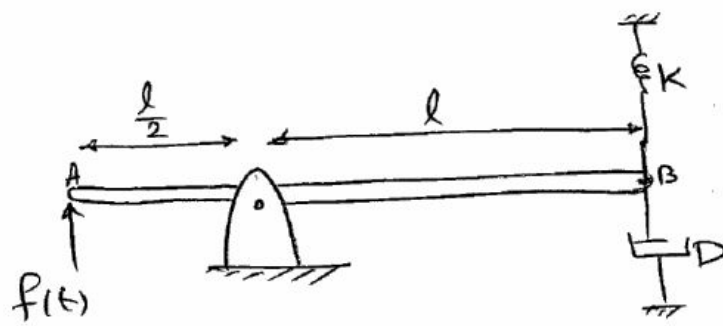


سیستم های کنترل خطی

۱- در سیستم مکانیکی شکل زیر اگر نیروی پله واحد به نقطه A وارد شود نقطه B نهایتاً چقدر جابه جا می شود؟



$$2k \quad (1)$$

$$\frac{1}{2k} \quad (2)$$

$$2D \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} D \quad (4)$$

۲- معادلات حالت سیستمی به صورت $\dot{x} = Ax + Bu$ است. اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ و $u = 0$ و بردار حالت $x(t)$ در لحظه

$t = \ln 2$ به صورت $x(\ln 2) = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$ باشد، شرایط اولیه چگونه بوده است؟

$$\begin{cases} x_1(0) = -6 \\ x_2(0) = 14 \end{cases} \quad (2)$$

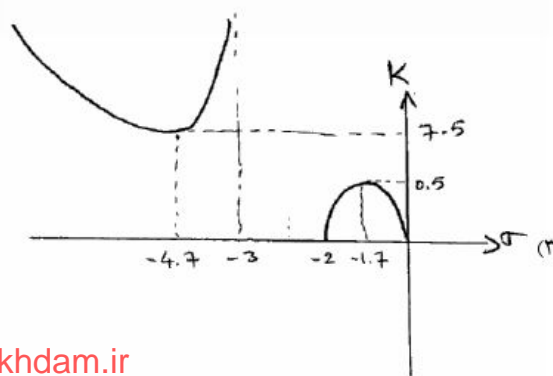
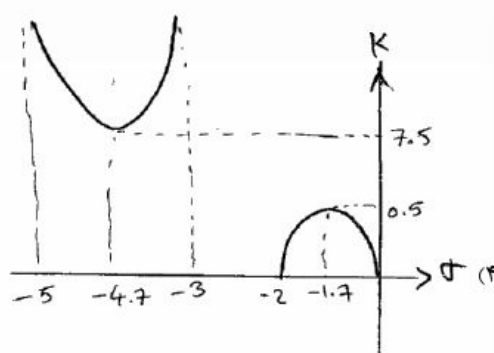
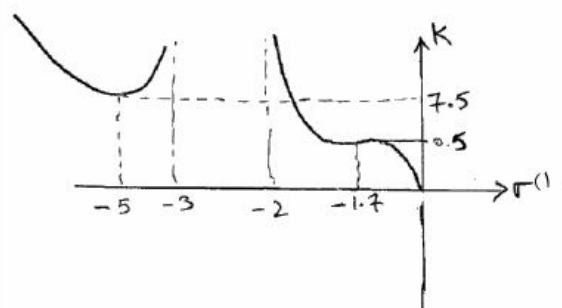
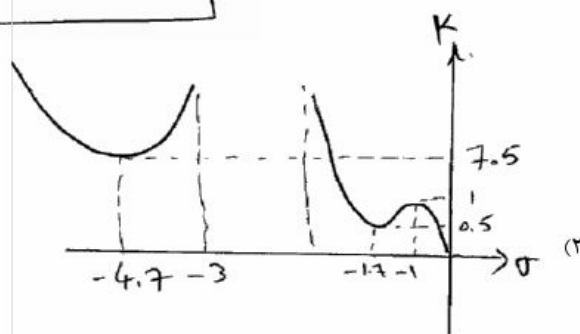
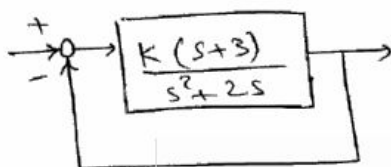
$$\begin{cases} x_1(0) = 6 \\ x_2(0) = -14 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_1(0) = 1 \\ x_2(0) = -1 \end{cases} \quad (4)$$

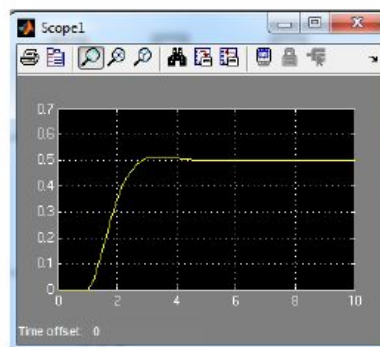
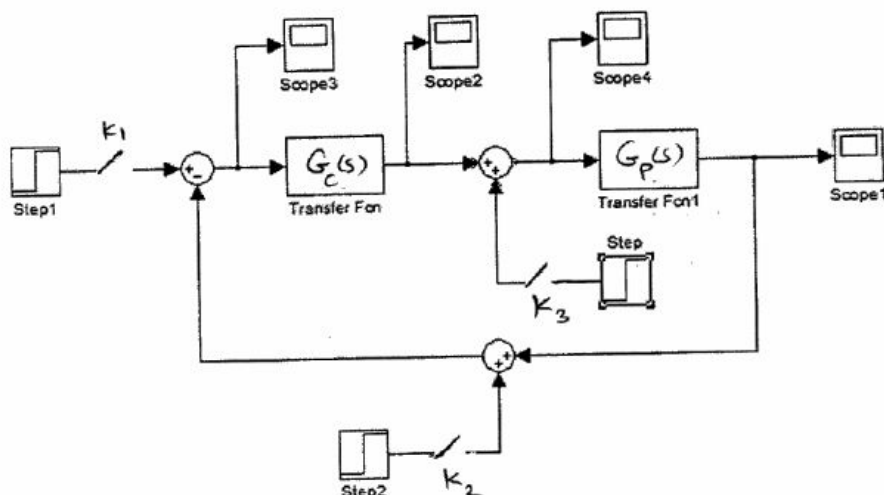
$$\begin{cases} x_1(0) = 0 \\ x_2(0) = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (3)$$

۳- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام گزینه نمودار k بر حسب σ را به درستی نشان می دهد.

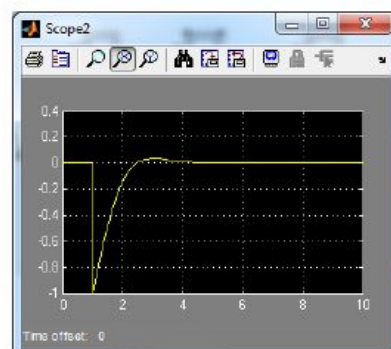
($\sigma = \text{Re}\{s\}$ که s محل قطب های حلقه بسته سیستم است) $0 < k < \infty$



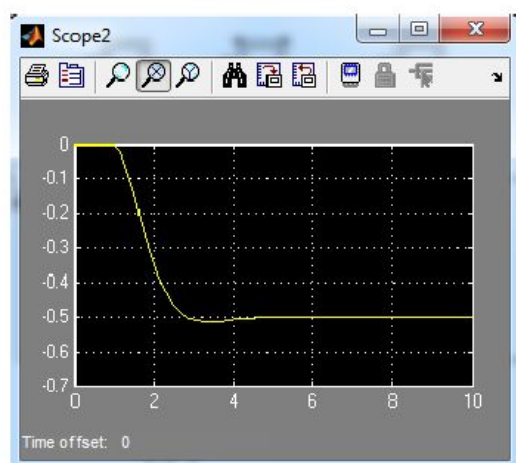
۴ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر کلیه k_1 بسته و کلیدهای k_2 , k_3 باز باشند، به صورت شکل الف خواهد بود. اگر کلید k_2 بسته و کلیدهای k_1 , k_3 باز باشند، به صورت شکل ب خواهد بود. اگر کلید k_3 بسته و کلیدهای k_1 , k_2 باز باشند، به صورت شکل ج خواهد بود. اگر کلید k_1 بسته و کلیدهای k_2 , k_3 باز باشند، به صورت شکل د خواهد بود.



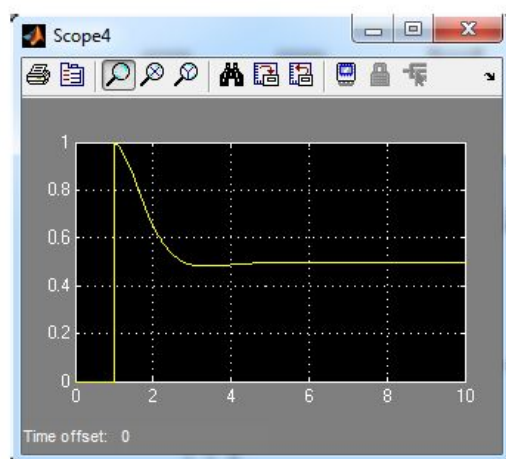
شکل الف



شکل ب

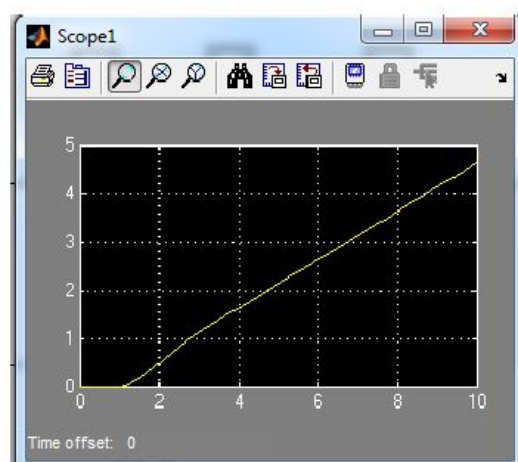


(۲)



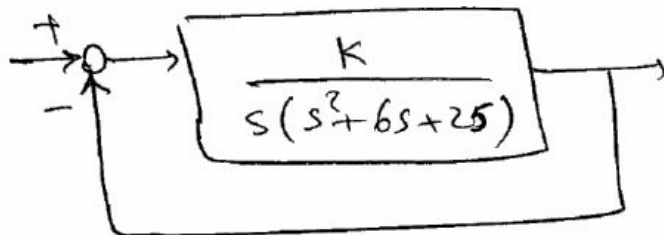
(۱)

(۴) هر سه گزینه صحیح است.



