_{CD} = 1in$)



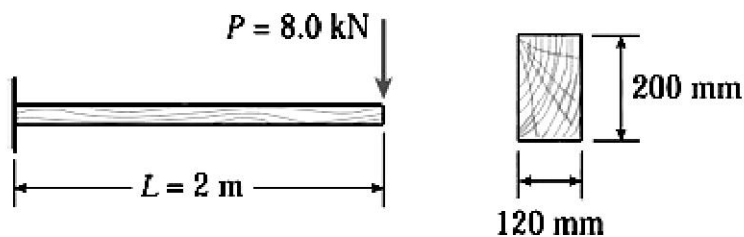
۲- همانند شکل شافت فولادی ($G = 75GPa$) توپر با قطر $20mm$ در معرض گشتاورهای نشان داده شده قرار گرفته است.

مطلوبست محاسبه ی تنش پیچشی در قسمت های مختلف میله و همچنین زاویه پیچش سر B.

www.nashr-estekhdam.ir



۳- تیر یکسرگیرداری همانند شکل بارگذاری شده است. بیشترین تنش عمودی ناشی از خمش را در تیر محاسبه کنید.



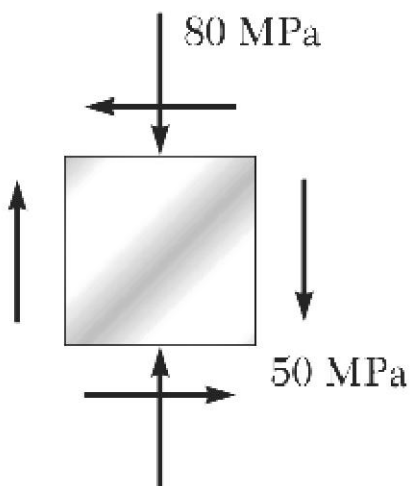
۴- برای وضعیت تنش صفحه ای نشان داده شده مطلوبست محاسبه ی:

الف- صفحه های اصلی (زاویه امتدادهای اصلی با محور افقی)

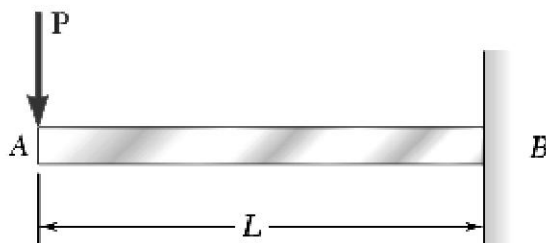
ب- مقادیر تنش های اصلی

ج- تنش برشی ماکزیمم در صفحه و تنش قائم متناظر در این صفحه.

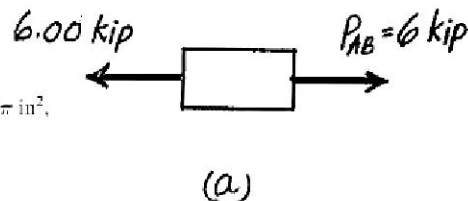
www.nashr-estekhdam.ir



۵- تیری همانند شکل بارگذاری شده است. معادله منحنی الاستیک تیر و هم چنین خیز و شیب در نقطه A را بدست آورید.



The normal forces developed in segment AB , BC and CD are shown in the $FBDS$ of each segment in Fig. a , b and c respectively.



The cross-sectional area of segment AB , BC and CD are $A_{AB} = \frac{\pi}{4} (3^2) = 2.25\pi \text{ in}^2$, $A_{BC} = \frac{\pi}{4} (2^2) = \pi \text{ in}^2$ and $A_{CD} = \frac{\pi}{4} (1^2) = 0.25\pi \text{ in}^2$.

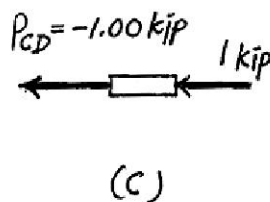
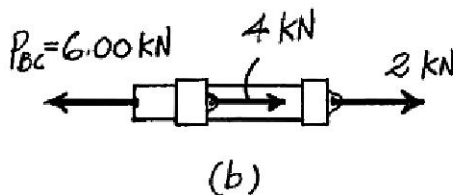
Thus,

$$\begin{aligned} \delta_{A/D} &= \sum \frac{P_i L_i}{A_i E_i} = \frac{P_{AB} L_{AB}}{A_{AB} E_{Cu}} + \frac{P_{BC} L_{BC}}{A_{BC} E_{Cu}} + \frac{P_{CD} L_{CD}}{A_{CD} E_{Cu}} \\ &= \frac{6.00 (50)}{(2.25\pi) [18(10^3)]} + \frac{2.00 (75)}{\pi [18(10^3)]} + \frac{-1.00 (60)}{(0.25\pi) [18(10^3)]} \\ &= 0.766(10^{-3}) \text{ in.} \end{aligned}$$

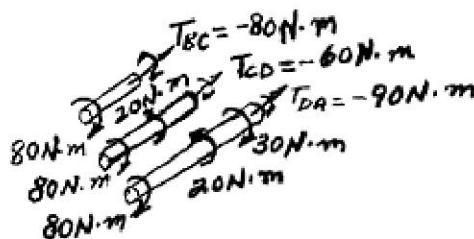
Ans.

www.nashr-estekhdam.ir

The positive sign indicates that end A moves away from D .



$$\begin{aligned}
 \phi_B &= \sum \frac{TL}{JG} \\
 &= \frac{1}{\frac{\pi}{2}(0.01^4)(75.0)(10^9)} [-80.0(0.8) + (-60.0)(0.6) + (-90.0)(0.2)] \\
 &= -0.1002 \text{ rad} = | 5.74^\circ
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \sigma_{\max} &= \frac{M_{\max} y}{I} \\
 y &= 100 \text{ mm}, M_{\max} = 8 \times 10^3 \times 2 = 16 \text{ kN.m}
 \end{aligned}$$

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

www.nashr-estekhdam.ir

$$\tan 2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma' = \sigma_{\text{ave}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

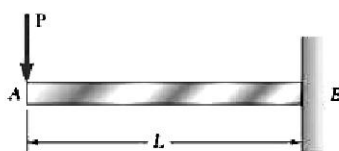


Fig. 9.9

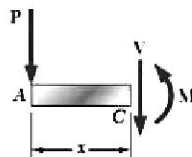


Fig. 9.10

Using the free-body diagram of the portion AC of the beam (Fig. 9.10), where C is located at a distance x from end A, we find

$$M = -Px \quad (9.7)$$

Substituting for M into Eq. (9.4) and multiplying both members by the constant EI , we write

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -Px$$

Integrating in x , we obtain

$$EI \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}Px^2 + C_1 \quad (9.8)$$

We now observe that at the fixed end B we have $x = L$ and $\theta = dy/dx = 0$ (Fig. 9.11). Substituting these values into (9.8) and solving for C_1 , we have

$$C_1 = \frac{1}{2}PL^2$$

which we carry back into (9.8):

$$EI \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}Px^2 + \frac{1}{2}PL^2 \quad (9.9)$$

Integrating both members of Eq. (9.9), we write

$$EI y = -\frac{1}{6}Px^3 + \frac{1}{2}PL^2x + C_2 \quad (9.10)$$

But, at B we have $x = L$, $y = 0$. Substituting into (9.10), we have

$$0 = -\frac{1}{6}PL^3 + \frac{1}{2}PL^3 + C_2$$

$$C_2 = -\frac{1}{3}PL^3$$

Carrying the value of C_2 back into Eq. (9.10), we obtain the equation of the elastic curve:

$$EI y = -\frac{1}{6}Px^3 + \frac{1}{2}PL^2x - \frac{1}{3}PL^3$$

or

$$y = \frac{P}{6EI}(-x^3 + 3L^2x - 2L^3) \quad (9.11)$$

The deflection and slope at A are obtained by letting $x = 0$ in Eqs. (9.11) and (9.9). We find

$$y_A = -\frac{PL^3}{3EI} \quad \text{and} \quad \theta_A = \left(\frac{dy}{dx}\right)_A = \frac{PL^2}{2EI}$$

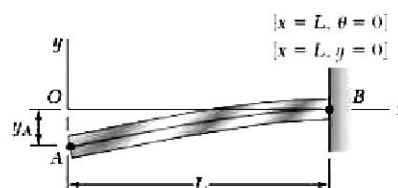
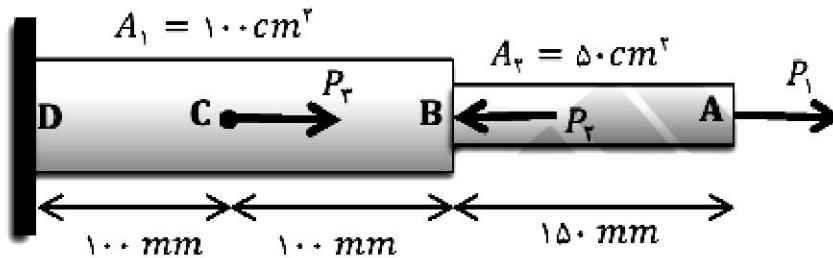


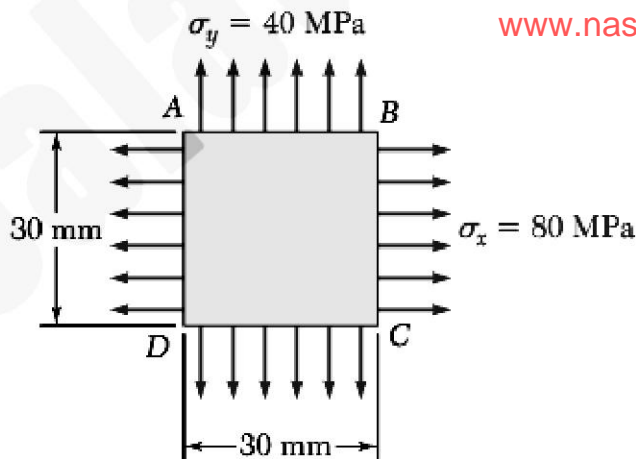
Fig. 9.11

www.nashr-estekhdam.ir

- ۱- میله ای فولادی ($E = 200GPa$) با بارگذاری محوری $P_1 = 50kN$ و $P_2 = 100kN$ و $P_3 = 200kN$ را در نظر بگیرید. مطلوبست محاسبه ی:
- الف- تنش قسمت های AB و BC و CD میله.
- ب- تغییر مکان نقطه A.

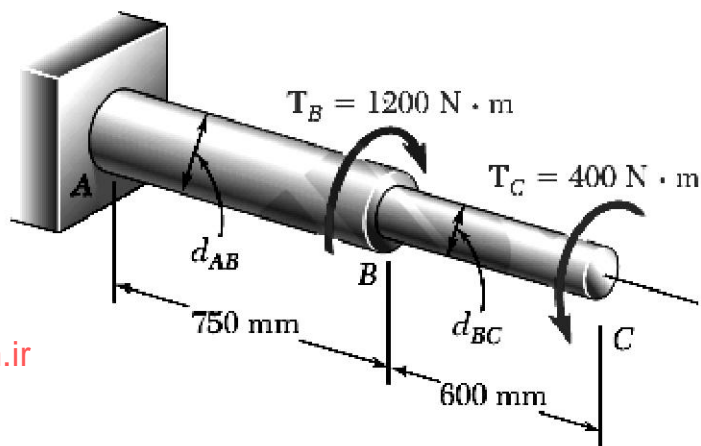


- ۲- صفحه ای مربعی به ابعاد $30mm \times 30mm$ مطابق شکل تحت تنش های صفحه ای قرار گرفته است. با فرض $E = 200GPa, \nu = 0.3$ ، مطلوبست تغییر اندازه طول ضلع AB و همچنین قطر DB.



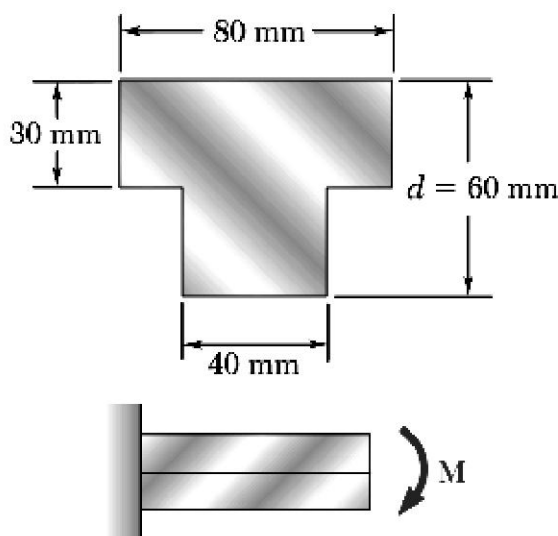
www.nashr-estekhdam.ir

۳- برای شفت با بارگذاری نشان داده شده، تنش برشی مجاز برای طراحی $55MPa$ می باشد. با صرفنظر کردن از اثرات تمرکز تنش، کمترین قطر مجاز d_{AB} و d_{BC} را برای تحمل تنش بدست آورید.



www.nashr-estekhdam.ir

۴- برای تیر با بارگذاری نشان داده شده ماکزیمم تنش کششی $24MPa$ و ماکزیمم تنش فشاری $30MPa$ می باشد (تنش ناشی از خمش). مقدار حداکثر کوپل M را بیابید.

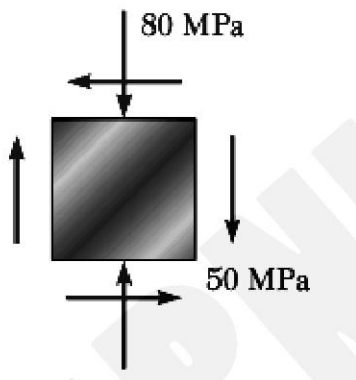


۵- المان با تنش صفحه ای نشان داده شده را در نظر بگیرید. مطلوبست:

الف- تعیین جهات اصلی و تنش های اصلی.

ب- ماکزیمم تنش برشی در صفحه و تنش نرمال متناظر به این صفحه.

www.nashr-estekhdam.ir



$$\sigma_{BC} = \frac{P_1 - P_2}{A} = \frac{(50 - 100) * 10^3}{100 * 10^{-6}} = -5 \text{ MPa} \quad \sigma_{AB} = \frac{P_1}{A} = \frac{50 * 10^3}{50 * 10^{-6}} = 10 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{CD} = \frac{P_1 + P_2 - P_3}{A} = \frac{(100 + 50 - 100) * 10^3}{100 * 10^{-6}} = 5 \text{ MPa}$$

$$\delta_A = P_1 \left(\frac{L_1}{A_1 E} + \frac{L_2 + L_3}{A_2 E} \right) - \frac{P_2 (L_2 + L_3)}{A_2 E} + \frac{P_3 L_3}{A_3 E}$$

با قراردادن مقادیر مربوطه مقدار تغییر مکان نقطه بدست می آید.

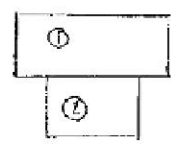
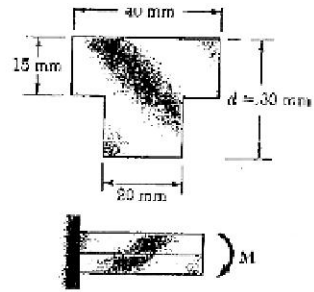
$$\epsilon_x = + \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_z}{E} \quad -2$$

$$\epsilon_y = - \frac{\nu \sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu \sigma_z}{E}$$

$$\epsilon_z = - \frac{\nu \sigma_x}{E} - \frac{\nu \sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E}$$

www.nashr-estekhdam.ir

$$\tau_{\max} = \frac{T_C}{J} \quad -3$$



	A, mm^2	\bar{y}_c, mm	$A\bar{y}_c, \text{mm}^3$
①	600	22.5	13.5×10^3
②	300	7.5	2.25×10^3
Σ	900		15.75×10^3

$$\bar{Y}_c = \frac{15.75 \times 10^3}{900} = 17.5 \text{ mm}$$

The neutral axis lies 17.5 mm above the bottom.

$$y_{\text{top}} = 30 - 17.5 = 12.5 \text{ mm} = 0.0125 \text{ m}, \quad y_{\text{bot}} = -17.5 \text{ mm} = -0.0175 \text{ m}$$

$$I_1 = \frac{1}{12} b_1 h_1^3 + A_1 d_1^2 = \frac{1}{12} (40)(15)^3 + (600)(5)^2 = 26.25 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = \frac{1}{12} b_2 h_2^3 + A_2 d_2^2 = \frac{1}{12} (20)(15)^3 + (300)(10)^2 = 35.625 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I = I_1 + I_2 = 61.875 \times 10^3 \text{ mm}^4 = 61.875 \times 10^{-9} \text{ m}^4$$

$$|G| = \left| \frac{My}{I} \right| \quad M = \left| \frac{GI}{y} \right|$$

www.nashr-estekhdam.ir

Top: tension side $M = \frac{(24 \times 10^6)(61.875 \times 10^{-9})}{0.0125} = 118.8 \text{ N}\cdot\text{m}$

Bottom: compression $M = \frac{(30 \times 10^6)(61.875 \times 10^{-9})}{0.0175} = 106.1 \text{ N}\cdot\text{m}$

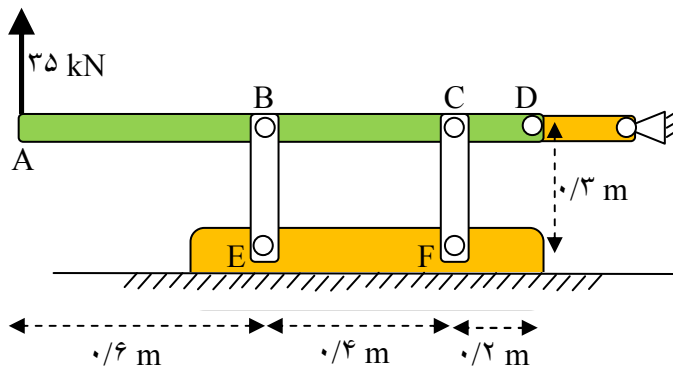
Choose smaller value

$M = 106.1 \text{ N}\cdot\text{m}$ ◀

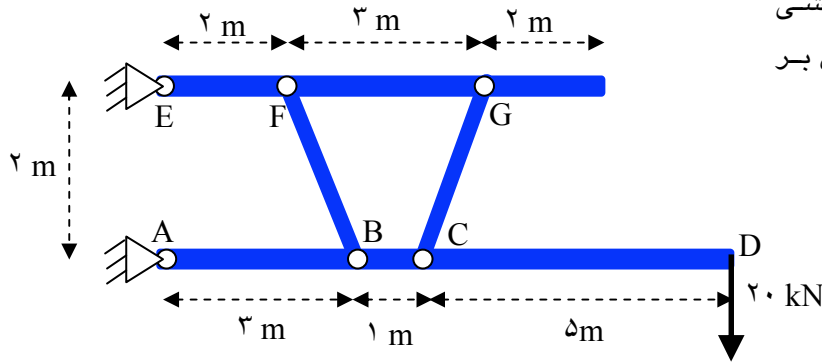
$$\sigma_{\text{max, min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

$$\sigma' = \sigma_{\text{ave}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad \tau_{\text{max}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

مسئله ۱- در شکل نیروی ۳۵ کیلونیوتنی به نقطه A وارد می شود. مفصل های B با E و نیز مفصل های C با F توسط اتصالاتی به یکدیگر وصل شده اند چنانچه عرض این اتصالات ۶۵ و ضخامت آنها ۱۵ میلی متر باشد با در نظر داشتن اینکه قطر سوراخ مفصل ها ۲۰ میلی متر است. حداکثر و حداقل تنش متوسط موجود در هر یک از این اتصالات را بدست آورید. (نمره: ۲/۰)



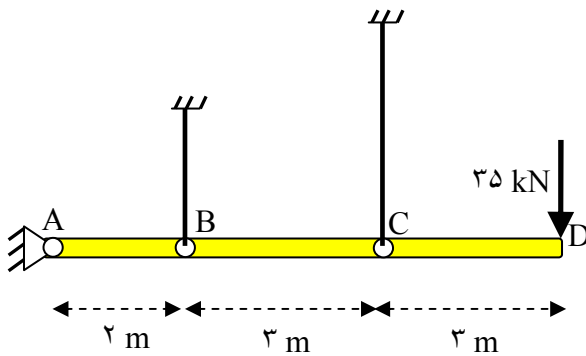
مسئله ۲- با شرایط بارگذاری روی قاب شکل زیر، حداقل سطح مقطع المان BF و CG را بدست آورید. تنش مجاز کششی ۱۴۰ و تنش مجاز فشاری ۹۶ نیوتن بر میلی متر مربع است. (نمره: ۲/۵)



www.nashr-estekhdam.ir

مسئله ۳ - به میله کاملاً صلب AD نیروی ۳۵ kN وارد می‌شود. میله با دو کابل با دو جنس متفاوت نگهداری می‌گردد.

الف - چنانچه میله AD تحت تاثیر نیروی وارده تغییر زاویه کوچکی به اندازه θ در گره A پیدا کند و کابل‌ها دارای حداقل سطح مقطع مجاز باشند، نسبت بین طولهای دو کابل C و B را بیابید. (نمره: ۲/۰)



$$E_B = 2 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}, \sigma_{IB} = 150 \frac{N}{mm^2}$$

$$E_C = 0.8 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}, \sigma_{IC} = 130 \frac{N}{mm^2}$$

σ_{IB} و σ_{IC} تنش های مجاز برای دو کابل مورد نظر هستند.

ب- اگر حداقل سطح مقطع مجاز کابل C برابر ۳۰۰ میلی متر مربع و طول آن ۵/۲ متر باشد. حداقل سطح مقطع و طول کابل B و نیز نیروهای موجود در کابل‌ها را بدست آورید. (نمره: ۱/۵)

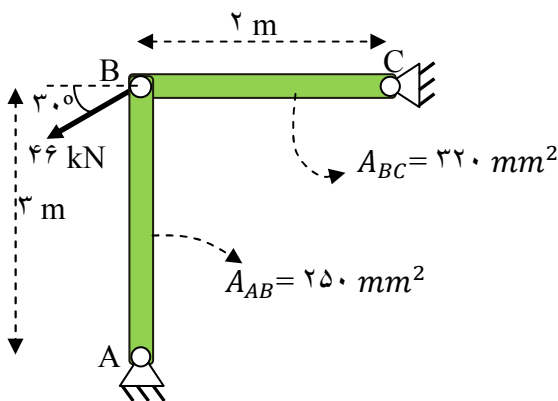
مسئله ۴ - قاب روبرو تحت بارگذاری ۴۶ kN است. با مشخصات داده شده در شکل:

الف - کرنش موجود در هر یک از اعضای قاب را بیابید.

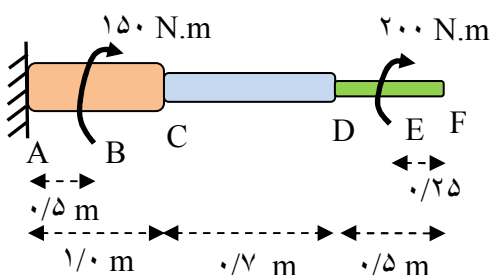
$$E = 2 \times 10^5 \frac{N}{mm^2} \quad (\text{نمره: } ۱/۵)$$

ب- تغییر مکان نقطه B را محاسبه نمایید. (نمره: ۱/۵)

توجه: تغییر مکان نقطه B حاصل از تغییر طولهای هر یک از دو عضو قاب است.



مسئله ۵ - عضو گیردار شکل زیر تحت پیچش‌های ۲۰۰ و ۱۵۰ نیوتن متر قرار دارد. این میله از سه مقطع مختلف به قطرهای زیر و هر مقطع از یک جنس خاص تشکیل شده است.



$$D_{AC} = 40 \text{ mm}, \quad G_{AC} = 0.80 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}$$

$$D_{CD} = 35 \text{ mm}, \quad G_{CD} = 0.70 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}$$

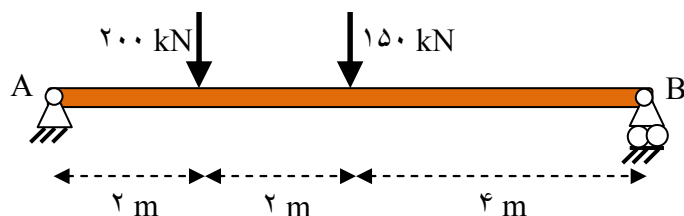
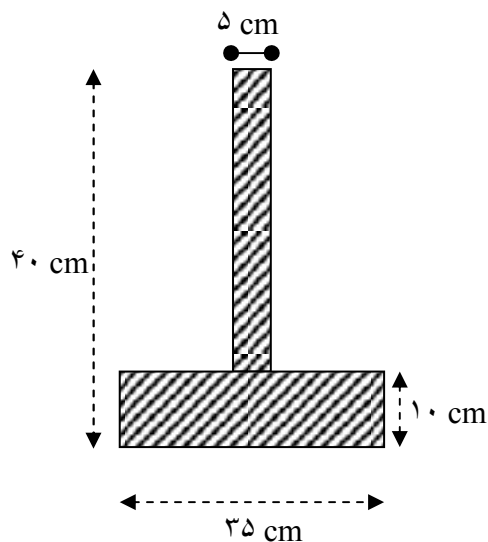
$$D_{DF} = 25 \text{ mm}, \quad G_{DF} = 0.65 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}$$

الف - حداکثر تنش برشی در طول این عضو را بیابید. محل تاثیر این تنش را مشخص کنید. (نمره: ۲/۰)

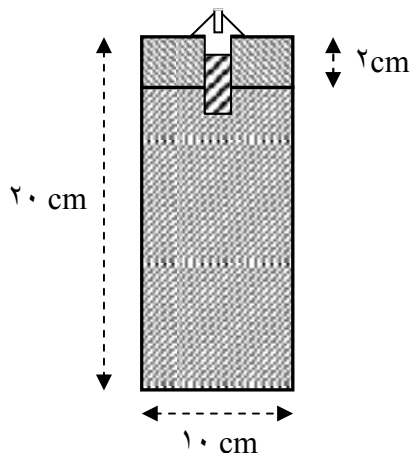
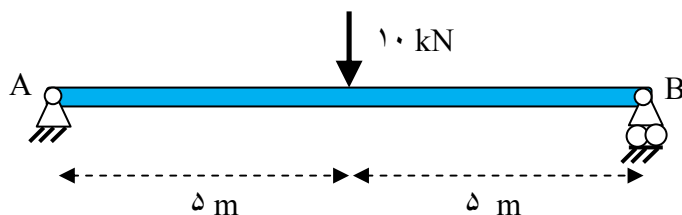
ب - زاویه پیچش در نقاط C و D و F را محاسبه نمایید.

(نمره: ۱/۵)

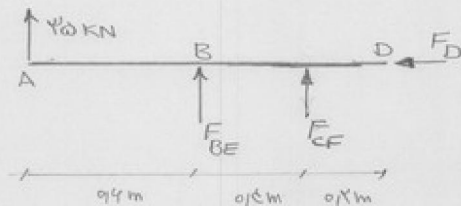
مسئله ۶ - تیر ساده‌ای تحت بارگذاری دو نیروی ۱۵۰ و ۲۰۰ کیلونیوتنی قرار دارد. مقطع تیر در شکل نشان داده شده است. حداکثر تنش کششی و فشاری ناشی از خمش را در این تیر بیابید این تنش در کدام مقطع واقع می‌شود؟
(نمره : ۳/۰)



مسئله ۷ - تیری به طول ۱۰ متر با اتصال دو الوار به یکدیگر ساخته شده است. اتصال این دو الوار بطور کامل و به توسط پیچ‌هایی با مقاومت برشی ۲ کیلو نیوتن صورت گرفته است. چنانچه فاصله پیچ‌ها از یکدیگر در کل طول تیر؛ بنا به ضرورت؛ مساوی باشند. تعداد پیچ‌های مورد نیاز اتصال دو الوار رابدست آورید. (نمره : ۲/۵)



پاسخ مسئله ۱.

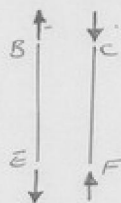


$$\sum M_B = 0 \rightarrow 40 \times 0.4 - F_{CF} \times 0.1 = 0 \rightarrow F_{CF} = 160 \text{ kN}$$

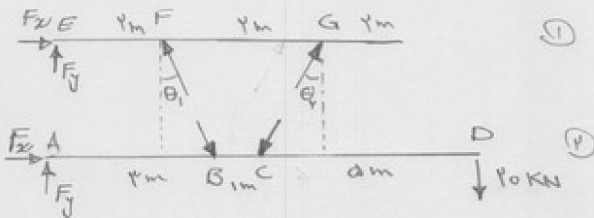
$$\sum M_C = 0 \rightarrow 40 \times 1 + F_{BE} \times 0.1 = 0 \rightarrow F_{BE} = -400 \text{ kN}$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{aligned} \sigma'_{amin} &= \frac{40 \times 1000}{40 \times 10} = 100 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma'_{cmax} &= \frac{40 \times 1000}{(40 - 10) \times 10} = 133.33 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{aligned} \sigma_{Bmin} &= \frac{400 \times 1000}{40 \times 10} = 1000 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma_{Bmax} &= \frac{400 \times 1000}{(40 - 10) \times 10} = 1333.33 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \right.$$



پاسخ مسئله ۲.



چهار آزاد در دو عضو افقی قالب را به یک دانه ترسیم می‌کنیم.

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \theta_1 = \theta_2 = 14.05^\circ$$

$$\textcircled{1} \text{ در } F \quad \sum M_E = 0 \Rightarrow F_{FB} \times \cos 14.05^\circ \times 2 + F_{GC} \times \cos 14.05^\circ \times 2 = 0$$

$$\Rightarrow F_{FB} = -F_{GC} \quad 1$$

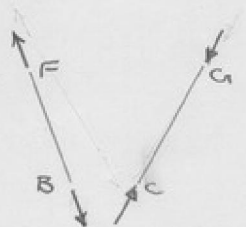
$$\textcircled{2} \text{ در } A \quad \sum M_A = 0 \Rightarrow F_{FB} \times \cos 14.05^\circ \times 2 + F_{GC} \times \cos 14.05^\circ \times 4 + 10 \times 4 = 0 \quad 2$$

www.nashr-estekhdam.ir

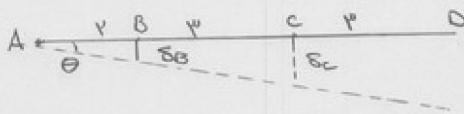
$$1, 2 \Rightarrow F_{GC} = 26.12 \text{ KN} \quad , \Rightarrow F_{FB} = -19.58 \text{ KN}$$

$$\Rightarrow A_{FB} = \frac{19.58 \times 1000}{150} = 130.53 \text{ mm}^2$$

$$A_{GC} = \frac{26.12 \times 1000}{94} = 277.87 \text{ mm}^2$$



بسیار مستند ۳



$$E_B = 2 \times 10^4 \text{ N/mm}^2, E_C = 1.8 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_B = 120 \text{ N/mm}^2, \sigma_C = 130 \text{ N/mm}^2$$

الف -

$$\delta_B = 2 \theta \approx \omega \theta \quad \delta_C = 1 \theta \approx \omega \theta$$

$$\delta = \frac{PL}{AE} = \frac{\sigma L}{E} \Rightarrow \delta_B = \frac{\sigma_B L_B}{E_B}, \delta_C = \frac{\sigma_C L_C}{E_C}$$

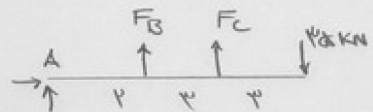
$$\Rightarrow 2 \theta = \frac{\sigma_B L_B}{E_B}, \omega \theta = \frac{\sigma_C L_C}{E_C} \Rightarrow \frac{L_C}{L_B} = 2.14$$

ب -

$$A_C = 300 \text{ mm}^2, L_C = 2.14 \text{ m}$$

$$A_B = ?, L_B = ? \quad L_B = 2.14 \times 2.14 = 4.59 \text{ m}$$

$$F_C = A_C \times \sigma_C = 300 \times 130 = 39000 \text{ N}$$



www.nashr-estekhdam.ir

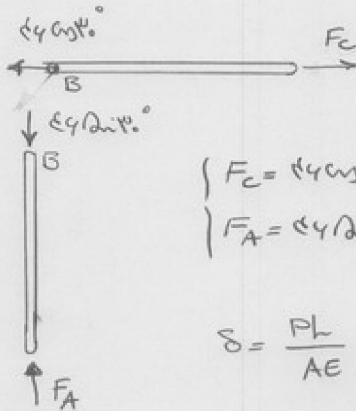
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_B \times 2 + F_C \times 4.14 = 10 \times 4.14 \Rightarrow F_B = 4.14 \text{ kN}$$

$$A_B = \frac{6 \times 4.14 \times 10^3}{100 \times 120} = 207.33 \text{ mm}^2$$

پایخ مسئله ۴

دو عضو قاب، اعصابی محوری

هستند و لذا اثر در جهات قائم و افقی است.