(۳)

۵ - در سیستم کنترل شکل زیر به ازای چه مقدار از k ثابت خطای سرعت بزرگتر از یک و حد بهره سیستم بزرگتر از 14 dB خواهد بود؟



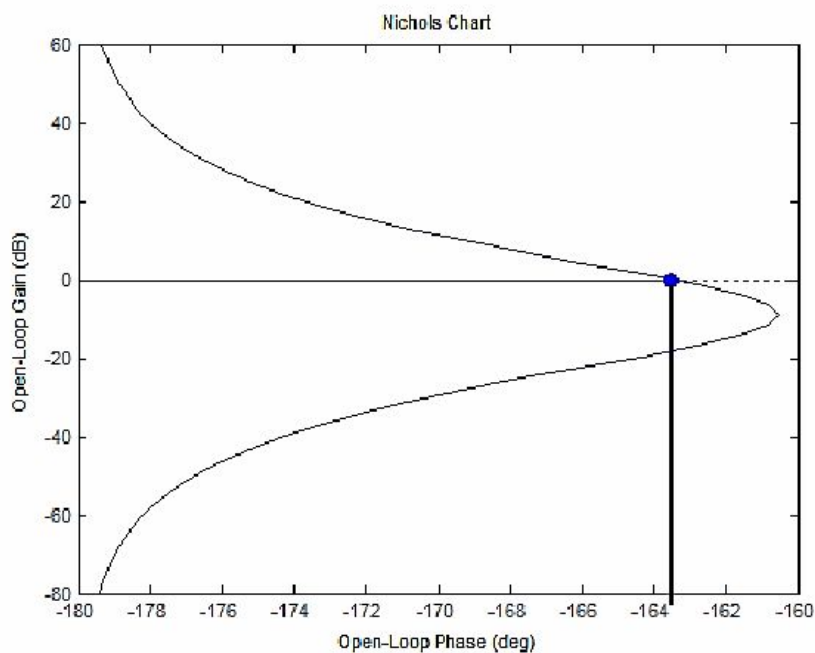
(۱) ۲۷

(۲) ۳۲

(۳) ۳۴

(۴) ۳۶

۶ - نمودار $\log \text{ magnitude-phase}$ سیستم حلقه باز پایداری به صورت زیر است. در مورد سیستم حلقه بسته با فیدبک منفی واحد کدام گزینه صحیح است؟



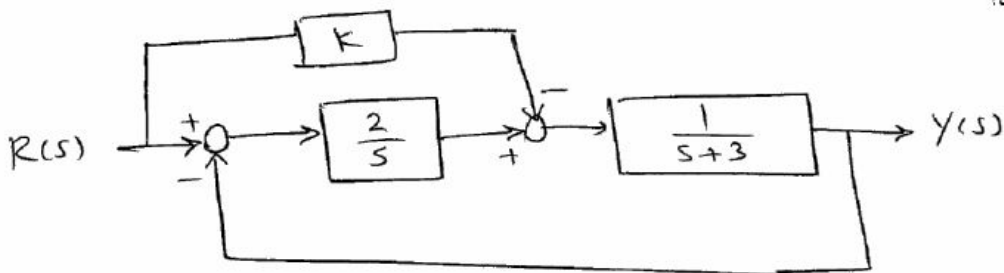
(۱) پایدار با حد بهره بی‌نهایت و حد فاز $16/5^\circ$ است.

(۲) خطای حالت دایمی به ورودی‌های پله و شیب واحد صفر است.

(۳) مکان هندسی ریشه‌های این سیستم هیچ‌گاه با محور $j\omega$ برخورد نخواهد کرد.

(۴) هر سه گزینه صحیح است.

۷ - در سیستم کنترل شکل زیر اگر $e(t) = r(t) - y(t)$ تعریف شود به ازای کدام مقدار k حاصل $\int_0^\infty e^2(t) dt$ به ورودی پله واحد حداقل خواهد شد؟



(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۲

(۱) ۲

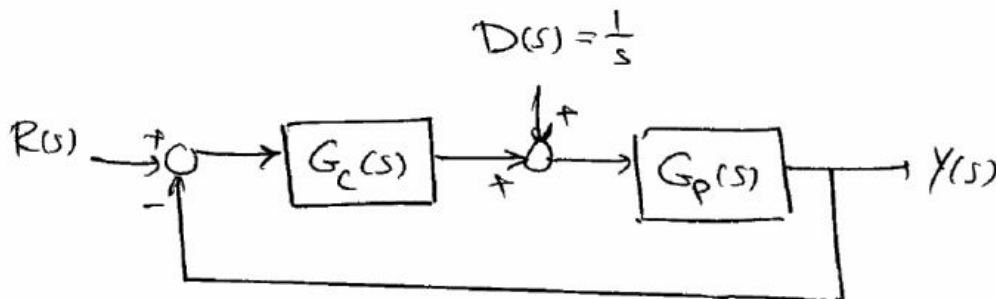
۸- اگر تابع $S(s)$ تابع تبدیل حساسیت سیستم زیر باشد. اثر اغتشاش پله‌ای $D(s)$ در حالت ماندگار خروجی کدام گزینه است؟ (فرض کنید سیستم حلقه بسته پایدار است).

(۱) $S(0)$

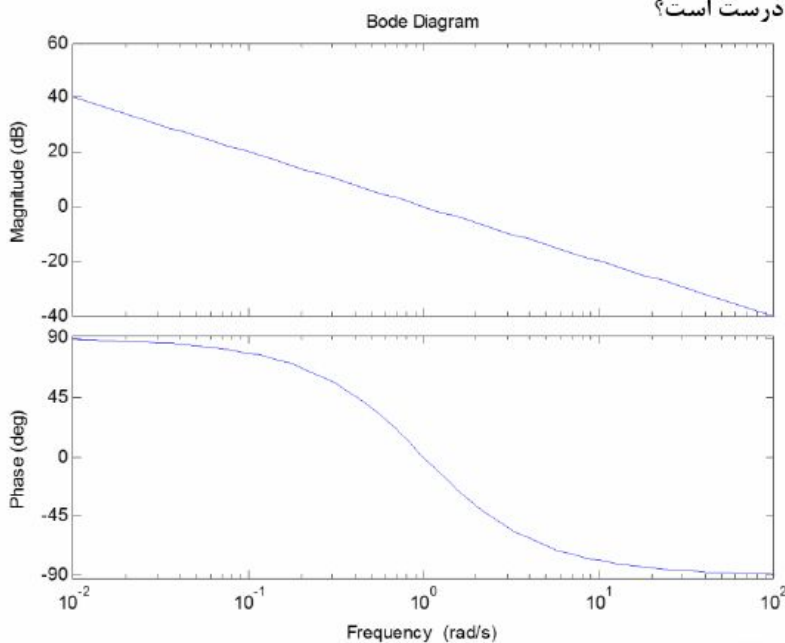
(۲) $G_c(0) S(0)$

(۳) $\frac{S(0)}{G_c(0)}$

(۴) $G_p(0) S(0)$



۹- یک سیستم فیدبک واحد با تابع تبدیل $G(s)$ که دیاگرام بودی آن در شکل نشان داده شده است را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد پایداری حلقه بسته به ازای $-\infty < k < \infty$ درست است؟



(۱) همواره پایدار

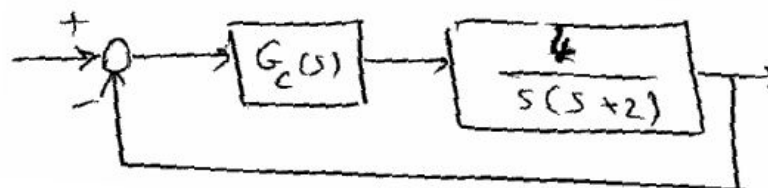
(۲) پایدار به ازای $k > 0$ و ناپایدار با یک قطب RHP به ازای $k < 0$

(۳) پایدار به ازای $-1 < k < 0$

(۴) همواره ناپایدار با یک قطب RHP به ازای $-\infty < k < \infty$

۱۰- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام کنترلر می‌تواند مشخصات مطلوب زیر را برآورده سازد؟

$$\begin{cases} k_v = 20 \\ PM > 50^\circ \end{cases}$$



P (۴)

PI (۳)

Lag (۲)

Lead (۱)

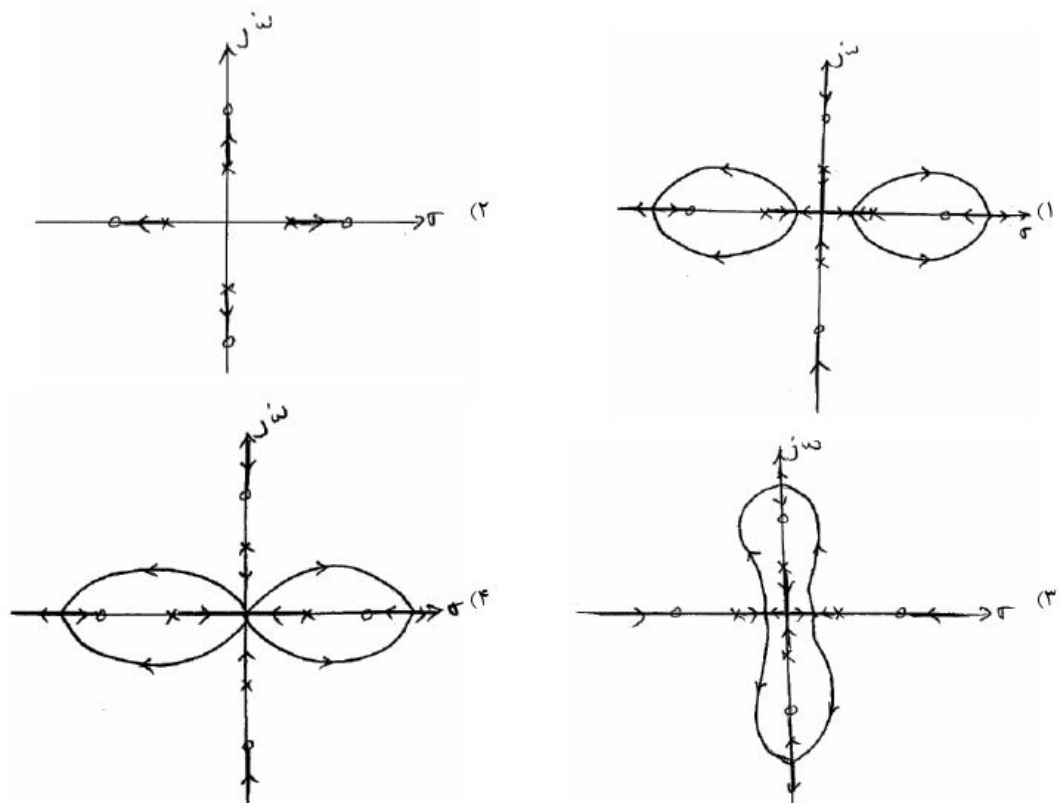
۱۱- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر جدول راث متناظر با معادله مشخصه سیستم به صورت داده شده باشد مکان هندسی ریشه‌های سیستم در کدام گزینه به درستی آمده است؟ ($k < 0$)



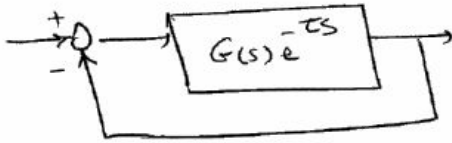
s^4	$1+k$	$-(21+27k)$	$-(100+324k)$
s^3	$4(1+k)$	$-2(21+27k)$	
s^2	$-0.5(21+27k)$	$-(100+324k)$	
s^1	F		
s^0	$-(100+324k)$		

$$F = \frac{2025k^2 + 283 \cdot k + 841}{-0.5(21+27k)}$$

ریشه‌های معادله $2025k^2 + 283 \cdot k + 841 = 0$ برابر $k = -0.968$ و $k = -0.428$ است.



۱۲ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. داده‌های پاسخ فرکانسی $G(s)$ در جدول نشان داده شده است. ماکزیمم مقدار تأخیر τ که سیستم حلقه بسته به ازای آن پایدار است کدام گزینه است؟



Omega (rad/s)	Mag (db)	Phase (deg)
۰/۰.۱	۳۹/۰.۲	-۹۲
۰/۱	۲۲/۲۳	-۱۰۰
۰/۵	۱۳/۵۴	-۱۰۳
۱	۰/۰.۱	-۱۱۰
۱/۵	-۴/۳۵	-۱۲۰
۲	-۰/۰.۱	-۱۳۰
۲/۵	۰/۵۵	-۱۴۰
۳	۰/۰.۱	-۱۵۰
۴	-۵	-۱۶۲
۶	-۱۰	-۱۷۸
۱۰	-۴۰	-۲۲۰
۲۰	-۸۰	-۲۶۰
۱۰۰	-۱۰۰	-۲۶۸

۱۷۴ msec (۱)

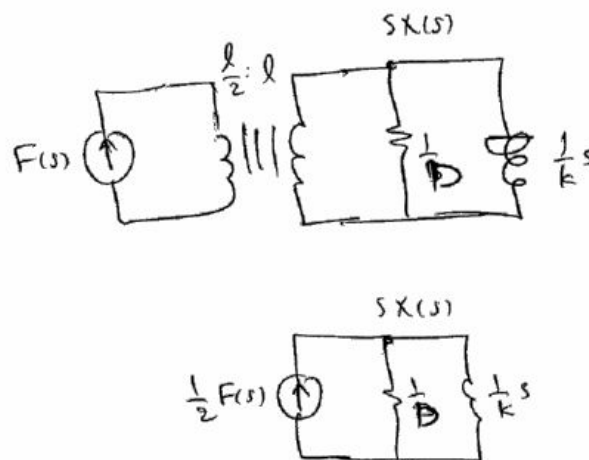
۱/۲۲ sec (۲)

۴۳۶ msec (۳)

۲ sec (۴)

سیستم‌های کنترل خطی

۱- گزینه «۲» صحیح است.



۲- گزینه «۱» صحیح است.

$$SX(s) = \frac{s}{\frac{1}{D} + \frac{s}{k}} \cdot \frac{1}{2} F(s)$$

$$SX(s) = \frac{s}{k + Ds} \cdot \frac{1}{2} F(s)$$

$$X(s) = \frac{1}{k + Ds} \cdot \frac{1}{2} F(s)$$

$$F(s) = \frac{1}{s} \rightarrow x_{ss} = \frac{1}{2k}$$

$$x(\ln 2) = \varphi(+\ln 2) x(\circ)$$

$$x(\circ) = \varphi(-\ln 2) x(\ln 2)$$

$$\varphi(-\ln 2) = \begin{bmatrix} 2e^{\ln 2} - e^{2\ln 2} & e^{\ln 2} - e^{2\ln 2} \\ -2e^{\ln 2} + 2e^{2\ln 2} & -e^{\ln 2} + 2e^{2\ln 2} \end{bmatrix}$$

$$\varphi(-\ln 2) = \begin{bmatrix} \cdot & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x(\circ) = \begin{bmatrix} \cdot & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -14 \end{bmatrix}$$

۳- گزینه «۳» صحیح است.

$$S_{b_1} = -1/7 \rightarrow K_{b_1} = 0.5$$

$$S_{b_2} = -4/7 \rightarrow K_{b_2} = 7/5$$

۴- گزینه «۴» صحیح است.

۵- گزینه «۱» صحیح است.

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{k}{25} > 1 \rightarrow k > 25$$

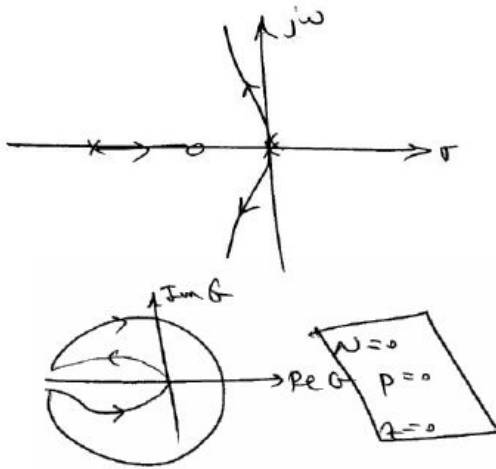
$$a = 5 \rightarrow GM = 2 \log a = 14 \text{ db}$$

$$\Delta(s) = s^3 + 6s^2 + 25s + ak$$

$$\begin{array}{l|ll} s^3 & 1 & 25 \\ s^2 & 6 & ak \\ s^1 & 15 - ak & = 0 \\ s^0 & ak & \end{array} \rightarrow a = \frac{15}{k} > 5 \Rightarrow k < 3$$

۶- گزینه «۴» صحیح است.

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2(s+2)}$$



$$N = 0$$

$$P = 0$$

$$\lambda = 0$$

سیستم حلقه بسته هر ذره پایدار است

۷- گزینه «۴» صحیح است.

$$T(s) = \frac{\frac{2}{s(s+3)} - \frac{k}{s+3}}{1 + \frac{2}{s(s+3)}} = \frac{2 - ks}{s^2 + 3s + 2} = \frac{2+k}{s+1} - \frac{2+2k}{s+2}$$

$$E(s) = (1 - T(s)) R(s) = \frac{s^2 + 3s + 2 - 2 - ks}{s^2 + 3s + 2} R(s)$$

$$R(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow E(s) = \frac{s+3+k}{(s+1)(s+2)} = \frac{2+k}{s+1} - \frac{1+k}{s+2}$$

$$e(t) = (2+k)e^{-t} - (1+k)e^{-2t}$$

$$e^r(t) = (2+k)^r e^{-rt} + (1+k)^r e^{-2rt} - 2(1+k)(2+k) e^{-rt}$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^r(t) dt &= \frac{1}{r} (2+k)^r + \frac{1}{r} (1+k)^r - \frac{2}{r} (1+k)(2+k) \\ &= \frac{1}{r} (k^r + rk + 2) + \frac{1}{r} (k^r + rk + 1) - \frac{2}{r} (k^r + rk + 2) \\ &= \frac{1}{12} k^r + \frac{1}{2} k + \frac{11}{12} \end{aligned}$$

به ازای $k = -3$ مقدار فوق حداقل می شود.

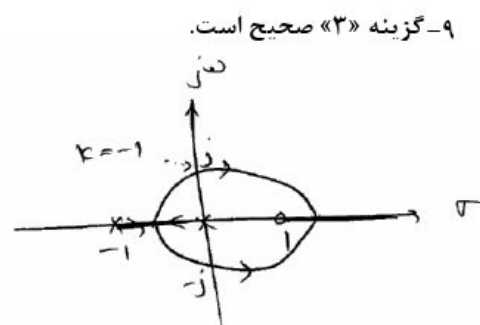
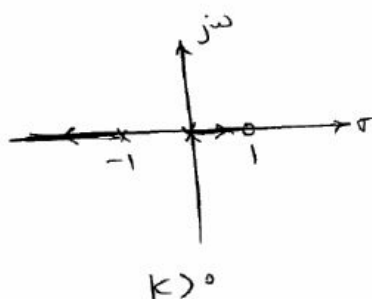
۸- گزینه «۴» صحیح است.

$$S(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G_P(s)}$$

$$\frac{y(s)}{D(s)} = \frac{G_P(s)}{1 + G_c(s)G_P(s)} \rightarrow y_{ss} = \frac{G_P(0)}{1 + G_c(0)G_P(0)} = G_P(0) S(0)$$

$$G(s) = \frac{s-1}{s(s+1)}$$

$$\Delta(s) = s^2 + (k+1)s - k$$



۹- گزینه «۳» صحیح است.

۱۰- گزینه «۱» صحیح است.

حد فاز سیستم حدود 17° است، بنابراین باید Lead استفاده کنیم.

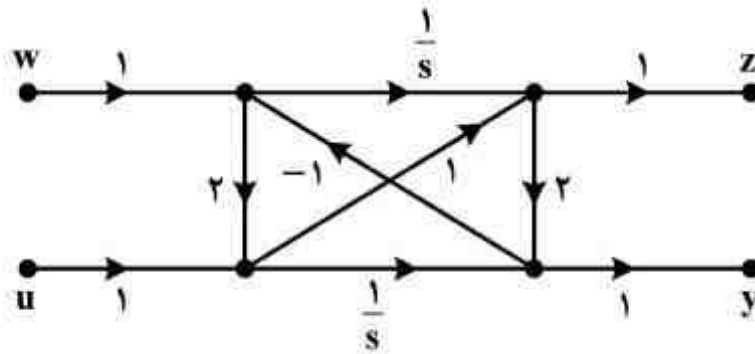
۱۱- گزینه «۳» صحیح است.

۱۲- گزینه «۱» صحیح است.

$$T_{\max} = \frac{\gamma_{\min}}{\omega_g} = \frac{30 \times \frac{\pi}{180}}{3} = \frac{\pi}{18} = 0.174$$

سیستم‌های کنترل خطی:

۱- شکل زیر یک سیستم دو دهانه را نشان می‌دهد. اگر قانون کنترلی به شکل $u = -ky$ تعریف گردد، تابع



تبدیل $\frac{Z}{W}$ کدام است؟

$$(1) \frac{s+k}{s^2+(k+4)s}$$

$$(2) \frac{2s^2+s+k}{\Delta s^2+ks}$$

$$(3) \frac{2s^2+s+k}{\Delta s^2+(4+k)s}$$

$$(4) \frac{2s^2+s+k}{(\Delta+2k)s^2+(4+k)s}$$

۲- بخشی از جدول راث متناظر با یک سیستم مرتبه ۷ به شکل زیر داده شده است. در مورد پایداری سیستم گزینه صحیح کدام است؟ (تمام پارامترهای جدول غیر از K مثبت هستند.)

S^7	A	B	C	D
S^6	E	F	G	H
S^5	I	J	K	0

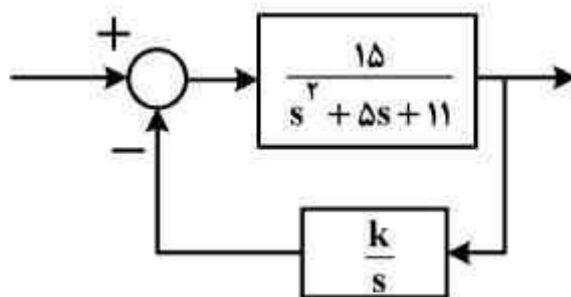
(۱) پایدار

(۲) ناپایدار

(۳) پایدار مرزی

(۴) بدون دانستن مقادیر عددی پارامترها نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۳- سیستم کنترلی زیر را در نظر بگیرید. برای اینکه فقط دو قطب سیستم حلقه بسته در محدوده $-2 < \text{Re}(s) < 0$ قرار گیرند، کدام بازه k صحیح است؟



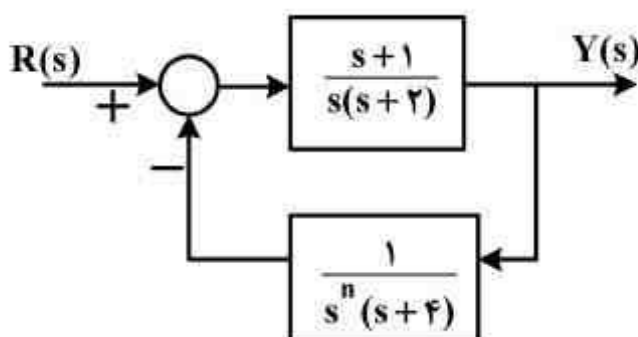
$$(1) \frac{1}{5} < k < \frac{11}{3}$$

$$(2) \frac{2}{3} < k < \frac{11}{3}$$

$$(3) \frac{7}{15} < k < \frac{11}{3}$$

(۴) امکان پذیر نیست.