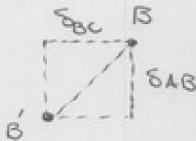


$$\begin{cases} F_c = 14000 \text{ N} \\ F_A = 14000 \text{ N} \end{cases}$$

$$\delta = \frac{PL}{AE} \Rightarrow \delta_{BC} = \frac{14000 \times 1000 \times 2000}{200 \times 10^9 \times 10^4} = 1.25 \text{ mm}$$

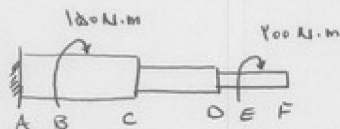
$$\delta_{AB} = \frac{14000 \times 1000 \times 2000}{200 \times 10^9 \times 10^4} = 1.25 \text{ mm}$$

www.nashr-estekhdam.ir



$$\delta = \sqrt{\delta_{BC}^2 + \delta_{AB}^2} = \sqrt{1.25^2 + 1.25^2} = 1.77 \text{ mm}$$

پاسخ مسئله ۵.



$$\tau = \frac{Tc}{J}, J = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\phi_{mn} = \frac{T \cdot L_{mn}}{J \cdot G}$$

جدول زیر با استفاده از روابط فوقی مقادیر تنش در طول پیچش را درست آورده است.

	واحد	AB	BC	CD	DE	EF
D	mm	۴۰,۰۰	۴۰,۰۰	۳۵,۰۰	۲۵,۰۰	۲۵,۰۰
C	mm	۲۰,۰۰	۲۰,۰۰	۱۷,۵۰	۱۲,۵۰	۱۲,۵۰
L	mm	۵۰۰,۰۰	۵۰۰,۰۰	۷۰۰,۰۰	۲۵۰,۰۰	۲۵۰,۰۰
G	N/mm ^۲	۸۰,۰۰۰,۰۰	۸۰,۰۰۰,۰۰	۷۰,۰۰۰,۰۰	۶۵,۰۰۰,۰۰	۶۵,۰۰۰,۰۰
T	N.mm	۳۵۰,۰۰۰,۰۰	۲۰۰,۰۰۰,۰۰	۲۰۰,۰۰۰,۰۰	۲۰۰,۰۰۰,۰۰	۰,۰۰
J	mm ^۴	۲۵۱,۳۲۷,۳۶	۲۵۱,۳۲۷,۳۶	۱۴۷,۳۲۴,۴۸	۳۸,۳۴۹,۵۱	۳۸,۳۴۹,۵۱
Shear	N/mm ^۲	۲۷,۸۵	۱۵,۹۲	۲۳,۷۶	۶۵,۱۹	۰,۰۰
Angle	Rad	۰,۰۰۸۷۰۴	۰,۰۰۴۹۷۴	۰,۰۱۳۵۷۶	۰,۰۲۰۰۵۸	۰,۰۰۰۰۰۰

تنش حاد
در هر نقطه

Point		B	C	D	E	F
angle of twist	deg	۰,۵۰	۰,۷۸	۱,۵۶	۲,۷۱	۲,۷۱

زاویه پیچش
در نقطه

الف - تنش حداکثر در فاصله نقاط D تا E برابر ۴۵۱/۱۹ نیوتن بر میلی متر مربع است.

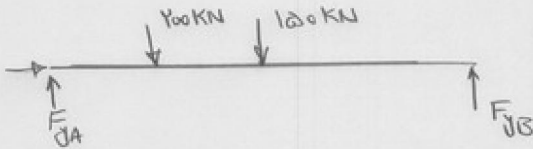
ب - بیشترین نقاط C و D و F بازوایی زیر صورت گرفته است

$$\phi_C = 0,87^\circ$$

$$\phi_D = 1,56^\circ$$

$$\phi_F = 2,71^\circ$$

پاسخ مسئله ۴



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow 200 \times 2 + 150 \times 5 = F_{yB} \times 10 \Rightarrow F_{yB} = 125 \text{ KN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 200 + 150 - 125 = F_{yA} \Rightarrow F_{yA} = 225 \text{ KN}$$



دیاگرام نیروی برشی در طول تیر

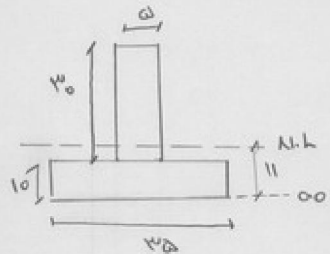
www.nashr-estekhdam.ir

$$M_{max} = 600 \text{ KN.m}$$

$$\sigma = \frac{Mc}{I}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum A \bar{y}}{A} = \frac{5 \times 30 \times 25 + 10 \times 35 \times 5}{5 \times 30 + 35 \times 10} = 11 \text{ cm}$$

محول بار خنثی:



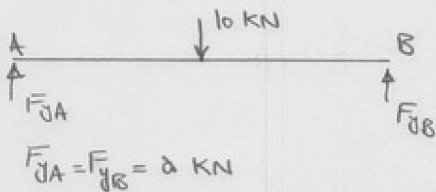
$$I = I_g + Ad^2 \quad I_g = bh^3/12 \quad \Rightarrow I =$$

$$\Rightarrow I = \frac{5 \times 30^3}{12} + 5 \times 30 (25 - 11)^2 + 35 \times \frac{10^3}{12} + 10 \times 35 (11 - 5)^2 = 18344.47 \text{ cm}^4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \frac{Mc}{I} = \frac{600 \times 1000 \times 100 \times (35 - 11)}{18344.47} = 78965 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \text{ کششی} \\ \sigma_2 = \frac{Mc}{I} = \frac{600 \times 1000 \times 100 \times 11}{18344.47} = 35965 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \text{ فشاری} \end{cases}$$

پاسخ مسئله ۷.

چون فواصل بین پیچ‌ها در کل
تیر برابر چند لایحه است طراحی براساس
حد اکثر برش موجود در تیر انتخاب شود.



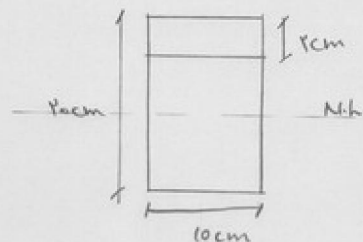
$$V_{\max} = 5 \text{ KN}$$

$$q = \frac{VQ}{I}$$

$$Q = A \cdot \bar{y} = 2 \times 10 \times 9 = 90 \text{ cm}^3$$

$$I = bh^3/12 = 10 \times 20^3/12 = 4444.44 \text{ cm}^4$$

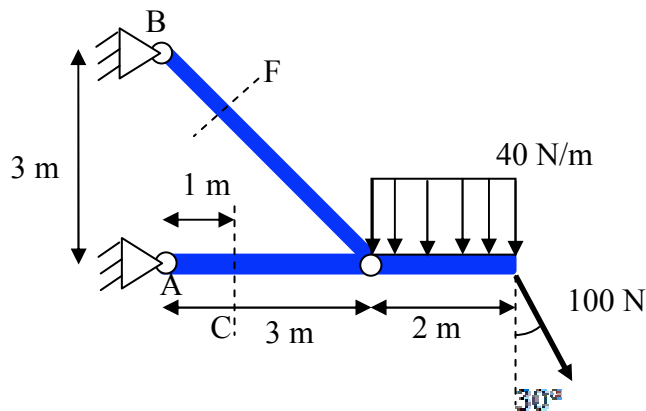
$$q = \frac{5000 \times 90}{4444.44} = 47.5 \text{ N/cm}$$



www.nashr-estekhdam.ir

$$\text{فواصل پیچ‌ها} = \frac{2000}{47.5} = 29.44 \text{ cm} \quad \frac{10 \times 100}{29.44} = 32.89 \Rightarrow$$

$$\text{تعداد پیچ‌ها} = 32 + 1 = 33$$



مسئله 1 - تیر شکل زیر تحت بارگذاری نشان داده شده است. زاویه ای که نیروی 100 تن با امتداد عمود می سازد برابر 30 درجه است.

الف- نیروهای عکس‌العمل تکیه‌گاهی را بدست آورید. ضخامت اعضای سازه قابل صرفنظر کردن است. (نمره : 1.0)

ب- نیروهای محوری، برشی و لنگر خمشی را در مقطع C بیابید. (نمره : 0.75)

ج- نیروهای محوری، برشی و لنگر خمشی را در مقطع F بیابید. (نمره : 0.75)

مسئله 2- بوم AB به کمک کابل CB که به وینچی متصل است بار W را حمل می‌کند. چنانچه سطح مقطع کابل CB برابر 3.5 سانتیمتر مربع و تنش مجاز کششی در آن 1400 کیلوگرم بر سانتیمتر مربع اعلام گردد. با زاویه $\theta = 30^\circ$:

الف- حداکثر نیروی کششی که کابل CB می تواند در محدوده ارتجاعی تحمل کند را بیابید. (نمره : 0.75)

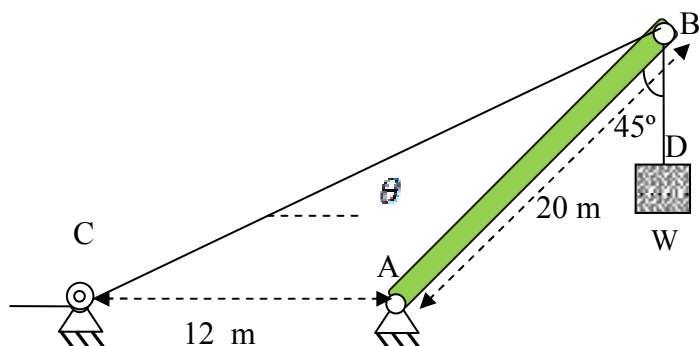
ب- با نیروی کابل بدست آمده فوق، نیروی موجود در بوم به چه مقدار است؟ (نمره : 1.0)

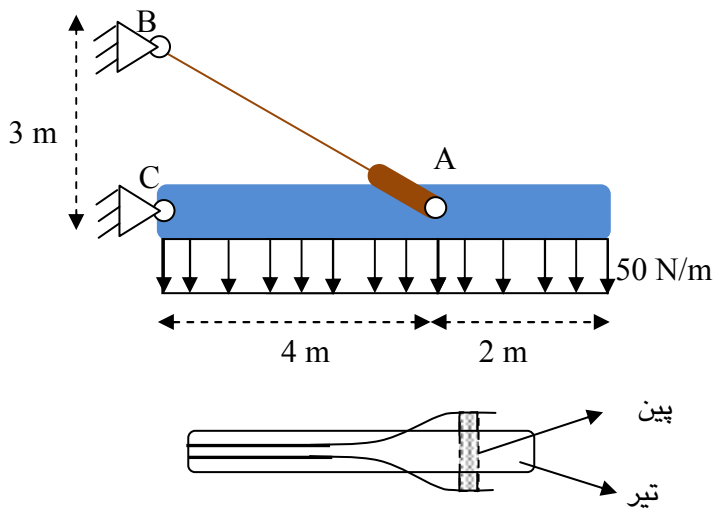
ج- وزن باری که سیستم با شرایط فوق تحمل می کند را بیابید. (نمره : 0.75)

از ابعاد وینچ صرفنظر شود. کابل CB و BD مستقل از هم

هستند و به گره B جداگانه متصل شده اند.

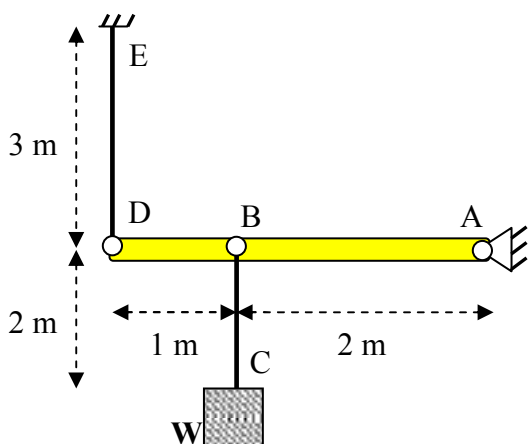
www.nashr-estekhdam.ir





اتصال در مفصل A - تصویر از بالا

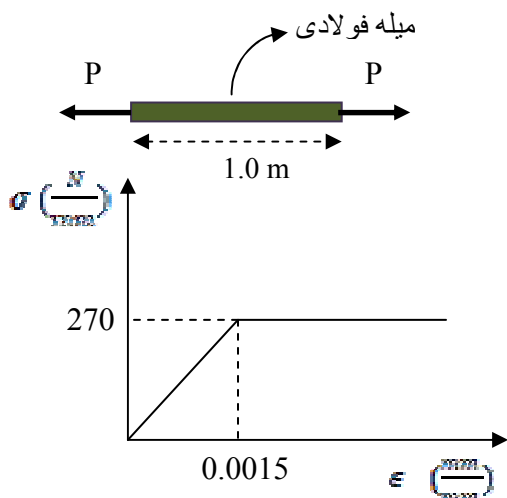
مسئله 3- تیر توسط میله AB نگهداری می شود. چنانچه در مفصل A، میله AB به تیر توسط یک پین متصل شده باشد با فرض اینکه میله AB با سطح مقطع 8 سانتیمتر مربع و پین با مقطع دایروی و سطحی برابر 6 سانتیمتر مربع باشند. برای تیر با وزن 700 نیوتن :
الف- تنش کششی در میله را بیابید. (نمره : 1.0)
ب- تنش برشی در پین را بدست آورید. (نمره : 1.0)



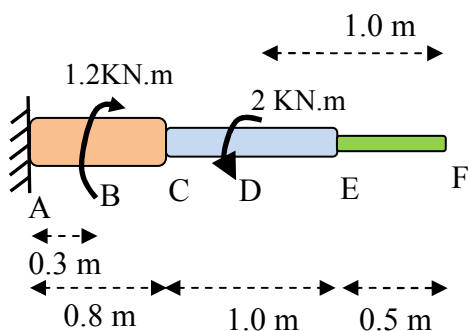
مسئله 4- در سازه شکل روبرو قبل از آنکه وزنه W به گره C متصل گردد، عضو صلب AD در وضعیت افقی قرار دارد. با اتصال وزنه، مقدار جابجایی عمودی برابر 1.5 میلیمتر در نقطه B ایجاد می شود. مدول الاستیسیته مصالح 2×10^5 نیوتن بر میلیمتر مربع است. تحت این شرایط :

الف- مقدار کرنش و نیروی ایجاد شده در کابل DE با سطح مقطع 3 سانتیمتر مربع را بیابید. (نمره : 0.75)
ب- مقدار نیروی W را بیابید. (نمره : 0.75)
ج- تنش و کرنش در کابل BC را تعیین کنید. سطح مقطع این کابل 6 سانتیمتر مربع است. (نمره : 0.75)
د- تغییر طول کابل BC چقدر است؟ (نمره : 0.5)

www.nashr-estekhdam.ir

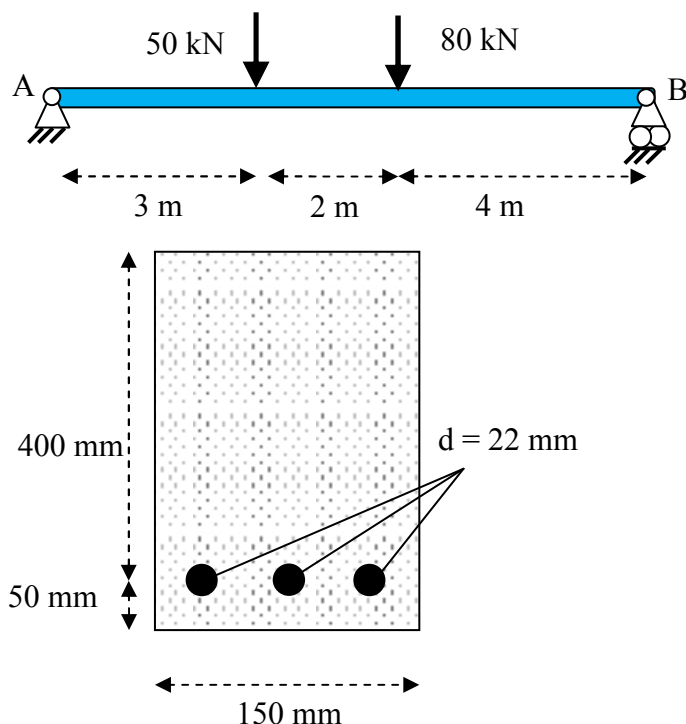


مسئله 5- دیاگرام تنش و کرنش ایده آل برای یک میله فولادی تحت کشش با طول یک متر را مطابق شکل روبرو در نظر بگیرید.
الف- ضریب ارتجاعی میله را تعیین کنید. (نمره : 0.5)
ب- اگر سطح مقطع میله 5 سانتیمتر مربع باشد، حداکثر نیروی وارده که میله را در شرایط ارتجاعی قرار دهد را بدست آورید. (نمره : 0.5)
ج- اگر نیروی وارده به میله جابجایی 0.8 میلی متر را ایجاد کند و سپس نیرو برداشته شود آیا میله تغییر شکل ماندگار پیدا می کند؟ چرا؟ اگر جواب مثبت است تغییر شکل ماندگار را بیابید. (نمره : 0.75)
د- اگر نیروی وارده به میله جابجایی 2.5 میلی متر را ایجاد کند و سپس نیرو برداشته شود آیا میله تغییر شکل ماندگار پیدا می کند؟ چرا؟ اگر جواب مثبت است تغییر شکل ماندگار را بیابید. (نمره : 0.75)



مسئله 6 - عضو یک سر گیرداری از سه مقطع لوله ای شکل با قطرهای مختلف و متصل به هم ، مطابق تصویر روبرو، ساخته شده است. ضخامت جداره در کل طول برابر 0.5 سانتیمتر است. با دانستن اینکه قطرهای بیرونی لوله ها به ترتیب برابر 4 ، 6 و 8 سانتیمتر باشد و مدول برشی برابر $G_{AC} = 0.80 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}$ گزارش گردد و نیز لنگرهای پیچشی 1.2 و 2 کیلونیوتن متر به ترتیب در مقاطع B و D وارد شوند.