۴- در سیستم شکل زیر، برای $n \geq 0$ و ورودی پله واحد، با توجه به تعریف خطای دائم سیستم به صورت $e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} (r(t) - y(t))$ ، گزینه صحیح کدام است؟



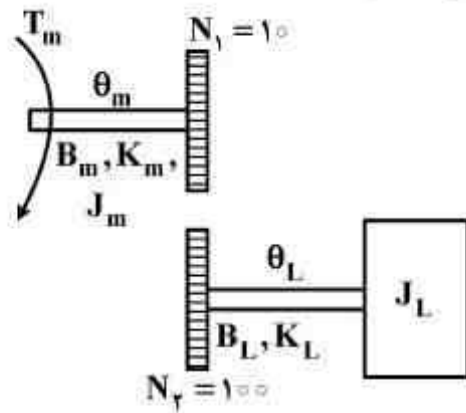
(۱) برای $n > 2$ سیستم ناپایدار است.

(۲) برای $n \geq 0$ خطای حالت دائم سیستم صفر است.

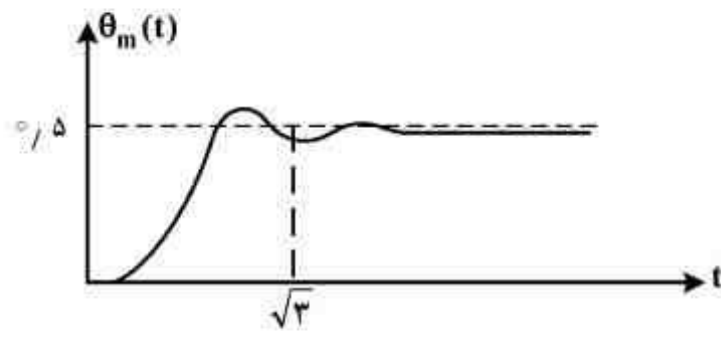
(۳) برای $n = 0$ خطای حالت دائم پاسخ پله سیستم $e_{ss} = -3$ است.

(۴) هر دو گزینه ۱ و ۳ صحیح است.

- ۵ - سیستم شکل الف شفت یک موتور DC را که توسط جعبه دنده به بار مکانیکی J_L متصل شده است، نشان می‌دهد. شکل ب، پاسخ زاویه شفت موتور $(\theta_m(s))$ را به ورودی پله واحد $(T_m(s) = \frac{1}{s})$ نشان می‌دهد، در صورتی که $K_L = 100$ بوده و بدانیم زاویه قطب‌های سیستم با محور حقیقی برابر 60° درجه است، مقادیر ω_n (فرکانس طبیعی سیستم) و k_m به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



شکل الف

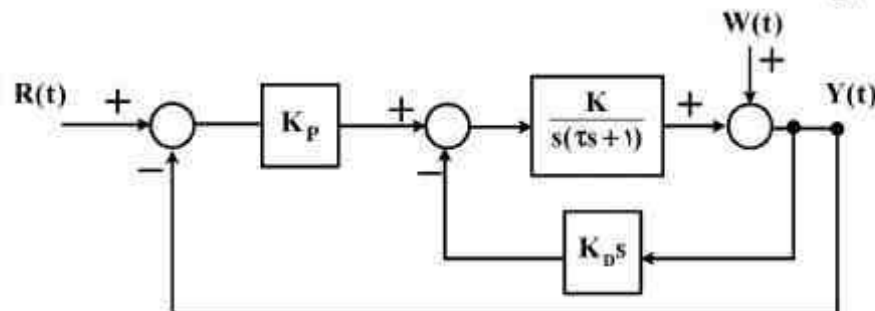


شکل ب

$$\begin{aligned} & 2, \frac{2\pi}{3} \quad (2) \\ & 2, \frac{4\pi}{3} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 1, \frac{2\pi}{3} \quad (1) \\ & 1, \frac{4\pi}{3} \quad (3) \end{aligned}$$

- ۶ - سیستم زیر را در نظر بگیرید. اگر سیگنال‌های $W(t)$ و $R(t)$ پله واحد باشند، خطای حالت دائم ناشی از $W(t)$ و $R(t)$ به ترتیب چگونه خواهد بود؟

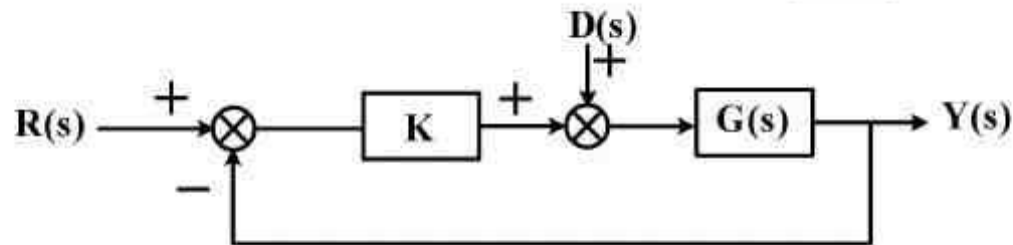


- (۱) صفر - صفر
- (۲) صفر - نامحدود
- (۳) غیر صفر محدود - صفر
- (۴) غیر صفر محدود - نامحدود

- ۷ - گزینه صحیح کدام است؟

- (۱) همه قطب‌هایی که روی خط $\sigma = -2$ قرار می‌گیرند زمان نشست معادل ۲ ثانیه (با معیار دو درصد) دارند.
- (۲) فرکانسی که منحنی نایکوئیست در آن محور حقیقی را قطع می‌کند، جزو مکان ریشه‌های سیستم است $(0 < k < \infty)$
- (۳) اغتشاشی که مستقیماً به خروجی سیستم وارد می‌شود راحت‌تر از اغتشاشی که به ورودی سیستم وارد می‌شود، حذف می‌شود.
- (۴) اگر سیستم ناکمینه فاز باشد، حتماً پدیده پایین زدگی (undershoot) در پاسخ پله رخ می‌دهد.

- ۸- در سیستم زیر $G(s)$ یک سیستم مرتبه دوم پایدار با قطب‌های مختلط می‌باشد. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این سیستم نادرست است؟



- (۱) اگر $G(s)$ کمینه فاز و دارای بهره DC مثبت باشد، برای همه مقادیر $k > 0$ پاسخ پله واحد به ورودی مرجع $R(s)$ محدود است.
 (۲) اگر $G(s)$ ناکمینه فاز و دارای بهره DC منفی باشد، پاسخ پله واحد به ورودی $D(s)$ به ازای هیچ $k > 0$ میرای شدید نخواهد بود.
 (۳) اگر $G(s)$ ناکمینه فاز و دارای بهره DC مثبت باشد، همواره به ازای بعضی مقادیر $k > 0$ ، پاسخ پله واحد به ورودی مرجع $R(s)$ نامحدود خواهد شد.
 (۴) اگر $G(s)$ کمینه فاز و دارای بهره DC مثبت باشد، با افزایش k به سمت بی‌نهایت مقدار ماندگار پاسخ پله واحد به ورودی $D(s)$ به سمت صفر میل می‌کند.

- ۹- کدام یک از سیستم‌های با معادله مشخصه زیر، می‌تواند به ازای بهره‌های مثبت بزرگ k پایدار باشد؟

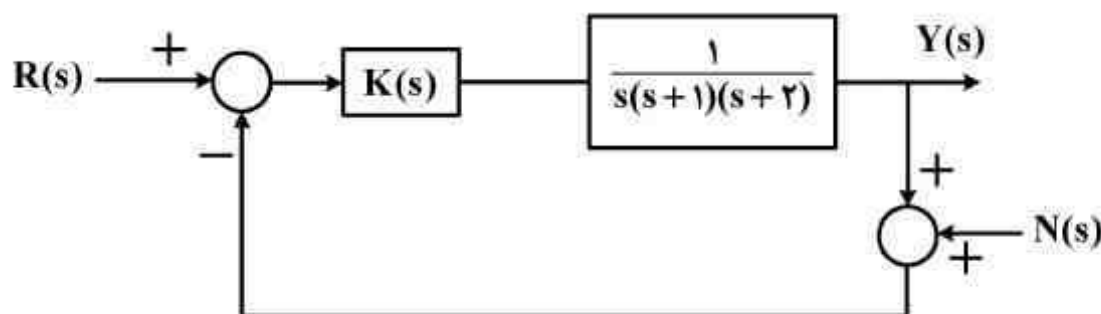
$$s^5 + 18s^4 + 108s^3 + (278 + 13k)s^2 + 467s + 280 + 60k = 0 \quad (1)$$

$$s^5 + 18s^4 + 108s^3 + (278 + 13k)s^2 + (467 + 25k)s + 280 + 60k = 0 \quad (2)$$

$$s^5 + 18s^4 + (108 + k)s^3 + (278 + 13k)s^2 + (467 + 25k)s + 280 + 60k = 0 \quad (3)$$

- (۴) هر سه گزینه دارای پنج قطب است. پس حتماً به ازای بهره‌های بزرگ ناپایدار خواهد بود.

- ۱۰- سیستم حلقه بسته شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از کنترل کننده‌های زیر قابلیت بیشتری برای حذف نویز اندازه‌گیری $N(s)$ دارد؟



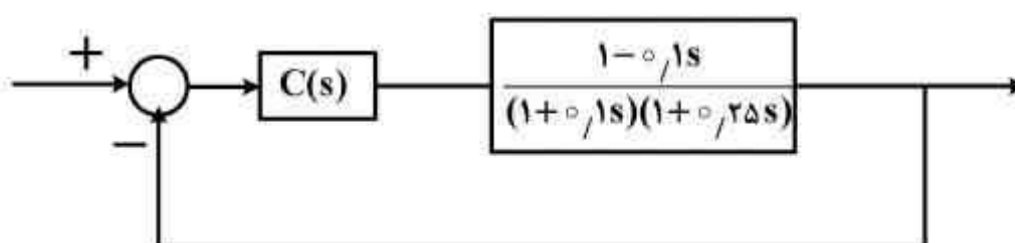
(۱) تناسبی - انتگرالی

(۲) تناسبی

(۳) انتگرالی

(۴) تناسبی - مشتق‌گیر

- ۱۱- در سیستم حلقه بسته شکل زیر، ساده‌ترین کنترل کننده $C(s)$ کدام است؟ به طوری که خطای دائم برای ورودی شیب محدود باشد و سیستم حلقه بسته سریع‌ترین پاسخ پله بدون بالازدگی را داشته باشد.