- الف- حداقل تنش برشی در کل طول این تیر را بیابید. این تنش در کجا وارد می شود؟ (نمره : 0.75)
- ب- حداکثر تنش برشی در کل طول این تیر را بیابید. این تنش در کجا وارد می شود؟ (نمره : 0.75)
- ج- زاویه پیچش نقطه F نسبت به نقطه A را بیابید. (نمره : 0.75)

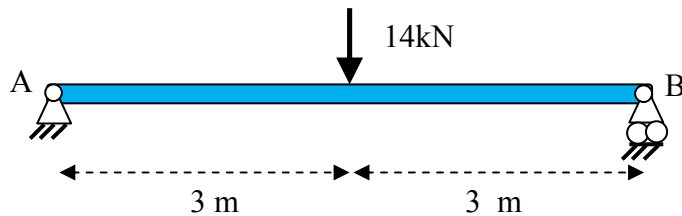


مسئله 7 - تیر بتنی با مقطعی که در آن از سه عدد آرماتور (فولاد) استفاده شده است تحت بارگذاری دو نیروی 50 و 80 کیلونیوتن قرار دارد. نسبت مدول الاستیسیته فولاد به بتن برابر 15 است.

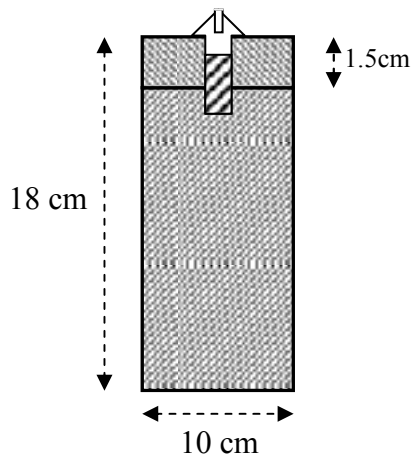
الف- دیاگرام لنگر خمشی این تیر را رسم کنید. (نمره : 1.0)

ب- حداکثر تنش کششی و حداکثر تنش فشاری ناشی از خمش خالص را بدست آورید. (نمره : 2.5)

d قطر آرماتور است.



www.nashr-estekhdam.ir



مسئله 8 - تیری مطابق شکل از اتصال دو الوار به یکدیگر ساخته شده است. اتصال دو الوار به طور کامل و به توسط پیچ هایی با مقاومت برشی 3.00 کیلو نیوتن صورت گرفته است.

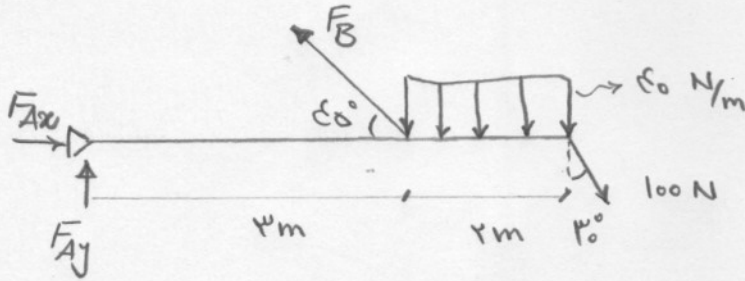
الف- حداکثر نیروی برشی موجود در تیر را بدست آورید. (نمره : 0.5)

ب- چنانچه فاصله پیچ ها در کل طول تیر لزوما مساوی اختیار گردد، تعداد پیچ های مورد نیاز برای اتصال دو الوار را بدست آورید. (نمره : 1.5)

پایه مسئله ۱-

دیوار را آزاد ترسیم می‌کنیم

الف.



$$\begin{aligned} +) \sum M_A = 0 &\rightarrow F_B \times \cos 45^\circ \times 3 - 2 \times 40 \times (3+1) - 100 \cos 30^\circ \times 5 = 0 \\ &\rightarrow F_B = 354.91 \text{ N} \end{aligned}$$

www.nashr-estekhdam.ir

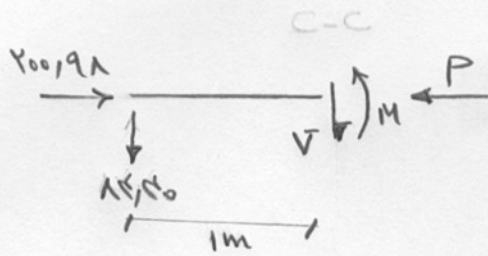
$$\sum F_x = 0 \rightarrow F_{Ax} - F_B \times \cos 45^\circ + 100 \cos 30^\circ = 0 \rightarrow F_{Ax} = 400.91 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{Ay} + F_B \sin 45^\circ - 100 \sin 30^\circ - 40 \times 2 = 0 \rightarrow F_{Ay} = -14.90 \text{ N}$$

(خبره: ۱/۱۰۰)

ارائه پاسخ مسئله ۱.

ب - نیروهای داخلی در مقطع C

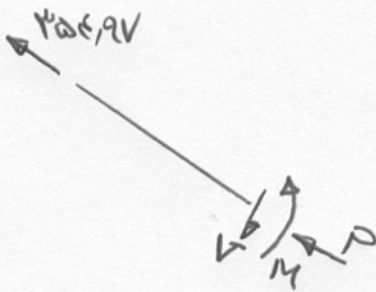


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P = 200,91 \text{ N} \quad \text{نیروی محوری}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V = -18,45 \text{ N} \quad \text{" برشی}$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M = -18,45 \times 1 = -18,45 \text{ N.m} \quad \text{لنگر خمشی}$$

(نمره: ۰/۷۵)



ج - نیروهای داخلی در مقطع F

$$P = -354,97 \text{ N} \quad \text{نیروی محوری}$$

$$V = 0 \quad \text{" برشی}$$

$$M = 0 \quad \text{لنگر خمشی}$$

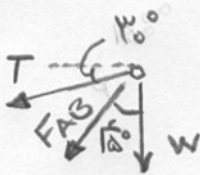
(نمره: ۰/۷۵)

پاسخ مسئله ۲.

الف- $G = 1400 \text{ Kg/cm}^2$, $A = 3.5 \text{ cm}^2$

$$G = \frac{T}{A} \Rightarrow T = 1400 \times 3.5 = 4900 \text{ Kg} = 4900 \times 9.81 = \underline{48049 \text{ N}}$$

حداثر نیروی کابل
(نمره: ۰.۷۵)



ب- چهارگانه آزاد گره B ترسیم می شود.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{AB} \sin 15^\circ - T \cos 30^\circ = 0$$

$$\Rightarrow F_{AB} = \underline{-51172 \text{ N}}$$

(نمره: ۱.۱۰)

www.nashr-estekhdam.ir

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -W - F_{AB} \cos 15^\circ - T \cos 60^\circ = 0$$

ج-

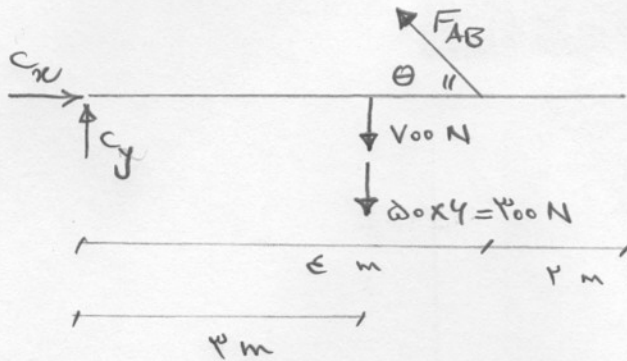
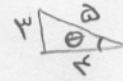
$$\Rightarrow \underline{W = 17595 \text{ N}}$$

(نمره: ۰.۷۵)

پاسخ مسئله ۳.

الف (۱)

الف - دیاگرام آزار ترسیم می شود.



$$\uparrow \sum M_C = 0$$

$$\rightarrow F_{AB} \sin \theta \times 3 - (700 + 200) \times 1 = 0$$

$$\rightarrow F_{AB} = 1250 \text{ N}$$

$$\rightarrow \sigma = \frac{1250}{1} = \underline{1250 \text{ N/cm}^2}$$

(نمره: ۱/۵۵)

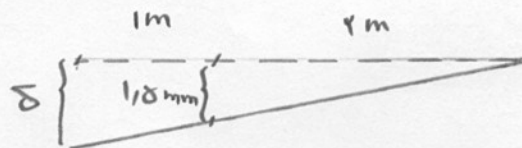
www.nashr-estekhdam.ir

ب - بین درمفصل A یک پین درج شده است پس:

$$\tau = \frac{F_{AB}}{2A_{Pin}} = \frac{1250}{2 \times 4} = \underline{156,25 \text{ N/cm}^2}$$

(نمره: ۱/۵۵)

پاسخ مسئله ۲.



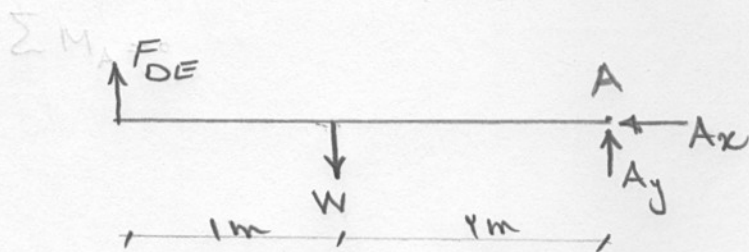
الف -

$$\frac{2}{1/5} = \frac{3}{\delta} \Rightarrow \delta = 2,25 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \epsilon = \frac{2,25}{3000} = 7,5 \times 10^{-4} \frac{\text{mm}}{\text{mm}} \Rightarrow \sigma = E \times \epsilon = 2 \times 10^5 \times 7,5 \times 10^{-4} = 150 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{DE} = \sigma \times A = 150 \times 3 \times 100 = 45000 \text{ N} = 45 \text{ KN}$$

(نمره: ۰,۷۵)



ب - چابک آزاد ترسیم می گردد.

$$\uparrow + \sum M_A = 0 \Rightarrow -W \times 2 + F_{DE} \times 3 = 0 \Rightarrow W = 45,0 \text{ KN}$$

(نمره: ۰,۷۵)

ج -

$$\sigma_{BC} = \frac{F}{A} = \frac{45,0 \times 1000}{400} = 112,5 \text{ N/mm}^2$$

ج -

$$\epsilon_{BC} = \frac{112,5}{2 \times 10^5} = 5,625 \times 10^{-4}$$

www.nashr-estekhdam.ir

(نمره: ۰,۷۵)

$$\Delta = \epsilon_{BC} \times L_{BC} = 5,625 \times 10^{-4} \times 2000 = 1,125 \text{ mm}$$

→

(نمره: ۰,۵)

(۵/۱۵)

پاسخ مسئله ۵.

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{270}{0/0015} = 1/8 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

الف -

(نمره: ۰/۵)

$$\sigma_{max} = 270 \frac{N}{mm^2} \text{ و } F = \sigma \times A = (270 \times 500) / 1000 = 135 \text{ KN}$$

ب -

(نمره: ۰/۵)

$$\epsilon_{max} = 0/0015 \text{ برای شرایط ارتجاعی}$$

ج -

$$\delta_{max} = 0/0015 \times 1000 = 1/5 \text{ mm}$$

بنابراین با تغییر طول ۰/۸

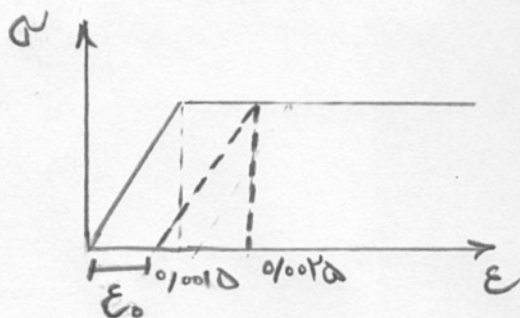
میلی متر در ناحیه ارتجاعی هستیم و تغییر شکل ماندگار بوجود نمی آید.

(نمره: ۰/۷۵)

$$\epsilon = \frac{2/5}{1000} = 0/0025 \text{ وارد شرایط پلاستیک (غیر ارتجاعی) می شویم و}$$

د -

بنابراین با برداشتن بار تغییر شکل ماندگار داریم



$$\epsilon_0 = 0/0025 - 0/0015 = 0/001 \text{ mm/mm}$$

$$\delta_0 = 0/001 \times 1000 = 1/00 \text{ mm}$$

تغییر شکل ماندگار

(نمره: ۰/۷۵)

$$J = \pi r_{max}^4 / 2 - \pi r_{min}^4 / 2$$

$$\phi = \frac{T \cdot L}{J \cdot G}$$

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot r_{max}}{J}$$

$$\tau_{min} = \frac{T \cdot r_{min}}{J}$$

پاسخ مسئله ۶

جدول زیر بارها را فوق تشکیل می شود.

		واحد	AB	BC	CD	DE	EF
قطر	D	mm	80	80	60	60	40
شعاع حداقل مقطع	R min	mm	35	35	25	25	15
شعاع حداکثر مقطع	R max	mm	40	40	30	30	20
طول	L	mm	300	500	500	500	500
ضریب ارتجاعی برشی	G	N/mm ²	80000	80000	80000	80000	80000
ممان اینرسی قطبی	J	mm ⁴	1664062.01	1664062.01	658752.57	658752.57	171805.81
لنگر پیچشی	T	N.mm	800000	2000000	2000000	0	0
تنش برشی حداکثر	Shear max	N/mm ²	19.23	48.08	91.08	0.00	0.00
تنش برشی حداقل	Shear min	N/mm ²	16.83	42.07	75.90	0.00	0.00
زاویه پیچش نسبی	Angle	rad	0.0018	0.0075	0.0190	0.0000	0.0000
زاویه پیچش نسبی	Angle	deg	0.1033	0.4304	1.0872	0.0000	0.0000

			B	C	D	E	F
زاویه پیچش مطلق		deg	0.10	0.53	1.62	1.62	1.62

جوابان

الف - حداقل تنش برشی برابر $\tau_{min} = 14183 \text{ N/mm}^2$ و بین A و B اتفاق می افتد. (جدول داخل)
(نمره: ۰/۷۵)

ب - حداکثر تنش برشی برابر $\tau_{max} = 9108 \text{ N/mm}^2$ و بین C و D اتفاق می افتد. (جدول برز)
(نمره: ۰/۷۵)

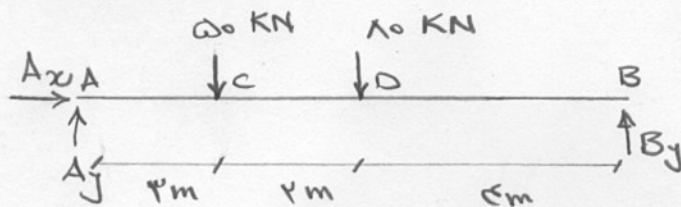
www.nashr-estekhdam.ir

د - زاویه پیچش نقطه F برابر ۱/۶۲ درجه

(نمره: ۰/۷۵)

پاسخ مسئله ۷.

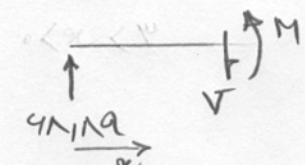
الف- دیاگرام آزاد ترسیم نیروهای تکیه‌گاهی محاسبه می‌شوند. سپس دیاگرام اندرختی ترسیم می‌گردد.



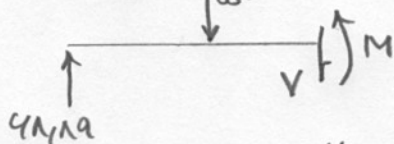
$$+\circlearrowleft \sum M_A = 0 \Rightarrow -50 \times 3 - 10 \times 5 + B_y \times 9 = 0 \Rightarrow B_y = 41.11 \text{ KN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 50 - 10 + 41.11 = 0 \Rightarrow A_y = 41.11 \text{ KN}$$



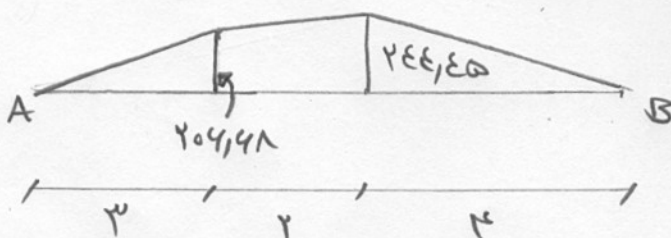
$$0 < x < 3 \quad M_c = 41.11x$$



$$3 < x < 5 \quad M_c = 41.11x - 50(x-3) = 11.11x + 150$$



$$5 < x < 9 \quad M_c = 41.11 \times (9-x) = -41.11x + 549.99$$



www.nashr-estekhdam.ir

$$M_{max} = 244.45 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

(نمود: ۱/۵۰)

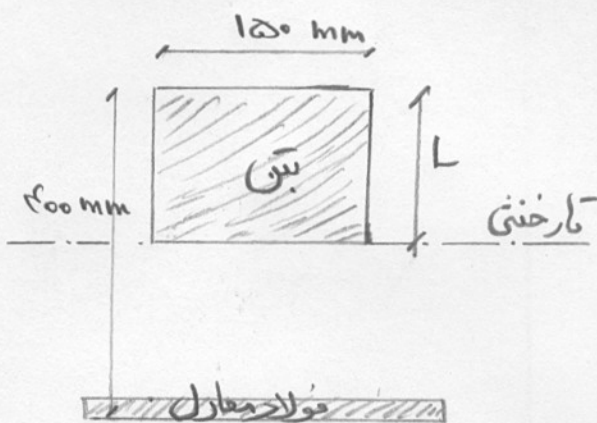
الحل: پاسخ: ۷.

ب-

حد اکثر و حداقل تنش در مقطع نه اندر خمشی حد اکثر وجود دارد اتفاق می افتد.

$$M = 244,45 \text{ KN.m}$$

مقطع از دو جنس مختلف تشکیل شده است لذا ابتدا مقطع معادل برابرست می آید همچنین می دانیم که بتن کشش تحمل نمی کند پس تنها در ناحیه روی مار خنثی، که مقطع فشاری است، می توان روی مقاومت مقطع بتنی حساب کرد.



$$A_s = 3 \times \frac{\pi \times 22^2}{4} = 1140,4 \text{ mm}^2 \text{ سطح فولاد}$$

$$\text{سطح معادل فولاد} = 150 \times 1140,4 = 17104 \text{ mm}^2$$

گسترده سطح بلایی و سطح زیرین مار خنثی معادل هستند پس:

$$A_1 d_1 = A_2 d_2 \Rightarrow 150 \times h \times \frac{h}{4} = 17104 \times (400 - h)$$

$$\Rightarrow 75h^2 + 17104h - 6841600 = 0 \Rightarrow h = 208,82 \text{ mm}$$

$$I = I_g + A d^2 \quad I_g = b h^3 / 12$$

www.nashr-estekhdam.ir

$$\Rightarrow I = 150 \times \frac{208,82^3}{12} + 150 \times 208,82 \times \left(\frac{208,82}{4}\right)^2 + 17104 \times (400 - 208,82)^2 = 1,089,508,827 \text{ mm}^4$$

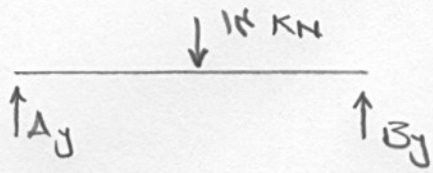
$$\sigma_{\max} = \frac{M C}{I} = \frac{(244,45 \times 1000 \times 1000 \times 208,82)}{1,089,508,827} = 47,25 \text{ N/mm}^2 \text{ فشاری}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M C}{I} = \frac{150 \times (244,45 \times 1000 \times 1000 \times (400 - 208,82))}{1,089,508,827} = 648,78 \text{ N/mm}^2 \text{ کششی}$$

(۹/۱۰)

(نمره: ۲,۵۰)

پاسخ مسئله ۱.



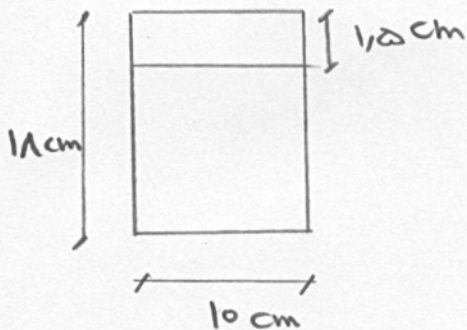
الف - حداکثر برش موجود در تیر

$$A_y = B_y = V \text{ KN}$$

$$\Rightarrow V_{\max} = V \text{ KN}$$

(نمره: ۵/۵)

ب -



$$q = \frac{VQ}{I}$$

$$Q = A \cdot \bar{y} = 1.5 \times 10 \times (9 - 1.5/2) = 123.75 \text{ cm}^3$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = 10 \times 18^3 / 12 = 5840 \text{ cm}^4$$

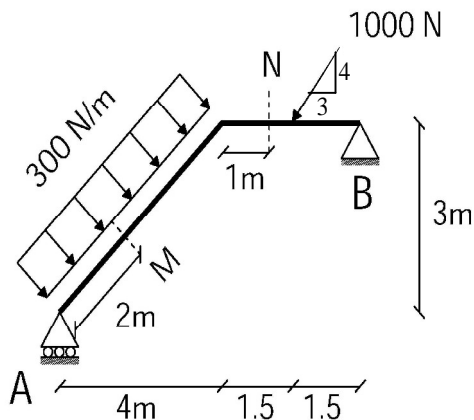
$$q = \frac{7000 \times 123.75}{5840} = 148.26 \text{ N/cm}$$

$$\text{فاصله بین جها} = \frac{3000}{148.26} = 20.23 \text{ cm}$$

$$\text{تعداد بین جها} = \frac{400}{20.23} = 19.77$$

$$\text{تعداد بین جها} = 19 + 1 = 20$$

(نمره: ۵/۵)

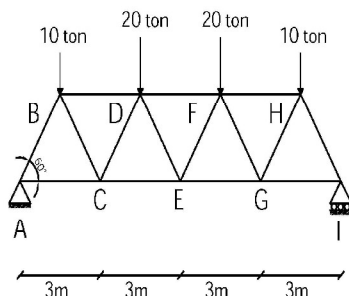


مسئله 1- سازه شکل مقابل تحت بارگذاری نشان داده شده است. تانژانت زاویه ای که نیروی 1000 نیوتن با راستای افق می سازد برابر $4/3$ می باشد.

الف- نیروهای عکس العمل تکیه گاهی را بدست آورید. ضخامت اعضای سازه قابل صرف نظر کردن است. (نمره : 1.0)

ب- نیروهای محوری، برشی و لنگر خمشی را در مقطع M بیابید. (نمره : 0.75)

ج- نیروهای محوری، برشی و لنگر خمشی را در مقطع N بیابید. (نمره : 0.75)



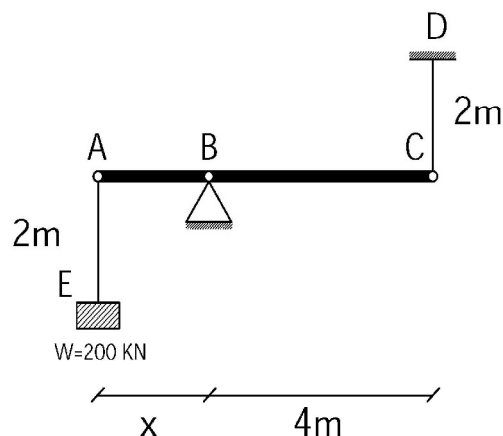
تیرآهن	IPE 160	IPE 180	IPE 200
مساحت (cm ²)	20.1	23.9	28.5

مسئله 2- خرپای شکل مقابل تحت بارگذاری نشان داده شده می باشد. تنش های مجاز فشاری و کششی فولاد را بترتیب 1350 و 1500 کیلوگرم بر سانتی متر مربع در نظر می گیریم. طول همه اعضای خرپا 3 متر و زاویه بین اعضاء 60 درجه می باشد.

الف- نیروهای عکس العمل تکیه گاهی را بدست آورید. (نمره: 0.5)

ب- سطح مقطع عضو AB را بیابید و مطابق جدول زیر، از یک مقطع تیرآهن داده شده استفاده نمایید. مساحت ها بر حسب سانتیمتر مربع داده شده اند. (نمره : 1.0)

ج- سطح مقطع عضو CE را بیابید و مطابق جدول زیر، از یک مقطع تیرآهن داده شده استفاده نمایید (نمره : 1.0)



مسئله 3 - درسازه شکل روبرو قبل از آنکه وزنه 200 کیلو نیوتنی به گره A متصل گردد عضو صلب AC در وضعیت افقی قرار دارد. با اتصال وزنه، مقدار جابجایی عمودی برابر 5 میلیمتر در نقطه C ایجاد می‌شود. مدول الاستیسیته مصالح 2×10^5 نیوتن بر میلیمتر مربع است. تحت این شرایط:

الف- مقدار کرنش و تنش ایجاد شده در میله CD با سطح مقطع 2 سانتی متر مربع را بیابید. (نمره : 0.75)

ب- فاصله وزنه 200 کیلو نیوتنی تا تکیه گاه B را بیابید. (نمره : 0.75)

ج- تنش و تغییر طول در میله AE را تعیین کنید. سطح مقطع این میله 4 سانتی متر مربع است. (نمره : 0.75)

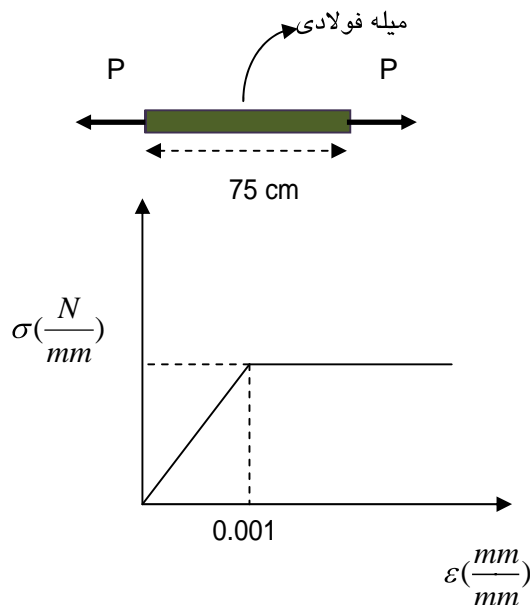
د- چنانچه در مفصل C، میله CD به تیر توسط یک پین دو برشه به قطر 1 سانتی متر متصل شده باشد. تنش برشی در پین را بدست آورید. (نمره : 0.75)

مسئله 4 - دیگرام تنش و کرنش ایده‌آل برای یک میله فولادی تحت کشش به طول 75 سانتی متر را مطابق شکل روبرو در نظر بگیرید. با توجه به گزارش آزمایشگاه حداکثر نیروی وارده که میله را در شرایط الاستیک قرار میدهد برابر 90 کیلو نیوتن می‌باشد. الف- اگر قطر میله 2 سانتی متر باشد، تنش ماکزیمم وارد بر میله در شرایط ارتجاعی را تعیین کنید. (نمره : 0.5)

ب - مدل الاستیسیته میله را تعیین کنید. (نمره : 0.5)

ج - اگر نیروی وارده به میله جابجایی 105 میلیمتر را ایجاد کند و سپس نیرو برداشته شود آیا میله تغییر شکل ماندگار پیدا میکند؟ چرا؟ اگر جواب مثبت است تغییر شکل ماندگار را بیابید. (نمره : 0.75)

د- اگر نیروی وارده به میله جابجایی 0.6 میلیمتر را ایجاد کند و سپس نیرو برداشته شود آیا میله تغییر شکل ماندگار پیدا میکند؟ چرا؟ اگر جواب مثبت است تغییر شکل ماندگار را بیابید. (نمره : 0.75)



مسئله 5 - مقاطع توپر A و توخالی B از جنس فولاد با تنش مجاز برشی 95 نیوتن بر میلیمتر مربع در نظر گرفته‌ایم. هر یک از این مقاطع می‌توانند برای تیر شکل مقابل استفاده شوند. مساحت مقاطع با یکدیگر برابر می‌باشد. تحت این شرایط:

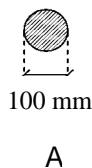
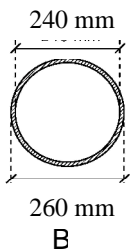
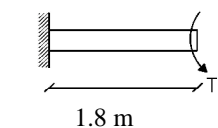
الف- اگر مقطع A برای تیر انتخاب شود حداکثر لنگر پیچشی که می‌تواند تحمل می‌کند چقدر است؟ (نمره: 0.75)

ب- اگر مقطع B برای تیر انتخاب شود حداکثر لنگر پیچشی که می‌تواند تحمل می‌کند چقدر است؟ (نمره: 0.75)

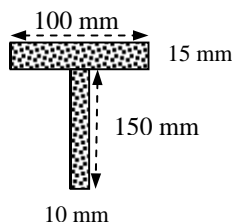
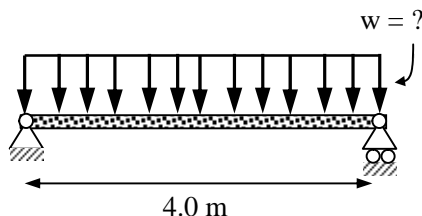
ج- مقاطع را با یکدیگر مقایسه نمایید، کدامیک لنگر پیچشی بیشتری را تحمل میکند. (نمره: 0.5)

د- اگر مدول برشی برابر $G_{AC} = 0.80 \times 10^5 \frac{N}{mm^2}$ گزارش شود و حداکثر لنگر پیچشی به تیر وارد

گردد، حداکثر زاویه پیچش برای تیر با مقطع B را بیابید. (نمره: 0.75)



110 kN

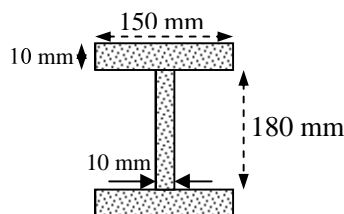
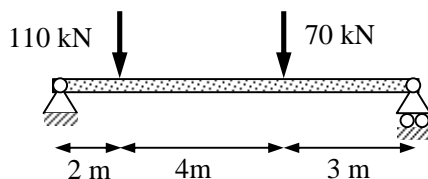


مسئله 6 - تیر T شکل روبرو از جنس فولاد، تحت بارگذاری گسترده W قرار دارد. تنش‌های مجاز فشاری و کششی فولاد را به ترتیب 120 و 150 نیوتن بر میلیمتر مربع در نظر می‌گیریم. ضخامت بال 15 و ضخامت جان 10 میلیمتر است.

الف- دیاگرام لنگر خمشی این تیر را رسم کنید. (نمره: 0.75)

ب- با معیارهای فوق الذکر، حداکثر شدت بار گسترده‌ای که می‌توان به تیر وارد کرد، چقدر است. (نمره: 2.0)

ج- با توجه به اصول استاتیک و حداکثر بار گسترده بدست آمده در بند ب، جزئی از لنگر خمشی حداکثر، که سهم بال تیر می‌باشد را بیابید. (نمره: 1.0)



مسئله 7- تیر روبرو با مقطع I شکل و مقارن، تحت بارگذاری قرار دارد.

الف- حداکثر نیروی برشی موجود در طول تیر را بدست آورید. (نمره: 0.5)

ب- برای مقطعی که حداکثر نیروی برشی وجود دارد، دیاگرام تنش برشی مقطع I شکل را در ترازهای مختلف بیابید و رسم کنید.

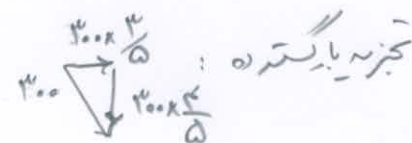
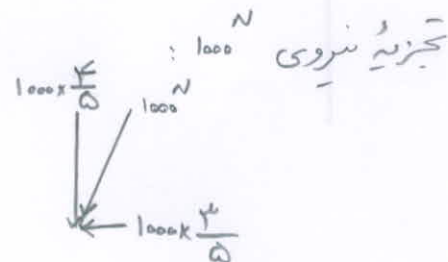
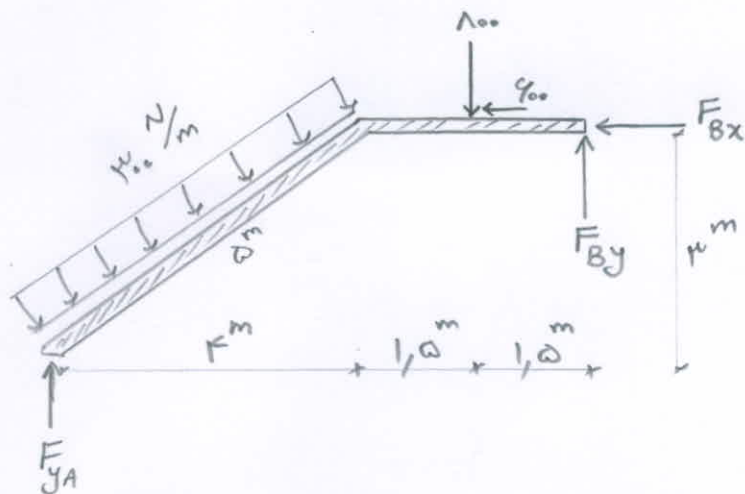
(نمره: 2.0)

ج- در صورتیکه بخواهیم جوش گوشه بال و جان را طراحی کنیم، جریان برش در مقطع اتصال بین بال و جان را بدست آورید.