PD (۱)

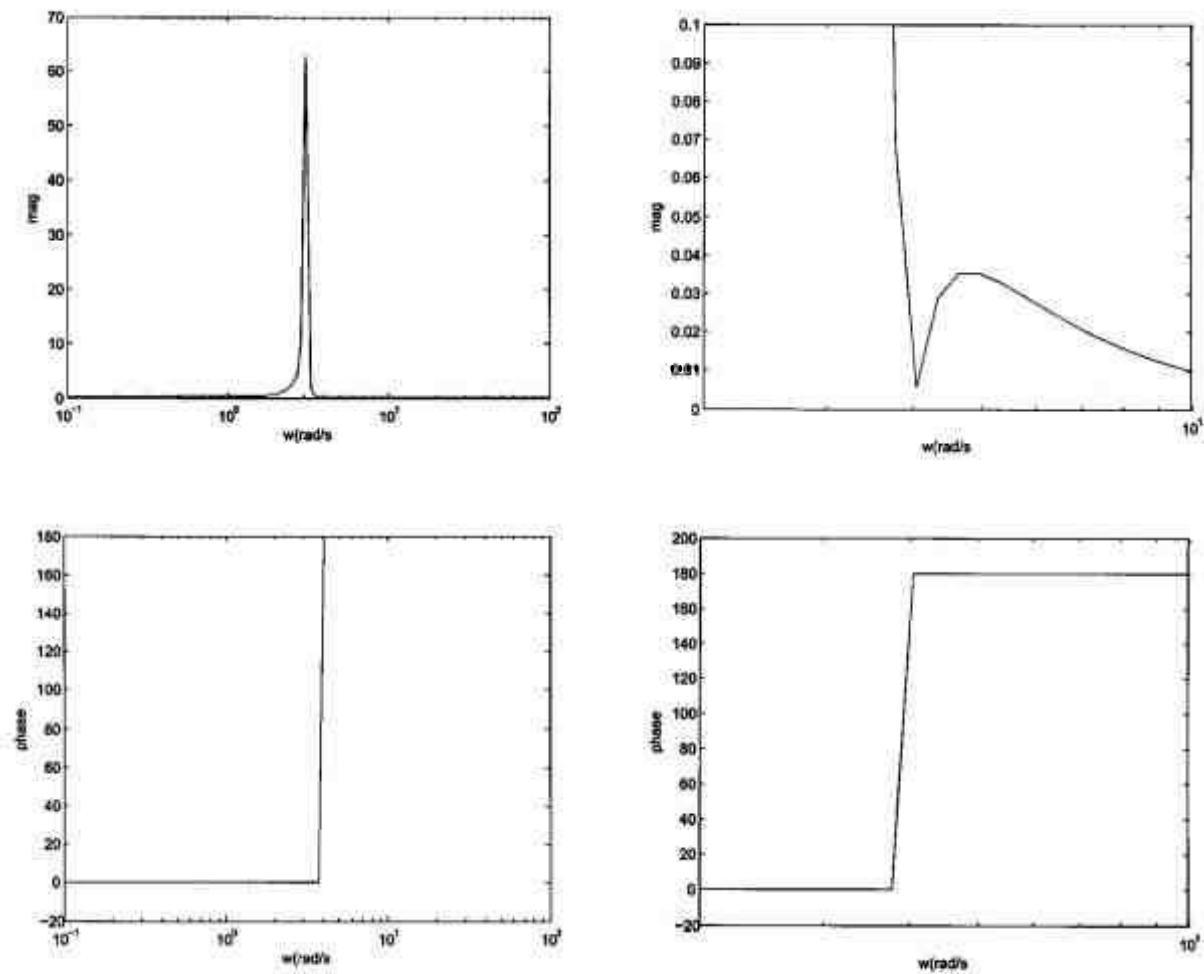
PI (۲)

PID (۳)

Lead (۴)

Lead (۲)

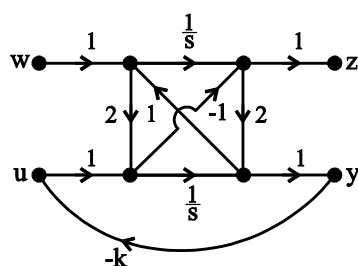
۱۲- پاسخ فرکانسی تابع تبدیل $G(s)$ که در یک سیستم فیدبک واحد به کار برده می‌شود در شکل زیر نشان داده شده است، (دقت کنید که اندازه پاسخ فرکانسی و نه لگاریتم آن ترسیم شده و همچنین پاسخ فرکانسی در بازه ۲ تا ۱۰ رادیان بر ثانیه در اشکال سمت راست بزرگنمایی شده است). گزینه صحیح کدام است؟



- (۱) تابع تبدیل $G(s)$ دارای دو صفر سمت راست است.
- (۲) تابع تبدیل حلقه بسته همواره پایدار است.
- (۳) تابع تبدیل حلقه بسته همواره ناپایدار با ۴ قطب سمت راست است.
- (۴) به ازای هیچ بهره k سیستم حلقه بسته، اکیداً پایدار نمی‌شود.

پاسخ تشریح

۱. گزینه 4 درست است.



$$l_1 = \left(1\right)\left(\frac{1}{s}\right)(2)(-1) = -\frac{2}{s}$$

$$l_2 = (2)\left(\frac{1}{s}\right)(-1) = -\frac{2}{s}$$

$$l_3 = (2)(1)(2)(-1) = -4$$

$$l_4 = (2)(1)(-k)(1)(1) = -2k$$

$$l_5 = (1)\left(\frac{1}{s}\right)(1)(-k) = -\frac{k}{s}$$

مسیرهای پیشرو عبارتند از:

$$P_1 = (1)\left(\frac{1}{s}\right)(1) = \frac{1}{s}$$

$$P_2 = (1)(2)(1)(1) = 2$$

$$\Delta = 1 - (l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + l_5) = 1 + \frac{2}{s} + \frac{2}{s} + 4 + 2k + \frac{k}{s}$$

$$\Delta_1 = 1 - l_5 = 1 + \frac{k}{s}, \quad \Delta_2 = 1$$

$$T(s) = \frac{z}{w} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{\frac{1}{s}\left(1 + \frac{k}{s}\right) + 2(1)}{1 + \frac{4}{s} + 4 + 2k + \frac{k}{s}} = \frac{\frac{(s+k) + 2s^2}{s^2}}{\frac{(5+2k)s + (4+k)}{s}} = \frac{2s^2 + (5+k)}{(5+2k)s^2 + (4+k)s}$$

۲. گزینه 2 درست است.

$$\begin{array}{l|llll}
 s^7 & A & B & C & D \\
 s^6 & E & F & G & H \\
 s^5 & I & J & K & 0 \\
 s^4 & a & b & H & \\
 s^3 & c & d & 0 & \\
 s^2 & e & H & & \\
 s^1 & f & 0 & & \\
 s^0 & H & & &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 a = \frac{IF-EJ}{I}, \quad b = \frac{IG-KE}{I} \\
 c = \frac{aJ-bI}{a}, \quad d = \frac{aK-IH}{a} \\
 e = \frac{cb-ad}{c}, \quad f = \frac{ed-cH}{e}
 \end{array}$$

از روی روابط نمی‌توان نظر داد.

در چنین سوالاتی بهتر است مثال نقض بیاوریم تا ناپایداری (!) سیستم ثابت شود. چرا که بحث پایداری و پایداری مرزی خیلی کلی خواهد بود. برای مثال:

$$\begin{array}{l|llll}
 s^7 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 s^6 & 2 & 1 & 1 & 3 \\
 s^5 & 1 & 1 & -1 & 0 \\
 s^4 & -1 & & & \\
 0 & & & & \\
 0 & & & & \\
 0 & & & &
 \end{array}
 \quad \rightarrow \quad \text{سیستم ناپایدار است}$$

۳. گزینه 2 درست است.

برای اینکه داشته باشیم $\text{Re}(s) < 0$

$$\begin{array}{l|ll}
 s^3 & 1 & 11 \\
 s^2 & 5 & 15k \\
 s^1 & 11-3k & 0 \\
 s^0 & 3k &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 11-3k > 0 \\
 k > 0
 \end{array}
 \rightarrow 0 < k < \frac{11}{3}$$

برای برقراری شرط $\text{Re}(s) > -2$ باید با جایگذاری $(s-2)$ به جای s در معادله مشخصه سیستم، دو قطب سیستم راست وجود داشته باشد (که همان معادل دو قطب سمت راست -2 برای معادله اصلی است):

$$(s-2)^3 + 5(s-2)^2 + 11(s-2) + 15k = 0$$

$$s^3 - 6s^2 + 12s - 8 + 5(s^2 - 4s + 4) + 11s - 22 + 15k = 0 \rightarrow s^3 - s^2 + 3s + 15k - 10 = 0$$

$$\begin{array}{l|ll}
 s^3 & 1 & 3 \\
 s^2 & -1 & 15k-10 \\
 s^1 & -7+15k & 0 \\
 s^0 & 15k-10 &
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 -7+15k > 0 \rightarrow k > \frac{7}{15} \\
 15k-10 > 0 \rightarrow k > \frac{10}{15}
 \end{array}
 \rightarrow k > \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

پس در کل و با اشتراک دو بازه به دست آمده برای k خواهیم داشت:

$$\frac{2}{3} < k < \frac{11}{3}$$

۴. گزینه 4 درست است.

چون رابطه خطا داده شده، از روی آن خطا را محاسبه می‌کنیم:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad , \quad E(s) = R(s) - Y(s) = R(s)(1 - T(s))$$

$$R(s) = \frac{1}{s} \rightarrow sE(s) = s \frac{1}{s} (1 - T(s)) = 1 - T(s)$$

$$1 - T(s) = 1 - \frac{s^n (s+1)(s+4)}{ss^n (s+2)(s+4) + s + 1}$$

$$n = 0 \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} (1 - T(s)) = 1 - \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s+1)(s+4)}{s^2 (s+2)(s+4) + s + 1} = 1 - \frac{4}{1} = -3 \quad \text{گزینه 3}$$

$$n = 3 \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} (1 - T(s)) = 1 - \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3 (4)}{s^4 (8) + 1} = \infty \rightarrow \quad \text{گزینه 1}$$

با توجه به گزینه‌ها گزینه 4 درست است.

۵. گزینه 3 درست است

رابطه بین T_m و θ_L و θ_m

$$T_m s = J_m s^2 + b_m s + k_m \theta_m s + J_L s^2 + B_L s + k_L n \theta_L s$$

$$n = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{10} \quad , \quad \theta_L = n \theta_m$$

چون θ_m در خروجی داده شده است، رابطه را برحسب θ_m می‌نویسیم:

$$T_m(s) = (J_m s^2 + b_m s + k_m \theta_m(s) + (J_L s^2 + B_L s + k_L) n^2 \theta_m(s))$$

$$T_m(s) = \left[(J_m + J_L n^2) s^2 + (b_m + n^2 B_L) s + (k_m + n^2 k_L) \right] \theta_m(s)$$

$$= \left[\left(J_m + \frac{J_L}{100} \right) s^2 + \left(b_m + \frac{B_L}{100} \right) s + \left(k_m + \frac{k_L}{100} \right) \right] \theta_m(s)$$

از روی شکل پاسخ داریم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta_m(t) = 0.5 = \lim_{s \rightarrow 0} s \theta_m(s)$$

$$\theta_m(s) = T_m(s) \frac{1}{Js^2 + bs + k} = \frac{1}{5s} \frac{1}{Js^2 + bs + k}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \theta_m(s) = \frac{1}{5k} = 0.5 \rightarrow k_m + \frac{k_L}{100} = \frac{1}{2.5} \xrightarrow{k_L=100} k_m = \frac{1}{2.5} - 1 = -\frac{1.5}{2.5} \quad \text{در گزینه‌ها وجود ندارد!}$$

به نظر می‌رسد که $T_m = \frac{1}{s}$ در صورت سوال به اشتباه $\frac{1}{5}$ نوشته شده است! اگر با این فرض پیش برویم:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \theta_m(s) = \frac{1}{k} = 0.5 \rightarrow k_m + \frac{k_L}{100} = 2 \xrightarrow{k_L=100} k_m = 1$$

محاسبه ω_m :

$$\frac{2\pi}{\omega_d} = \sqrt{3} \rightarrow \omega_n \sqrt{1-\xi^2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$$

با توجه به زاویه قطبها $\zeta = \cos 60 = \frac{1}{2}$ داریم:

$$\omega_n \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \omega_n \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \rightarrow \omega_n = \frac{4\pi}{3}$$

جواب صحیح با فرض $T_m = \frac{1}{s}$ گزینه 3 درست است.