(نمره: 0.5)

پاسخ سؤال ۱

الف - دیاگرام آزاد سیر



$$\sum F_x = 0 \rightarrow 1000 \times \frac{3}{5} \times 2 - 1000 - F_{Bx} = 0 \rightarrow \underline{F_{Bx} = 1000 \text{ N}}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow -1000 \times 2 \times \frac{3}{5} - 1000 \times 2 \times \frac{4}{5} + 1000 \times 1 - F_{By} \times 2 = 0 \rightarrow \underline{F_{By} = 1040 \text{ N}}$$

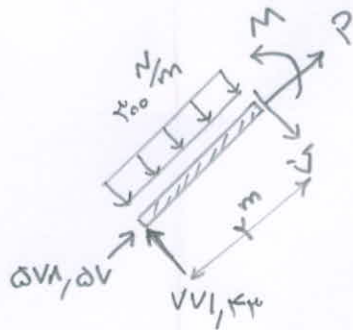
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{Ay} + 1040 - 1000 - 1000 \times \frac{4}{5} \times 2 = 0 \rightarrow \underline{F_{Ay} = 940 \text{ N}}$$

www.nashr-estekhdam.ir

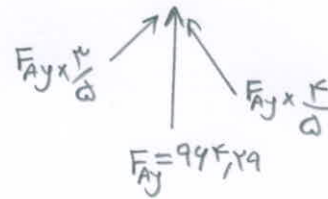
[نمره : ۱]

اداره پاسخ سوال ۱

ب - نیروهای داخلی در مقطع M :



کنترل نیروی کشش A :

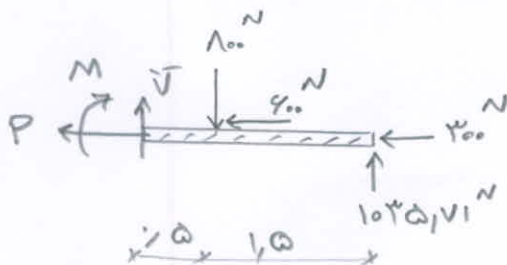


$$\sum F_x = 0 \rightarrow \Delta V1, \Delta V + P = 0 \rightarrow \underline{P = -\Delta V1, \Delta V}^N$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow VV1, 44 - 900 - \bar{V} = 0 \rightarrow \underline{\bar{V} = 1V1, 44}^N$$

$$\sum M_M = 0 \rightarrow M + 900 \times 1 - VV1, 44 \times 2 = 0 \rightarrow \underline{M = 944, 14}^{N \cdot m}$$

[نمره : ۷۵٪]



ج - نیروهای داخلی در مقطع N :

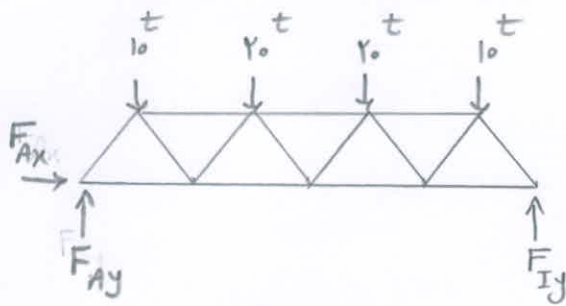
www.nashr-estekhdam.ir

$$\sum F_x = 0 \rightarrow -P - 900 - 300 = 0 \rightarrow \underline{P = -900}^N$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \bar{V} - 1000 + 1035, 71 = 0 \rightarrow \underline{\bar{V} = -235, 71}^N$$

$$\sum M_N = 0 \rightarrow -M - 1000 \times 1 + 1035, 71 \times 2 = 0 \rightarrow \underline{M = 1471, 42}^{N \cdot m}$$

[نمره : ۷۵٪]

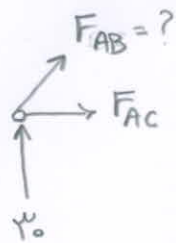


$$\sum F_x = 0 \rightarrow \underline{F_{Ax} = 0}$$

$$\sum M_A = 0 \rightarrow F_{Iy} \times 12 - 10(1,5 + 10,5) - 20(4,5 + 7,5) = 0 \rightarrow \underline{F_{Iy} = 30 \text{ ton}}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{Ay} + 30 - 40 = 0 \rightarrow \underline{F_{Ay} = 10 \text{ ton}}$$

[نمره : ۵/۰]



ب - گره A

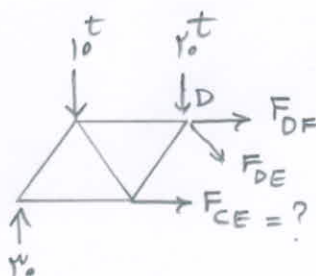
$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{AB} \sin 40^\circ + 10 = 0 \rightarrow \underline{F_{AB} = -17,44 \text{ ton}}$$

(فشاری)

$$\sigma_c = \frac{F_{AB}}{A} \rightarrow A = \frac{17,44 \text{ kg}}{1250} = 13,94 \text{ cm}^2$$

با توجه به جدول عضو BC \rightarrow IPE 200

[نمره : ۱]



ج - با برش عضو CE :

$$\sum M_D = 0 \rightarrow F_{CE} \times 3 \sin 40^\circ + 10 \times 3 - 20 \times 4,5 = 0$$

$$\underline{F_{CE} = +10,41 \text{ ton}}$$

(کششی)

$$\sigma_t = \frac{F_{CE}}{A} \rightarrow A = \frac{10,41}{1250} = 8,32 \text{ cm}^2$$

با توجه به جدول عضو CE \rightarrow IPE 200

[نمره : ۱]

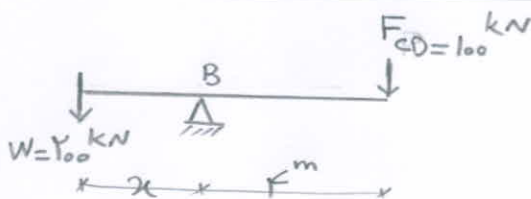
الف -



$$\epsilon = \frac{\Delta}{Y_{000}} \rightarrow \epsilon = Y_1 \Delta \times 10^{-3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta = \frac{F_{CD} \times Y_{000}}{Y_1 \Delta \times Y_{000}} \rightarrow F_{CD} = 100,000 \text{ N} \approx 100 \text{ kN} \rightarrow \sigma = \frac{100000}{Y_{000}} = 500 \text{ N/mm}^2 \\ \sigma = E \cdot \epsilon = Y_1 \Delta \times 10^{-3} \times Y_1 \Delta = 500 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right.$$

[نمره: ۷۵٪]



$$\sum M_B = 0 \rightarrow -100 \times 4 + Y_{000} \times 4 = 0$$

$$\underline{X = 2 \text{ m}}$$

[نمره: ۷۵٪]

$$\sigma = \frac{Y_{000,000}}{Y_{000}} = 500 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta_{AE} = \frac{Y_{000,000} \times Y_{000}}{Y_1 \Delta \times Y_{000}} = \Delta \text{ mm}$$

[نمره: ۷۵٪]

$$\tau = \frac{F_{CD}}{A_{Pin}} \rightarrow \tau = \frac{100000}{Y_{Pin} \times \Delta} = 434,42 \text{ N/mm}^2$$

[نمره: ۷۵٪]

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A} \rightarrow \sigma_{max} = \frac{90000}{\pi \times 10^2} = 289,41 \text{ N/mm}^2$$

الف -

[نمره : ۵٪]

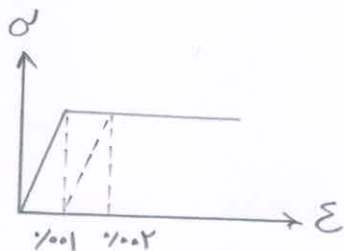
$$E = \frac{289,41}{0,001} \rightarrow E = 2,89 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

ب -

[نمره : ۵٪]

$$\varepsilon = \frac{1,5}{750} = 0,002 > 0,001 \rightarrow \text{وارد شرایط پلاستیک (غدارجایی) شدیم}$$

بنابراین باید راست بار تغییر شکل ماندگار داریم.



$$\varepsilon_0 = 0,002 - 0,001 = 0,001 \text{ mm/mm}$$

$$\delta_0 = 0,001 \times 750 = 0,75 \text{ mm}$$

[نمره : ۷۵٪]

$$\varepsilon = \frac{0,9}{750} = 0,0012 < 0,001 \rightarrow$$

→

بنابراین در ناحیه ارتجاعی هستیم و تغییر شکل ماندگار بوجود نمی‌آید.

[نمره : ۷۵٪]

پاسخ سؤال ۵)

$$A-A \text{ مقطع} \rightarrow \dot{J}_A = \frac{\pi}{2} \times \dot{\omega}_0 = 9,182 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

الف -

$$\tau = \frac{T \cdot C}{\dot{J}} \rightarrow 95 = \frac{T_A \times \dot{\omega}_0}{9,182 \times 10^4} \rightarrow \underline{T_A = 18,144 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}}$$

[نمره: ۷۵٪]

$$B-B \text{ مقطع} \rightarrow \dot{J}_B = \frac{\pi}{2} (\dot{\omega}_0^4 - \dot{\omega}_0^4) = 122,91 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

ب -

$$95 = \frac{T_B \times 120}{122,91 \times 10^4} \rightarrow \underline{T_B = 19,182 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{mm}}$$

[نمره: ۷۵٪]

ج - همانطور که مشاهده می شود، در این مسئله مقطع B-B از مقطع A-A می شود،
(عدد ۱۲ برابر)

لذا نسبت به آن نیز بررسی شود
(عدد ۵ برابر)

www.nashr-estekhdam.ir

[نمره: ۵٪]

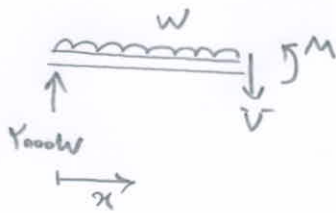
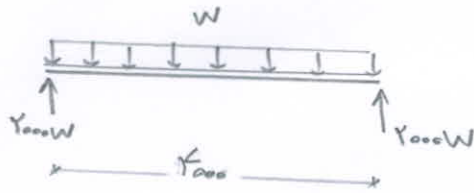
$$\varphi = \frac{19,182 \times 10^4 \times 1800}{\%18 \times 10^5 \times 122,91 \times 10^4} = \%0,144 \text{ rad}$$

د - زاویه پیچش برابر است با:

$$\varphi = \%0,144 \times \frac{180}{\pi} = \%9,4^\circ \text{ (میباشد)}$$

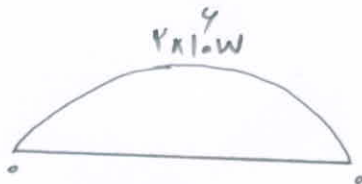
[نمره: ۷۵٪]

الف - با توجه به تعارین :



$$0 < x < 4000$$

$$M = (2000W)x - \frac{W}{2}x^2$$



$$M_{max} = 2 \times 10^4 W$$

[نمره : ۷۵٪]

ب - فاصله مرکز سطح و سطح انفرسی :

$$\bar{y} = \frac{[1500 \times 75] + [1500 \times 157.5]}{3000} = 114.25 \text{ mm}$$

$$I_x = \left[\frac{100 \times 15^3}{12} + 1500 \times 41.25^2 \right] + \left[\frac{100 \times 15^3}{12} + 1500 \times 41.25^2 \right]$$

$$I_x = 7.95 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

www.nashr-estekhdam.ir

با توجه به گزینش مثبت

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{بال در فشار} \rightarrow 120 = \frac{2 \times 10^4 W \times 41.75}{7.95 \times 10^6} \rightarrow W = 9.78 \text{ N/mm} \approx 9780 \text{ N/m} \\ \text{پایین در کشش} \rightarrow 150 = \frac{2 \times 10^4 W \times 114.25}{7.95 \times 10^6} \rightarrow W = 5.13 \text{ N/mm} \approx 5130 \text{ N/m} \end{array} \right.$$

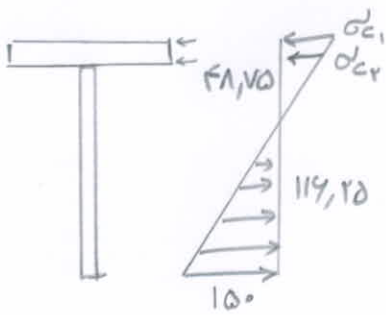
لذا حداکثر بارگسترده برابر است با

$$W = 5130 \text{ N/m}$$

[نمره : ۲]

ادامه پاسخ سؤال ۶)

ج - با توجه به آنکه حالت کشش ماکزیمم شد، تنش فشاری کمتر از 120 N/mm^2 می شود که با شباهت مثلث ها بدست می آوریم :



$$\frac{\sigma_{c1}}{41.75} = \frac{114.25}{114.25} \rightarrow \sigma_{c1} = 42.9 \text{ N/mm}^2$$

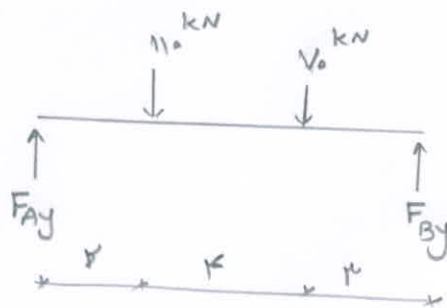
$$\frac{\sigma_{c2}}{41.75} = \frac{150}{114.25} \rightarrow \sigma_{c2} = 43.55$$

$$M = \sigma \cdot A \cdot d = \left(\frac{42.9 + 43.55}{2} \right) \times (1500) \times [41.75 - 7.5]$$

$$M = 17.29 \times 10^4 \text{ N.mm}$$

[نمره : ۱]

پاسخ سؤال ۷)



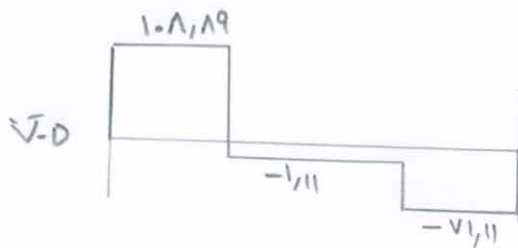
الف - $\sum M_A = 0 \rightarrow F_{By} \times 9 - 110 \times 2 - 70 \times 4 = 0$

$$F_{By} = 71.11 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_{Ay} + 71.11 + 110 = 0$$

$$F_{Ay} = 108.89 \text{ kN}$$

www.nashr-estekhdam.ir



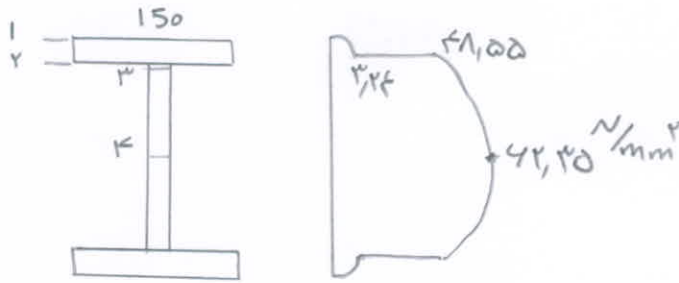
$$V_{max} = 108.89 \text{ kN}$$

لذا

[نمره : ۵]

ب - برای رسم دیاگرام برش و انحنای مناسب و در ترازهای مختلف تنش برش را بدست می آوریم:

$$I_x = \left[\frac{150 \times 10^3}{12} + 1500 \times 95^2 \right] \times 2 + \left[\frac{10 \times 180^3}{12} \right] = 31,94 \times 10^6 \text{ mm}^4$$



$$\tau_1 = 0$$

$$\tau_r = \frac{108890 \times [1500 \times 95] + 900 \times 45}{31,94 \times 10^6 \times 150} = 3,24 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_f = \tau_r \times \frac{150}{10} = 41,55 \text{ N/mm}^2$$

www.nashr-estekhdam.ir

$$\tau_f = \frac{108890 \times [1500 \times 95 + 900 \times 45]}{31,94 \times 10^6 \times 10} = 42,35 \text{ N/mm}^2$$

[نمره: ۲]

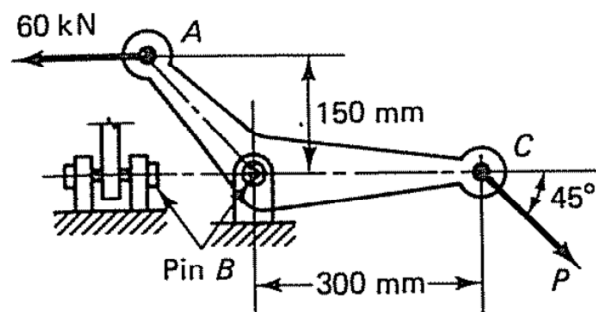
$$q = \frac{108890 \times [1500 \times 95]}{31,94 \times 10^6} = 489 \text{ N/mm}$$

ج - جریان برش

[نمره: ۵]

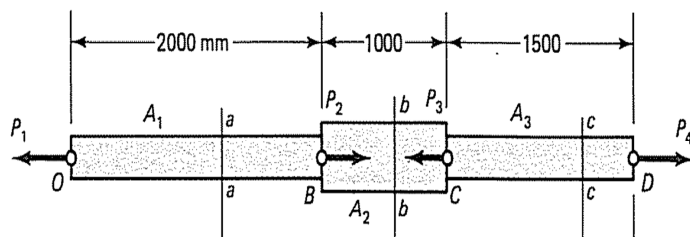
۱. در صورتیکه تنش برشی مجاز مساوی ۱۰۰ نیوتن بر متر مربع باشد قطر خار B برای مکانیسم نشان داده شده در شکل زیر را تعیین نمایید

www.nashr-estekhdam.ir

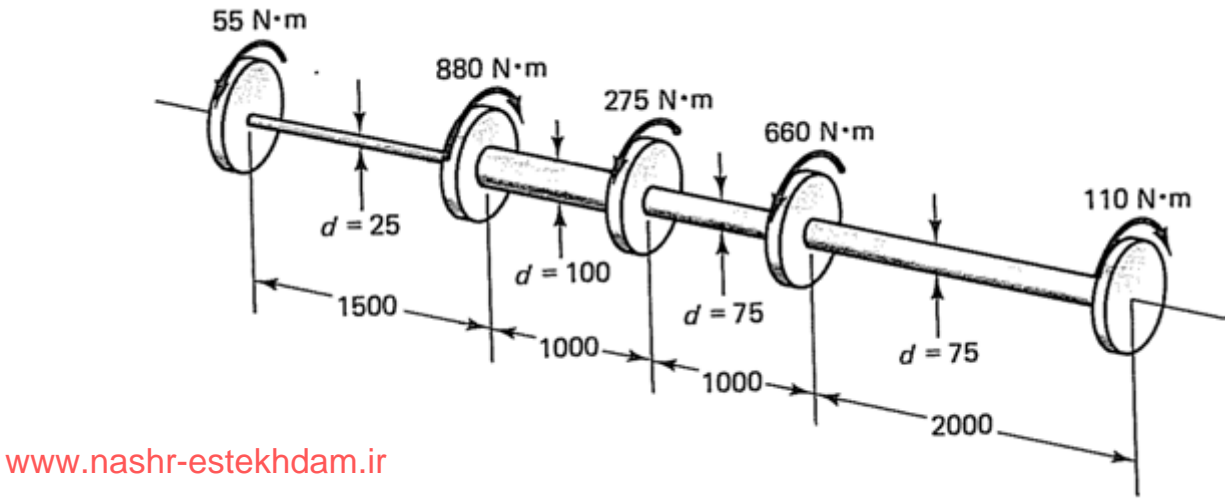


۲. در این سوال تغییر شکل کل میله را محاسبه نمایید.

سطح مقطع میله از A تا B برابر ۰/۰۰۱۵ متر مربع و از B تا C مساوی ۰/۰۰۳ متر مربع و از C تا D مساوی ۰/۰۰۱۵ متر مربع است. $P_1 = 180 \text{ KN}$ $P_2 = 450 \text{ KN}$ $P_3 = 360 \text{ KN}$ $P_4 = 90 \text{ KN}$ $E = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$

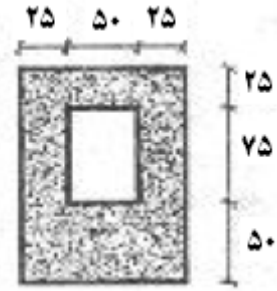


۳. محور استوانه ای نشان داده شده مفروض است. حداکثر تنش برشی پیچشی ایجاد شده در این محور چقدر است و بین کدام یک از چرخ دنده ها اتفاق می افتد. (واحد ها به ی میلیمتر می باشند)



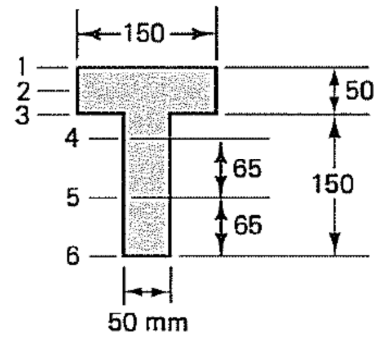
www.nashr-estekhdam.ir

۴. یک قطعه از ماشین چدنی، که دارای مقطعی مطابق شکل می باشد، به صورت تیری که تحت لنگر خمشی مثبت است، عمل می نماید. اگر تنش خمشی فشاری مجاز 80 مگاپاسکال و تنش خمشی کششی مجاز 20 مگاپاسکال باشد، مطلوبست تعیین لنگر خمشی مجازی که می تواند بر تیر وارد شود. (تمامی ابعاد بر حسب میلیمتر می باشند)



۵. مقطع سپری یک تیر چدنی دارای ابعاد مطابق شکل می باشد. لنگر مانند مقطع مزبور $mm^2 \times 10^6$ ۵۳.۱ است. اگر نیروی برشی قائم وارد بر این مقطع مساوی ۲۴۰ kN باشد، مطلوبست تعیین تنش برشی در ترازهای نشان داده شده. نتایج را به صورت ترسیمی در ارتفاع تیر نمایش دهید.

www.nashr-estekhdam.ir



$$\sum M_B = 0 \quad P_y \times 300 - 60 \times 150 = 0 \Rightarrow P_y = 30 \text{ kN}$$

$$\theta = 45^\circ \Rightarrow P_x = P_y = 30 \text{ kN}$$

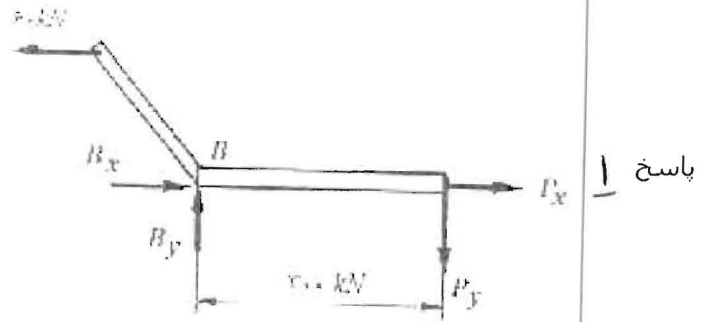
$$\sum F_y = 0 : B_y = P_y = 30 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \quad B_x + P_x - 60 = 0 \Rightarrow B_x = 30 \text{ kN}$$

$$R_B = \sqrt{30^2 + 30^2} = 30\sqrt{2}$$

$$A = \frac{R_B}{\sigma_{all}} = \frac{30000\sqrt{2}}{100} = 424.3 \text{ mm}^2$$

$$d = \left(\frac{4A}{\pi} \right)^{1/2} = 23.2 \text{ mm}$$



بار: ۲۱۵

www.nashr-estekhdam.ir

مقطع AB:

$$\pm \sum F_x = 0 : -180 + P_1 = 0 \Rightarrow P_1 = 180 \text{ kN}$$

$$\delta_{AB} = \frac{P_{AB} L_{AB}}{A_{AB} E} = \frac{(180 \times 10^3) \times (2 \times 10^3)}{(0.0015 \times 10^6) \times (2 \times 10^5)} = +1.2 \text{ mm}$$

مقطع BC:

$$\pm \sum F_x = 0 : -180 + 450 + P_2 = 0 \Rightarrow P_2 = -270 \text{ kN}$$

$$\delta_{BC} = \frac{P_{BC} L_{BC}}{A_{BC} E} = \frac{(-270 \times 10^3) \times (1 \times 10^3)}{(0.003 \times 10^6) \times (2 \times 10^5)} = -0.45 \text{ mm}$$

پاسخ ۲

مقطع CD:

$$\pm \sum F_x = 0 : -180 + 450 - 360 + P_3 = 0 \Rightarrow P_3 = 90 \text{ kN}$$

$$\delta_{CD} = \frac{P_{CD} L_{CD}}{A_{CD} E} = \frac{(90 \times 10^3) \times (1.5 \times 10^3)}{(0.0015 \times 10^6) \times (2 \times 10^5)} = +0.45 \text{ mm}$$

بار: ۲۱۵

$$\delta = \delta_{AB} + \delta_{BC} + \delta_{CD} = 1.2 \text{ mm}$$

با انتخاب مقاطعی در محل های مورد نیاز و بکارگیری معادله تعادل پیچشی کوپل پیچشی اعمال شده بر مقاطع بدست می آید:

$$T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4$$



$$T_1 = 55 \text{ N.m} \quad T_2 = 825 \text{ N.m} \quad T_3 = 550 \text{ N.m} \quad T_4 = 110 \text{ N.m}$$

$$\tau_1 = \frac{T_1 c_1}{J_1} = \frac{825000(\text{N.mm}) \times 50}{\frac{\pi}{32}(100)^4} = 4.2 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = \frac{T_2 c_2}{J_2} = \frac{55000(\text{N.mm}) \times (\frac{25}{2})}{\frac{\pi}{32}(25)^4} = 17.9 \text{ MPa}$$

پاسخ ۳

بارم: ۲۵ نره

در نتیجه مقطع با قطر میلی متر ۲۵ بیشترین تنش را دارد.

www.nashr-estekhdam.ir

$$\bar{y} = \frac{(100 \times 150)(75) - (50 \times 75)(87.5)}{100 \times 150 - 50 \times 75} = 70.83 \text{ mm}$$

$$I = \frac{1}{12}(100)(150)^3 + (100 \times 150)(75 - 70.83)^2 - \frac{1}{12}(50)(75)^3 - (50 \times 75)(87.5 - 70.83)^2 = 25.59 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$M = \frac{\sigma I}{c}$$

$$M_T = \frac{20 \times 25.59 \times 10^6}{70.83} = 7225.7 \text{ N.m}$$

$$M_C = \frac{80 \times 25.59 \times 10^6}{79.17} = 25858.3 \text{ N.m}$$

پاسخ ۴

بارم: ۲۵ نره

پس لنگر خمشی مجاز 7225.7 N.m می باشد.

$$\bar{y} = \frac{(150 \times 50)(25) + (150 \times 50)(125)}{2 \times 150 \times 50} = 75 \text{ mm}$$

$$Q_1 = 0, \quad \tau = \frac{VQ}{It} \Rightarrow \tau_1 = 0$$

$$Q_2 = (150 \times 25)(75 - 12.5) = 2.34 \times 10^5 \text{ mm}^2$$

$$\tau_3 = \frac{240 \times 10^2 \times 3.75 \times 10^5}{53.1 \times 10^6 \times (150 \text{ or } 50)} = 11.3 \text{ or } 33.9 \text{ MPa}$$

$$Q_4 = (130 \times 50)(125 - 65) = 3.9 \times 10^5 \text{ mm}^2$$

$$\tau_4 = \frac{240 \times 10^2 \times 3.9 \times 10^5}{53.1 \times 10^6 \times 50} = 35.25 \text{ MPa}$$

$$Q_5 = (65 \times 50)(125 - \frac{65}{2}) = 3 \times 10^5 \text{ mm}^2$$

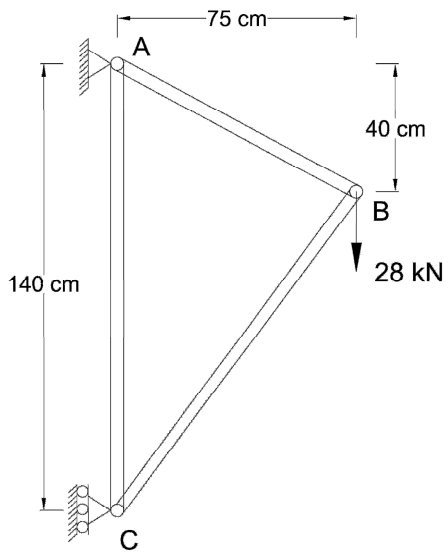
$$\tau_5 = \frac{240 \times 10^2 \times 3 \times 10^5}{53.1 \times 10^6 \times 50} = 27.1 \text{ MPa}$$

$$\tau_6 = 0$$

باسع ۵

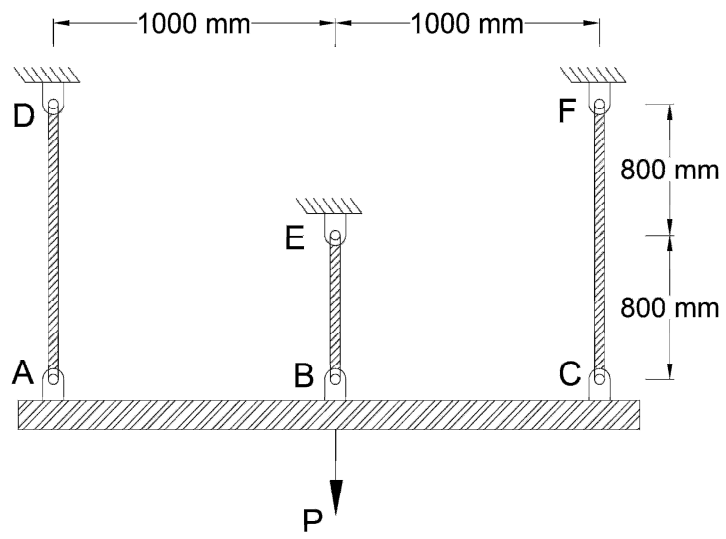
ب: ۳۱۵

مساله ۱- اعضای AB و AC از خربای نشان داده شده از میله هایی با مقطع مربعی از یک نوع آلیاژ تشکیل شده اند. می دانیم که در آزمایش کشش یک میله مربعی با ضلع ۲۰ میلی متر از این آلیاژ بار نهایی ۱۲۰ کیلونیوتن بدست آمده است. اگر ضریب ایمنی دو میله ۳/۲ باشد ابعاد لازم سطح مقطع هر کدام از میله های AB و AC را بدست آورید. تکیه گاه A مفصلی و C غلتکی است (۲ نمره)

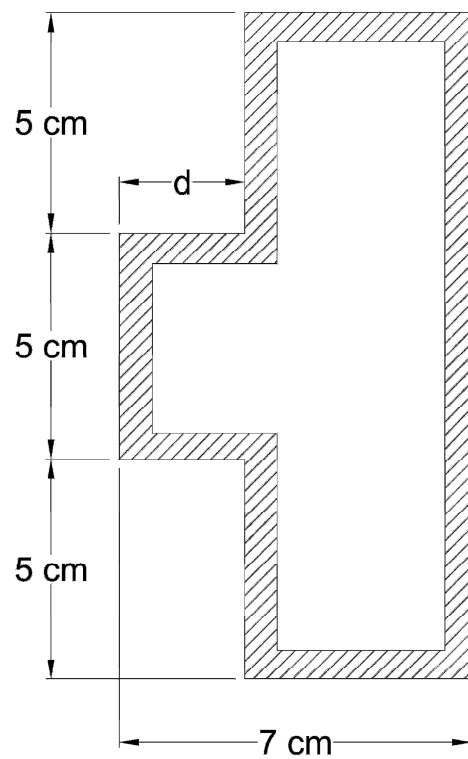


www.nashr-estekhdam.ir

مساله ۲- کابل های فولادی نشان داده در شکل زیر به قطر ۶ میلی متر و ساخته شده از مصالح الاستوپلاستیک (کشسان-مومسان کامل) با تنش قائم تسلیم ۳۴۵ مگاپاسکال و مدول الاستیسیته ۲۰۰ گیگاپاسکال ساخته شده اند. نیروی P به میله صلب ABC اعمال می شود و آن را به اندازه ۲ میلی متر در راستای قائم به پایین می کشد. تعیین کنید: (الف) ماکزیمم مقدار P (۰/۷۵ نمره)، (ب) ماکزیمم تنش در کابل AD (۱/۲۵ نمره)، (ج) جابجایی نهایی میله صلب پس از برداشتن P (۱/۵ نمره).