۶. گزینه 1 درست است.

فیدبک بیرونی فیدبک واحد است. تابع تبدیل $G(s)$ برابر است با:

$$G(s) = K_p \left(\frac{K}{s(\tau s + 1) + KK_D s} \right) = \frac{KK_p}{s(\tau s + 1 + KK_D)} \rightarrow \text{سیستم نوع 1}$$

گزینه 1 یا 2 صحیح است $\rightarrow e_{SSR} = 0$ طبق جدول خطا $R(t)$ پله واحد

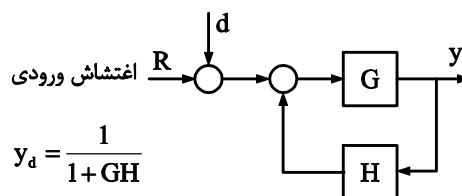
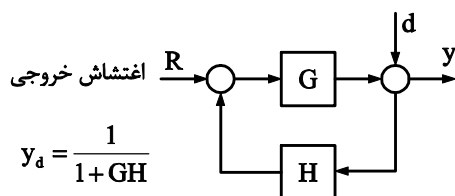
چون خطا را تعریف نکرده، لذا همان محل سیگنال معمول $(R - Y)$ در نظر می گیریم:

$$E(s) = R(s) - Y(s) = -Y(s) = -W(s) \frac{1}{1+G(s)}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(-\frac{1}{s} \right) \frac{1}{1+G(s)} = -\frac{1}{1+\lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{1}{\infty} = 0$$

۷. گزینه 3 درست است.

صحت آن از بررسی اغتشاش ورودی و خروجی به دست می آید:

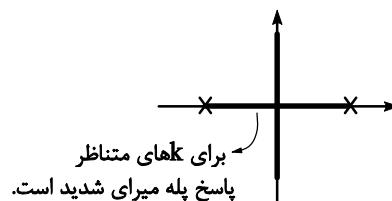


برای گزینه های دیگر می توان مثال نقض آورد.

۸. گزینه 2 درست است.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s-1)} \text{ سیستم ناکمینه فاز}$$

$$DG(0) = -1 < 0$$



برای سایر گزینه ها می توان صحت را بررسی نمود.

۹. گزینه 3 درست است.

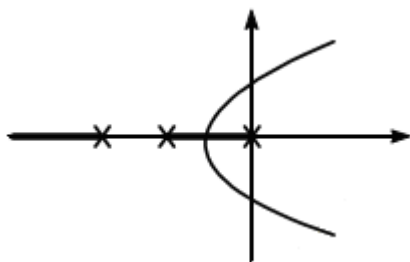
از جدول راث کمک می گیریم.

برای گزینه اول داریم:

s^5	1	108	467
s^4	18	$278+13k$	$280+60k$
s^3	$\frac{1666-13k}{18}$	با افزایش k منفی می شود لذا ناپایدار خواهد شد	
s^2			
s^1			
s^0			

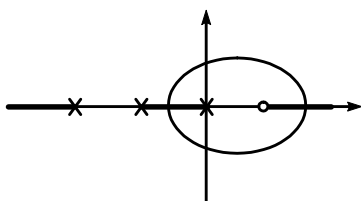
برای گزینه دوم نیز به همین منوال است (قابل بررسی) گزینه چهارم حتمی نیست و حکم کلی نمی تواند صادر نمود!

۱۰. گزینه 1 درست است.



هدف، حذف نویز اندازه گیری است. میدانیم کنترل کننده ی تناسبی-مشتقی مثل یک فیلتر بالاگذر عمل کرده و باعث تشدید نویز می شود. کنترل تناسبی هم به تنهایی قادر به حذف نویز نیست. لذا گزینه های 2 و 4 غلط هستند. با توجه به مکان هندسی ریشه های سیستم که به صورت زیر است، اضافه کردن انتگرالگیر قطعا سیستم را ناپایدار می کند. لذا کنترل کننده تناسبی-انتگرالی به فرم $k(1 + \frac{k_I}{s})$ می تواند ضمن حفظ پایداری سیستم، نویز را حذف کند.

۱۱. گزینه 2 درست است.



مشخصات مطلوب سیستم، خطای محدود برای ورودی شیب و سریع ترین پاسخ بدون اورشوت است. خطای محدود به ورودی شیب یعنی سیستم نوع یک و این امر با انتگرال گیر محقق می شود. لذ گزینه 1 نادرست است. سریع ترین پاسخ بدون اورشوت یعنی نقطه شکست مکان هندسی ریشه ها مکان ریشه های سیستم با وجود یک انتگرال گیر به صورت مقابل است:

با تنظیم بهره می توان به خواسته های سیستم رسید.

۱۲. گزینه 4 درست است.

با توجه به پیک سوزنی شکل در دیاگرام اندازه، سیستم دارای صفر و قطب موهومی است. با توجه به دیاگرام داده شده می توان نوشت:

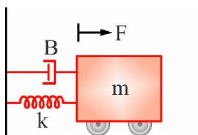
$$G(s) = -\frac{s^2 - a}{s^2 + b}$$

$$1 + KG(s) = 0 \rightarrow s^2 + b^2 - ks^2 + ka = 0 \rightarrow (1-k)s^2 + (b^2 + ka) = 0$$

سیستم پایدار نیست (تمام ضرایب موجود نیستند و سیستم شرط لازم برای پایداری را ندارد).

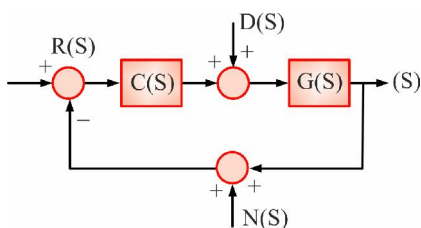
سیستم‌های کنترل خطی

۱. در شکل زیر، هدف آن است که پس از اعمال نیروی $F=1\text{N}$ در زمان $t=0$ ، جرم در فاصله یک متری از نقطه‌ی اولیه متوقف شود، با فرض این که ضریب اصطکاک جرم با سطح زمین قابل صرف نظر باشد، به ازای جرم 1kg مقادیر K و B را به گونه‌ای به دست آورید، تا مسافت طی شده توسط جرم برای رسیدن به نقطه‌ی هدف مینیمم باشد؟

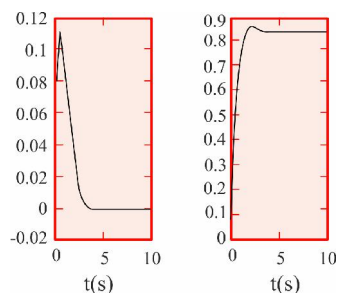


- (۱) $K=1, B>2$ (۲) $K=1, B\geq 2$
 (۳) $K=1, -2<B<2$ (۴) $B=2$ بستگی به K ندارد.

۲. سیستم حلقه بسته‌ی زیر را در نظر بگیرید. فرض کنید پاسخ پله‌ی واحد $y(s)$ به ازاء $\left(D(s)=\frac{1}{s}, R(s)=N(s)=0\right)$ و y_d و پاسخ آن به ازاء $\left(D(s)=\frac{1}{s}, R(s)=N(s)=0\right)$ باشد. اگر y_r و y_d به صورت شکل زیر باشند، کدام گزینه در مورد کران سیگنال‌ها، به ازای $D(s)=0$ و $R(s)=N(s)=\frac{1}{s}$ درست است؟

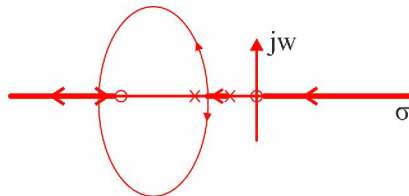
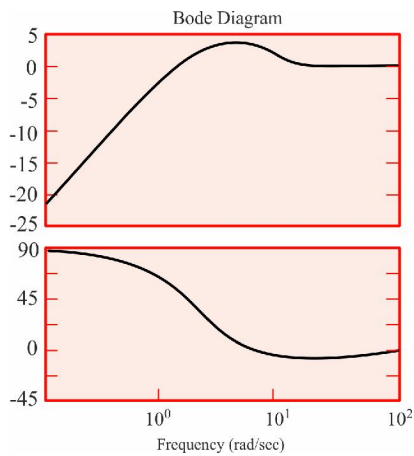


- (۲) سیگنال $y(t)$ نامحدود و $u(t)$ نامحدود
 (۴) سیگنال $y(t)$ محدود و $u(t)$ محدود

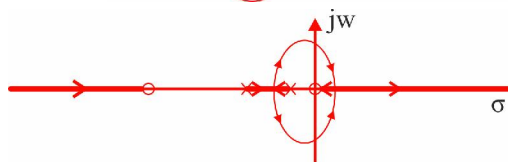


- (۱) سیگنال $u(t)$ محدود و $y(t)$ نامحدود
 (۳) سیگنال $u(t)$ نامحدود و $y(t)$ محدود

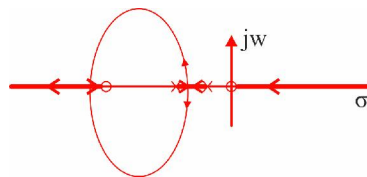
۳. سیستم فیدبک واحد با تابع مسیر پیشروی $G(s)$ ، که پاسخ فرکانسی آن در شکل نشان داده شده است را در نظر بگیرید. مکان هندسی ریشه‌های سیستم ($k < 0$) و وضع پیت قطب‌ها به ازاء $k = -1$ چگونه است؟



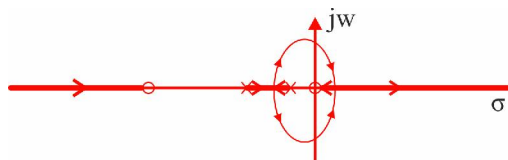
(۱) با دو ریشه در LHP



(۲) با دو ریشه در RHP



(۳) یک ریشه در ∞ ، یک ریشه در LHP



(۴) یک ریشه در ∞ ، یک ریشه در RHP

۴. گزینه‌ی نادرست، کدام است؟

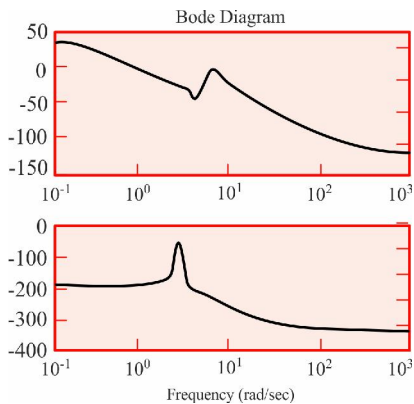
(۱) تأخیر زمانی، فرکانس گذر فاز را کاهش می‌دهد.

(۲) زمان نشست تابع تبدیل $\frac{4}{s^2 + 2.8s + 4}$ با م‌یار ۵ درصد با $\frac{3}{1.14}$ برابر است.

(۳) سیستم با صفر نزدیک به مبدأ، دارای بالازدگی نزدیک به بی‌نهایت در پاسخ پله می‌باشد.

(۴) اگر منحنی فاز و اندازه نزولی باشند و سیستم مینیمم فاز باشد، در صورتی که فرکانس گذر فاز کوچک‌تر از فرکانس گذر بهره باشد، سیستم ناپایدار است.

۵. پاسخ فرکانسی $G(s)$ داده شده است، تابع تبدیل کدام است؟



$$G(s) = \frac{(s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1}s + \omega_{n1}^2)(1 - \alpha s)}{s^2(s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)(1 + \alpha s)}$$

$\zeta_1 \cong \zeta_2$
 $\alpha > 0$
 $\omega_{n1} < \omega_{n2}$ (۱)

$$G(s) = \frac{(s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1}s + \omega_{n1}^2)(s - \alpha)}{s^2(s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)(s + \alpha)}$$

$\alpha > 0$
 $\omega_{n1} < \omega_{n2}$
 $\zeta_1 \cong \zeta_2$ (۲)

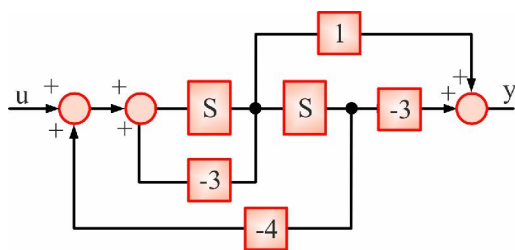
$$G(s) = \frac{(s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1}s + \omega_{n1}^2)(1 - \alpha s)}{s^2(s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)(1 + \alpha s)}$$

$\alpha > 0$
 $\omega_{n1} < \omega_{n2}$
 $\zeta_1 \gg \zeta_2$ (۳)

$$G(s) = \frac{(s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1}s + \omega_{n1}^2)(1 - \alpha s)}{s^2(s^2 + 2\zeta_2 \omega_{n2}s + \omega_{n2}^2)(1 + \alpha s)}$$

$\alpha > 0$
 $\omega_{n1} > \omega_{n2}$
 $\zeta_1 \cong \zeta_2$ (۴)

۶. بلوک دیاگرام حالت سیستمی به شکل زیر است. اگر $u = -y$ در نظر گرفته شود، پاسخ سیستم کدام است؟



(۱) پایدار و نوسانی میرا شونده

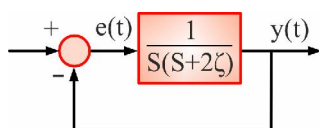
(۲) نوسانی نامیرا

(۳) ناپایدار

(۴) پایدار و میرای بحرانی

۷. در سیستم کنترل زیر، $\zeta \geq 1$ و $y(t)$ پاسخ پله‌ی سیستم می‌باشد. اگر $e(t) = 1 - y(t)$ بیانگر خطای پاسخ پله

سیستم باشد، در این صورت مقدار شاخص $\int_0^\infty t|\dot{e}(t)|dt$ ، کدام است؟



(۱) 2ζ

(۲) ζ

(۳) ۱

(۴) ۲

۸. گزینه‌ی صحیح کدام است؟

- (۱) با دور شدن قطب‌های سیستم حلقه بسته از محور موهومی، سرعت پاسخ زمانی افزایش می‌یابد.
- (۲) با دور شدن قطب‌های سیستم حلقه‌ی بسته از محور موهومی، ممکن است بالا زدگی پاسخ پله افزایش یابد.
- (۳) افزودن فیدبک سرعت به سیستم کنترل وضیعت، باعث کاهش خطای حالت دائمی به ورودی شیب می‌گردد.
- (۴) در سیستم مرتبه دو استاندارد، افزایش ضریب مشتق‌گیر در کنترل کننده‌ی PD، باعث افزایش خطای حالت دائمی به ورودی شیب می‌شود.

۹. در سیستم روبه‌رو، تحت چه شرایطی $y(s) \equiv 0$ می‌شود.

$$R(S) \rightarrow \boxed{\frac{S-1}{S+1}} \rightarrow y(t)$$

$$\begin{aligned} (۱) \quad R(t) = e^{+t} \text{ و } y(0) = 1 \\ (۲) \quad R(t) = e^{-t} \text{ و } y(0) = 1 \\ (۳) \quad R(t) = e^{+t} \text{ و } y(0) = -1 \\ (۴) \quad R(t) = e^{-t} \text{ و } y(0) = 0 \end{aligned}$$

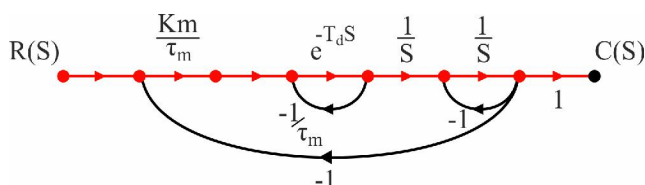
۱۰. مادل‌های مشخصه‌ی زیر را در نظر بگیرید:

$$Q(s) = s^5 + 3s^3 + s^2 + 2s + 2$$

تعداد ریشه‌های $Q(s)$ در LHP, RHP و روی محور $j\omega$ کدام است؟

- (۱) صفر ریشه در RHP، دو ریشه $j\omega$ و سه ریشه در LHP
 - (۲) دو ریشه در RHP، دو ریشه $j\omega$ و یک ریشه در LHP
 - (۳) دو ریشه در RHP و سه ریشه در LHP
 - (۴) یک ریشه در RHP، دو ریشه $j\omega$ و یک ریشه در LHP
۱۱. اگر $G(s)$ تابع تبدیل مسیر پیشرو در سیستم فیدبک واحد زیر باشد، حساسیت سیستم حلقه باز و سیستم

حلقه بسته نسبت به تغییرات $(S_{T_d}^T, S_{T_d}^G) T_d$ کدام است؟



$$S_{T_d}^T = \frac{-T_d s (1 + \tau_m s)(s+1)}{(\tau_m s + 1)(s+1) + K_m e^{-T_d s}} \text{ و } S_{T_d}^G = \frac{-K_m s e^{-T_d s}}{(\tau_m s + 1)(s+1)} \quad (۱)$$

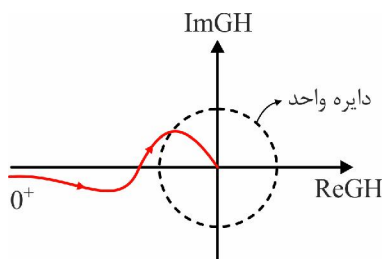
$$S_{T_d}^T = \frac{-T_d s (1 + \tau_m s)(s+1)}{(\tau_m s + 1)(s+1) + K_m e^{-T_d s}} \text{ و } S_{T_d}^G = T_d s \quad (۲)$$

$$S_{T_d}^T = \frac{-T_d s}{(\tau_m s + 1)(s+1) + K_m e^{-T_d s}} \text{ و } S_{T_d}^G = -T_d s \quad (۳)$$

$$S_{T_d}^T = \frac{K_m s e^{-T_d s}}{(\tau_m s + 1)(s+1) + K_m e^{-T_d s}} \text{ و } S_{T_d}^G = \frac{-K_m s e^{-T_d s}}{(\tau_m s + 1)(s+1)} \quad (۴)$$

۱۲. نمودار قطبی مربوط به یک سیستم کنترلی مینیمم فاز، با فیدبک واحد منفی ترسیم شده است. جهت دستیابی

به خطای حالت ماندگار صفر به ورودی شیب، ساده‌ترین جبران‌ساز سری کدام است؟



(۱) تناسبی

(۲) PID

(۳) PI

(۴) PD

پاسخ تشریحی

۱. گزینه ۲ درست است.

از آنجاکه هدف مساله مینیمم کردن مسافت طی شده است از اینرو باید قطبهای سیستم روی محور حقیقی باشد. از روی مادل سیستم داریم.

$$\left. \frac{X}{F} = \frac{1}{S^2 + BS + K} \right\}_{F=1} \Rightarrow X = \frac{1}{S^2 + BS + K}$$

$$B^2 - 4K \geq 0 \rightarrow K = 1, B \geq 2$$

۲. بدلیل مشخص نبوده $u(t)$ سوال حذف خواهد شد.

۳. گزینه ۴ درست است.

دیگرام بود یک سیستم مرتبه دوم سره است که تابع تبدیل آن به طور تقریبی $\frac{S(S+1)}{(S+0.4)(S+0.5)}$ خواهد بود. در $K=1$

سیستم یک حالت خالص دارد که مکان هندسی آن جهش خواهد داشت پس همان طور که در گزینه ها پیداست فقط گزینه ۴ می توان صحیح باشد چون یک ریشه در بی نهایت دارد.

۴. گزینه ۲ درست است.

$$T_S = \frac{3}{\xi\omega_n} \Rightarrow 2\xi\omega_n = 2.8 \rightarrow \xi\omega_n = 1.4 \rightarrow T_S = \frac{3}{1.4}$$

۵. گزینه ۱ درست است.

۶. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3+S}{S^2+3S+4}$$

مادل مشخصه سیستم به صورت $S^2 + 3S + 4 = 0$ است که دو ریشه سمت چپ محور موهومی و مختلط دارد لذا پایدار و نوسانی میراثونده است.

۷. گزینه ۱ درست است.

$$\dot{e}(t) = \frac{de}{dt}$$

$\xi \geq 1 \rightarrow$ جهش در پاسخ پله نداریم.

خط با افزایش t کاهش می‌یابد.

$$\frac{de}{dt} > 0 \Rightarrow \dot{e}(t) < 0 \rightarrow |\dot{e}(t)| = -\dot{e}(t)$$

$$J = \int_0^\infty t\dot{e}(t)dt$$

$$J(S) = L\{t\dot{e}(t)\} = -\frac{d}{dS}L\{\dot{e}(t)\} = -\frac{d}{dS}[SE(S) - e(0)]$$

$$\rightarrow \int_0^\infty t\dot{e}(t)dt = \lim_{s \rightarrow 0} J(S) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{d}{dS}[SE(S)] = -\lim_{s \rightarrow 0} \left[E(S) + S \frac{dE(S)}{dS} \right]$$

اگر $e(t) = r(t) - y(t)$ باشد.

$$\frac{C(S)}{R(S)} = \frac{1}{S^2 + 2\xi S + 1} \rightarrow E(S) = \frac{S + 2\xi}{S^2 + 2\xi + 1}$$

$$\Rightarrow \int t\dot{e}(t)dt = -\lim_{s \rightarrow 0} \left[\frac{S + 2\xi}{S^2 + 2\xi + 1} + \dots \right] \rightarrow \int t\dot{e}(t)dt = -2\xi$$

۸. گزینه ۱ درست است.

هرچه قطب از محور موهومی دور شود پاسخ زمانی سریع‌تر می‌شود.

۹. گزینه ۳ درست است.

سوال بیشتر سوال م ادلات دیفرانسیل است که به راحتی گزینه ۳ بدست می‌آید.

۱۰. گزینه ۲ درست است.

با تشکیل جدول راث خواهیم داشت:

$$S^5 + 3S^3 + S^2 + 2S + 2$$

با توجه به صفر شدن درایه اول در S^4 آن را برابر $(\varepsilon > 0)$ در نظر می‌گیریم.

$$\begin{array}{l|lll} S^5 & 1 & 3 & 2 \\ S^4 & 0 & 1 & 2 \\ S^3 & -1 & -2 & \\ S^2 & 1 & 2 & \rightarrow S^2 + 2 = 0 \rightarrow S = j\pm\sqrt{2} \\ S^1 & 0 & & \\ S & 2 & & \end{array}$$

با توجه به اینکه ۲ تغییر علامت داریم دو ریشه سمت راست، ۲ ریشه روی محور موهومی و یک ریشه در سمت چپ داریم.