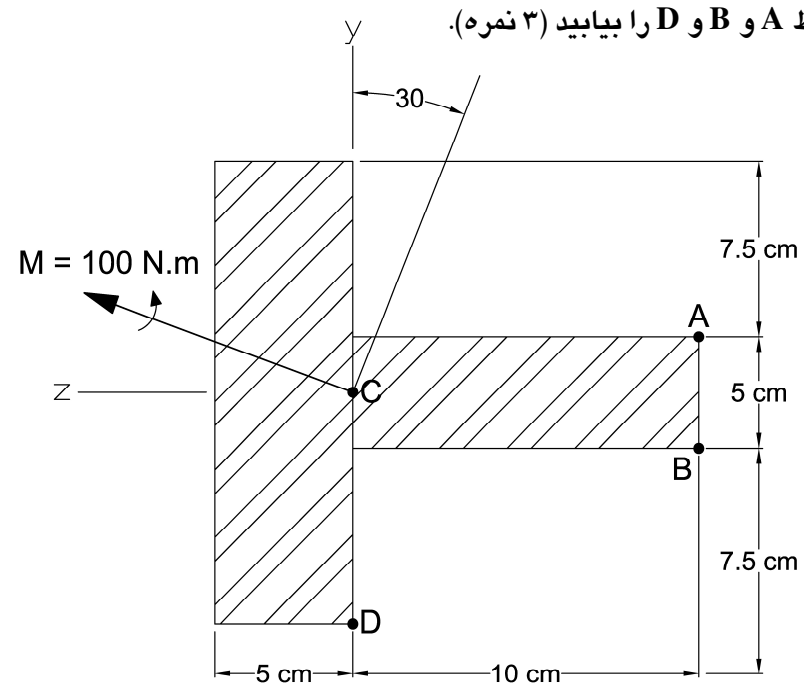


مساله ۳- یک عضو منشوری توخالی با سطح مقطع نشان داده شده به شکل یک صفحه فلزی با ضخامت ۲ میلی متر فرم داده شده است. اگر پیچش ۱/۵ کیلونیوتن متر بر آن اعمال شود حداقل بعد d را پیدا کنید تا تنش برشی در عضو از ۶۰ نیوتن بر میلی متر مربع تجاوز نکند (۱/۵ نمره).

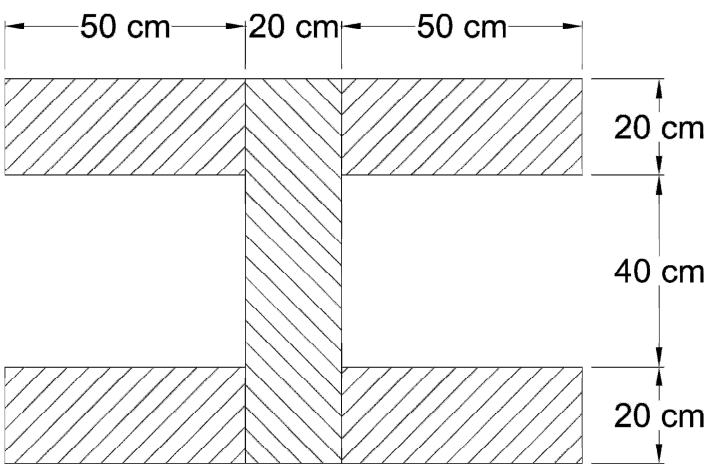


www.nashr-estekhdam.ir

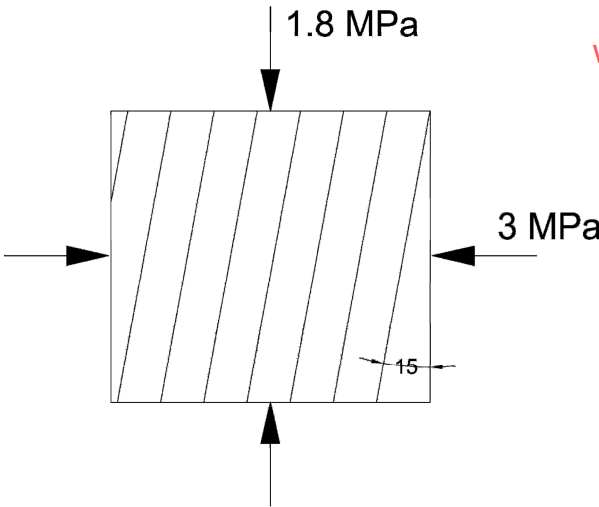
مساله ۴- کوپل M به تیری با سطح مقطع نشان داده در صفحه ای که با محور عمودی y زاویه ۳۰ درجه می سازد اعمال می شود. مقدار تنش در نقاط A و B و D را بیابید (۳ نمره).

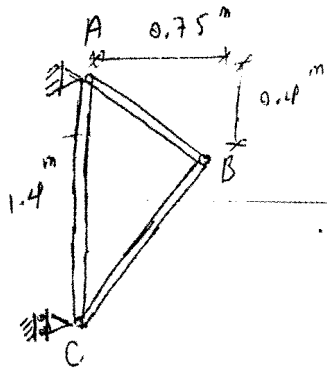


مساله ۵- مقطع تیر نشان داده شده در شکل از چسباندن پنج الوار به هم درست شده است. با دانستن اینکه تنش برشی میانگین مجاز اتصال چسب ۳۶۰ کیلوپاسکال می باشد حداکثر نیروی برشی عمودی مجاز که می توان بر مقطع تیر اعمال کرد را تعیین کنید (۲ نمره).



مساله ۶- رگه های یک عضو چوبی زاویه ۱۵ درجه با راستای قائم می سازند. برای وضعیت تنش نشان داده شده تنش برشی موازی با رگه های چوب و تنش قائم عمود بر رگه های چوب را تعیین کنید (۲ نمره).





نسخه ۱ = (۲۰٪)

length of member AB

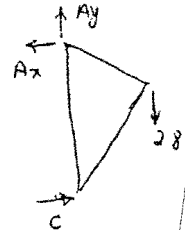
$$l_{AB} = \sqrt{0.75^2 + 0.4^2} = 0.85 \text{ m}$$

Use entire truss as a free body

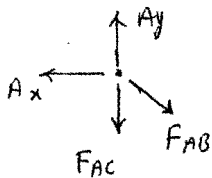
$$+\circlearrowleft \sum M_C = 0 \rightarrow 1.4 A_x - (0.75)(28) = 0$$

$$\rightarrow A_x = 15 \text{ kN}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow A_y - 28 = 0 \rightarrow A_y = 28$$



Use joint A as a free body



$$+\rightarrow \sum F_x = 0 \rightarrow \frac{0.75}{0.85} F_{AB} - A_x = 0 \rightarrow F_{AB} = 17 \text{ kN}$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow A_y - F_{AC} - \frac{0.4}{0.85} F_{AB} = 0 \rightarrow F_{AC} = 20 \text{ kN}$$

For the test bar: $A = (0.02)^2 = 400 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ $P_v = 120 \times 10^3 \text{ N}$

For the material: $\sigma_v = \frac{P_v}{A} = \frac{120 \times 10^3}{400 \times 10^{-6}} = 300 \times 10^6 \text{ Pa}$

For member AB: $F.S. = \frac{P_v}{F_{AB}} = \frac{\sigma_v A}{F_{AB}} = \frac{\sigma_v (a^2)}{F_{AB}}$

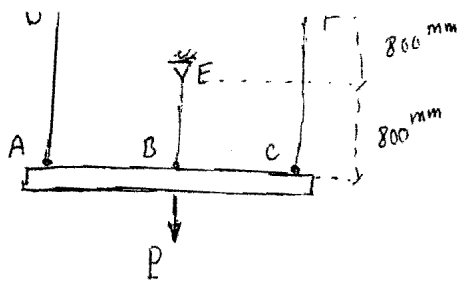
$$\rightarrow a^2 = \frac{(F.S.) F_{AB}}{\sigma_v} = \frac{(3.2)(17 \times 10^3)}{300 \times 10^6} = 181.33 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\rightarrow a = 13.47 \times 10^{-3} \text{ m} \rightarrow 13.47 \text{ mm}$$

www.nashr-estekhdam.ir

For member AC such as AB: $b^2 = \frac{(F.S.) (F_{AC})}{\sigma_v}$

$$\rightarrow b^2 = \frac{(3.2)(20 \times 10^3)}{300 \times 10^6} = 213.33 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \rightarrow b = 14.61 \times 10^{-3} \text{ m} \rightarrow 14.61 \text{ mm}$$



(Q10) : 2 cables

For each cable

$$A = \frac{\pi}{4} (0.006)^2 = 28.274 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Strain at initial yielding: $\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{345 \times 10^6}{200 \times 10^9} = 1.725 \times 10^{-3}$

Strain in cables AD and CF: $\epsilon_{AD} = \epsilon_{CF} = \frac{\delta}{L_{AD}} = \frac{2 \text{ mm}}{1600 \text{ mm}} = 1.25 \times 10^{-3}$

Strain in cable BE: $\epsilon_{BE} = \frac{\delta}{L_{BE}} = \frac{2 \text{ mm}}{800 \text{ mm}} = 2.5 \times 10^{-3}$

Since $\epsilon_{AD} < \epsilon_y \rightarrow \sigma_{AD} = E \epsilon_{AD} = (200 \times 10^9)(1.25 \times 10^{-3}) = 250 \times 10^6 \text{ Pa}$

Since $\epsilon_{BE} > \epsilon_y \rightarrow \sigma_{BE} = \sigma_y = 345 \times 10^6 \text{ Pa}$

Forces: $P_{AD} = P_{CF} = A \sigma_{AD} = (28.274 \times 10^{-6})(250 \times 10^6) = 7.0685 \times 10^3 \text{ N}$

$P_{BE} = A \sigma_{BE} = (28.274 \times 10^{-6})(345 \times 10^6) = 9.7545 \times 10^3 \text{ N}$

For equilibrium of bar ABC: $P_{AD} + P_{BE} + P_{CF} - P = 0$

(10a) $P = P_{AD} + P_{BE} + P_{CF} = (7.0685 + 9.7545 + 7.0685) \times 10^3 = 23.9 \times 10^3 \text{ N}$
 $\rightarrow P = 23.9 \text{ kN}$

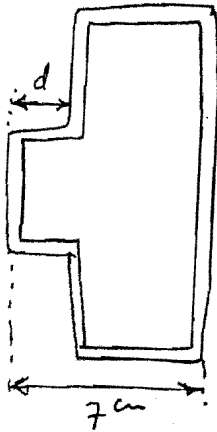
(10b) $\sigma_{AD} = 250 \times 10^6 \text{ Pa} = 250 \text{ MPa}$

www.nashr-estekhdam.ir

After Unloading: $P = 0 \rightarrow$ Cable BE is not taut $P_{BE} = 0$

By symmetry $P_{AB} = P_{CF}$; for equilibrium $P_{AD} = P_{CF} = 0$

(10c) Final displacement δ is controlled by the final lengths of cables AD and CF. Since these cables were never permanently deformed the final displacement is: $\delta = \delta_{AD} = \delta_{CF} = 0$



(در 110) : مساحت

Area bounded by center

$$a = (150 - 2)(70 - d - 2) + (150 - 2)d$$

$$\rightarrow a = 10064 - 100d \text{ mm}^2$$

$$t = 2 \text{ mm} \quad \tau = 60 \text{ N/mm}^2$$

$$T = 1.5 \text{ kN-m} = 1.5 \times 10^6 \text{ N-mm}$$

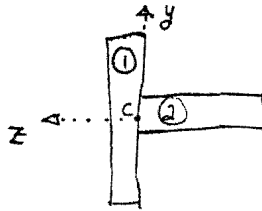
www.nashr-estekhdam.ir

$$\rightarrow \tau = \frac{T}{2ta} \Rightarrow a = \frac{T}{2t\tau}$$

$$\rightarrow 10064 - 100d = \frac{1.5 \times 10^6}{2 \times 2 \times 60} \rightarrow d = 38.14 \text{ mm}$$

(۵٪): تعیین مرکز جرم

Locate centroid :



	A, cm^2	\bar{z}, cm	$A\bar{z}, \text{cm}^3$
①	100	-2.5	-250
②	50	5	250
Σ	150		0

The centroid lies at point c

$$\begin{cases} I_z = \frac{1}{12} (5) (20)^3 + \frac{1}{12} (10) (5)^3 = 3437.5 \text{ cm}^4 \\ I_y = \frac{1}{3} (20) (5)^3 + \frac{1}{3} (5) (10)^3 = 2500 \text{ cm}^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_A = -y_B = 2.5 \text{ cm} ; & y_D = -10 \text{ cm} \\ z_A = z_B = -10 \text{ cm} ; & z_D = 0 \end{cases}$$

www.nashr-estekhdam.ir

$$\begin{cases} M_z = 100 \cos 20^\circ = 93.97 \text{ N.m} \\ M_y = 100 \sin 20^\circ = 34.20 \text{ N.m} \end{cases}$$

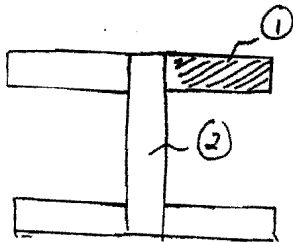
$$\sigma_A = \frac{-M_z y_A}{I_z} + \frac{-M_y z_A}{I_y} = \frac{-(93.97 \times 100)(2.5)}{3437.5} + \frac{-(34.20 \times 100)(10)}{2500}$$

~~نتیجه~~ $\rightarrow \sigma_A = -20.51 \text{ N/cm}^2$

$$\sigma_B = \frac{M_z y_B}{I_z} + \frac{-M_y z_B}{I_y} = \frac{(93.97 \times 100)(2.5)}{3437.5} + \frac{-(34.20 \times 100)(10)}{2500}$$

~~نتیجه~~ $\rightarrow \sigma_B = -6.84 \text{ N/cm}^2$

$$\sigma_D = \frac{M_z y_D}{I_z} + 0 = \frac{(93.97 \times 100)(10)}{3437.5} = 27.34 \text{ N/cm}^2$$



حل مسئله: (۵ نمره)

$$I_1 = \frac{1}{12} (50)(20)^3 + (50)(20)(30)^2$$

$$\rightarrow I_1 = 933333.3 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = \frac{1}{12} (20)(80)^3 = 853333.3 \text{ cm}^4$$

$$I_{total} = 4I_1 + I_2 = 4586666.5 \text{ cm}^4 = 0.0459 \text{ m}^4$$

$$Q = A_1 \bar{y}_1 = (50)(20)(30) = 30000 \text{ cm}^3 = 0.03 \text{ m}^3$$

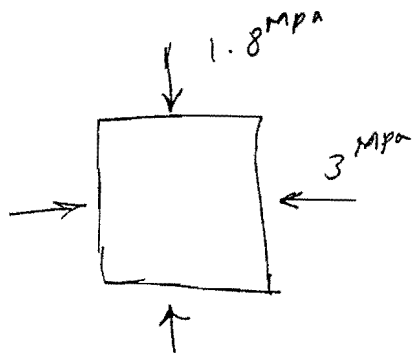
for each glued joints $t = 20 \text{ cm}$

www.nashr-estekhdam.ir

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

$$\Rightarrow V = \frac{It\tau}{Q} = \frac{(0.0459)(0.2)(360 \times 10^3)}{0.03} = 110.16 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\Rightarrow V = 110.16 \text{ kN} \quad \blacktriangleleft$$



حل مسئله (5 نمره)

$$\sigma_x = -3 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0$$

$$\sigma_y = -1.8 \text{ MPa}$$

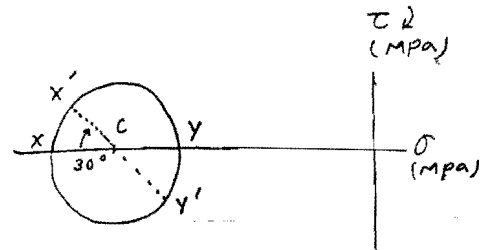
$$\sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = -2.4 \text{ MPa}$$

Points:

$$X: (\sigma_x, -\tau_{xy}) = (-3, 0)$$

$$Y: (\sigma_y, \tau_{xy}) = (-1.8, 0)$$

$$C: (\sigma_{avg}, 0) = (-2.4, 0)$$



$$\theta = -15^\circ, \quad 2\theta = -30^\circ$$

$$\overline{CX} = 0.6 \text{ MPa} \quad R = 0.6 \text{ MPa}$$

$$(a) \tau_{x'y'} = -\overline{CX'} \sin 30^\circ = -R \sin 30^\circ = -0.6 \sin 30^\circ$$

$$\rightarrow \tau_{x'y'} = -0.3 \text{ MPa}$$

$$(b) \sigma_{x'} = \sigma_{avg} - \overline{CX'} \cos 30^\circ = -2.4 - 0.6 \cos 30^\circ$$

$$\rightarrow \sigma_{x'} = -2.92 \text{ MPa}$$