۱۱. گزینه ۲ درست است.

$$G(S) = \frac{K_m e^{-T_d S}}{\tau_m S^2}$$

تابع تبدیل مسیر پیش‌رو

$$S_{Td}^G = \frac{\partial G}{\partial T_d} \frac{T_d}{G} = \frac{K_m (-S) e^{-T_d S}}{\tau_m S^2} \frac{T_d \tau_m S^2}{K_m e^{-T_d S}}$$

= -T_dS ⇒ گزینه ۲ با ۳ صحیح می باشد.

$$T(S) = \frac{\frac{K_m e^{-T_d S}}{\tau_m S^2}}{1 + \frac{K_m e^{-T_d S}}{\tau_m S^2} + \frac{1}{\tau_m S} + \frac{1}{S} + \frac{1}{\tau_m S^2}} = \frac{K_m e^{-T_d S}}{\tau_m S^2 + (1 + \tau_m)S + K_m e^{-T_d S} + 1}$$

$$S_{Td}^T = \frac{\partial T}{\partial T_d} \frac{T_d}{T} = \frac{-T_d S(1 + \tau_m S)(1 + S)}{(\tau S + 1)(S + 1) + K_m e^{-T_d S}}$$

گزینه ۲ صحیح می باشد.

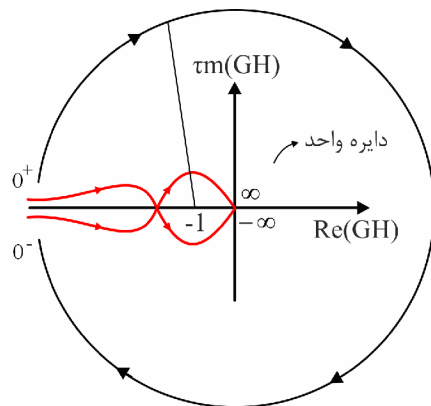
۱۲. گزینه ۴ درست است.

سیستم نوع ۲ ⇐ N = 2

P = 0 ⇐ {exclude فاز سیستم مینیمم}

$$N = Z - P$$

$$Z = N + P = 2$$

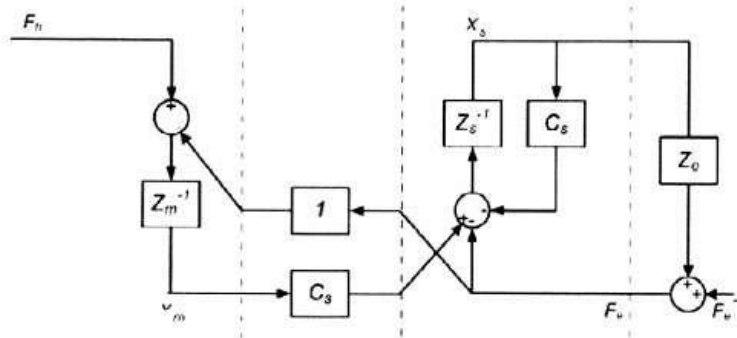


سیستم دو قطب ناپایدار دارد. جهت بهبود پایداری سیستم، ساده ترین کنترل کننده ای که می توان استفاده کرد کنترلر PD (گزینه ۴) می باشد.

اگر سیستم پایدار شود خطای ماندگار آن به ورودی شیب برابر صفر خواهد شد زیرا سیستم نوع ۲ است. (البته PD نیز می تواند صحیح باشد که در گزینه ۱ آمده است).

سیستم‌های کنترل خطی

۱ - سیستم تله اپراتوری زیر را در نظر بگیرید:



تابع تبدیل $\frac{V_m}{F_n}$ کدام است؟

$$\frac{Z_s}{Z_m(Z_s + C_s + Z_e) + C_s Z_e} \quad (1) \quad \frac{(Z_s + C_s)Z_e}{Z_m(Z_s + C_s + Z_e) + C_s Z_e} \quad (2)$$

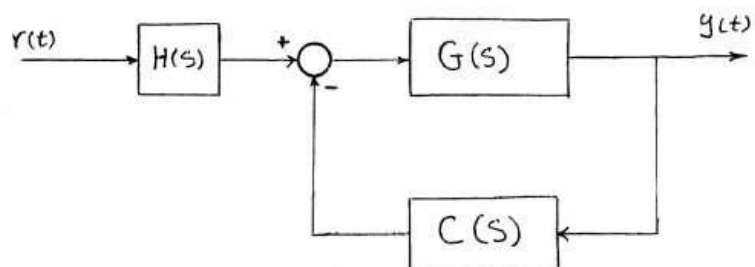
$$\frac{(Z_s + C_s + Z_e)}{Z_m(Z_s + C_s + Z_e) + C_s Z_e} \quad (4) \quad \frac{(Z_s + C_s + Z_e)}{Z_m(Z_s + C_s + Z_e)} \quad (3)$$

۲ - با فرض $G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+3)}$ در سیستم کنترلی زیر $H(s)$ و $C(s)$ چه

دینامیکی داشته باشند تا در پاسخ پله حداکثر فراجهدش کمتر از ۵ درصد، زمان

استقرار کمتر از ۱/۲ ثانیه (با معیار دو درصد) و خطای ماندگار نیز کمتر از ۲

درصد باشد؟



$$C(s) = 3(s+1) \quad , \quad H(s) = \frac{1}{s} \quad (1)$$

$$C(s) = 3(s+1) \quad , \quad H(s) = 36 \quad (2)$$

$$C(s) = 3(s+7/4) \quad , \quad H(s) = 10 \quad (3)$$

$$C(s) = 3(s+7/4) \quad , \quad H(s) = 25 \quad (4)$$

۳ - تابع تبدیل حلقه بسته یک سیستم فیدبک، به شرح زیر داده شده است.

$$T(s) = \frac{k(s+1)(s+2)}{s^2 + \frac{8}{3}s + \frac{4}{3} + k(s+1)} \quad k > 0$$

حداکثر نوع (type) سیستم کدام است؟

○ (۱)

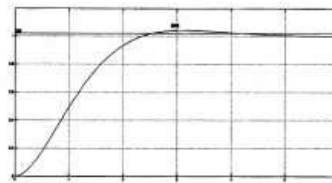
۱ (۲)

۲ (۳)

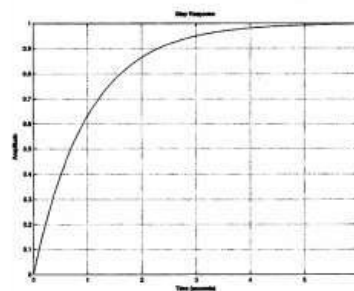
(۴) نوع سیستم از روی تابع تبدیل حلقه بسته بدست نمی آید.

۴ - سیستم فیدبک زیر را در نظر بگیرید.

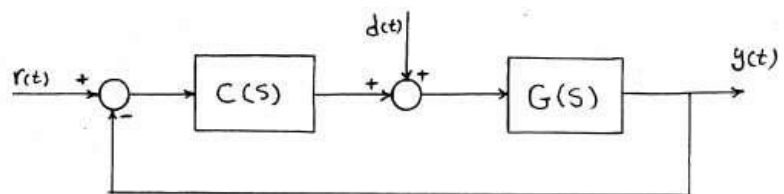
$C(s)$ یک کنترل کننده دینامیکی است.



شکل (۱)



شکل (۲)



پاسخ سیستم به اِزاء ورودی پله واحد $d(t)$ و $r(t) = 0$ در شکل ۱ نشان داده

شده است. همچنین پاسخ سیستم به اِزاء $d(t) = 0$ و $r(t)$ به صورت سیگنال

نشان داده شده در شکل ۲ نیز مشابه شکل ۱ می باشد. تابع تبدیل $\frac{Y}{R}$ کدام است؟

$$\frac{2(s+1)}{s^2 + 2s + 2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{s^2 + 2s + 2} \quad (۱)$$

$$\frac{2(s+1)}{s^2 + s + 1} \quad (۴)$$

$$\frac{2(s+2)}{s^2 + 2s + 2} \quad (۳)$$

۵ - در هنگام تشکیل جدول راث - هروتیز برای معادله مشخصه یک سیستم مرتبه

n ، سطر s^{2k-1} به صورت کامل صفر شده است. اگر تعداد تغییر علامت‌های

ستون اول، قبل از سطر s^{2k} را با y و پس از آن را با x نشان دهیم، شرط وجود

قطب روی محور موهومی کدام است؟

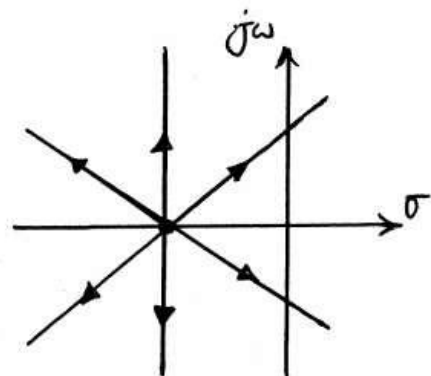
$$(1) \quad x < k \quad (2) \quad y < k$$

$$(3) \quad x < n - k \quad (4) \quad y < n - k$$

۶ - مکان هندسی ریشه‌های یک سیستم کنترلی با فیدبک واحد منفی برای تغییرات

مثبت k به شکل زیر است. اگر پررود نوسانات در حالت نامیرا $2\pi\sqrt{3}$ باشد،

حداقل خطای حالت ماندگار به ورودی پله واحد چقدر می‌تواند باشد؟



$$(1) \quad \frac{27}{91}$$

$$(2) \quad \frac{27}{64}$$

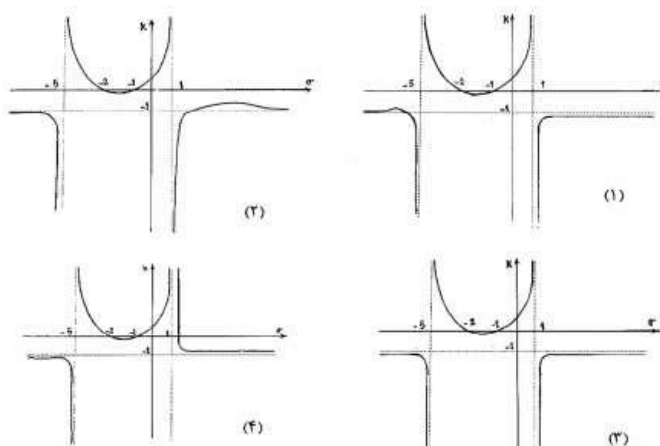
$$(3) \quad \frac{64}{91}$$

$$(4) \quad \frac{64}{27}$$

۷ - تابع تبدیل پیشروی یک سیستم فیدبک واحد به صورت زیر داده شده است.

$$G(s) = \frac{k(s-1)(s+5)}{(s+2)(s+1)}$$

اگر مقدار k را بر حسب مقادیر حقیقی متغیر s ترسیم کنیم، کدام منحنی بدست می‌آید؟



۸ - تابع انتقال حلقه باز $kG(s) = \frac{k}{(s-1)(s^2+4s+7)}$ را در نظر بگیرید:

کدام گزینه در مورد مکان هندسی قطب‌های سیستم حلقه بسته با فیدبک واحد منفی درست است؟

- (۱) دایره‌ای به مرکز -1 و شعاع 1 جزء مکان هندسی است.
- (۲) تنها در بی‌نهایت مکان هندسی به خطوط راستی که در -1 تلاقی دارند مجانب می‌شود.
- (۳) مکان هندسی از خطوط راستی که در -1 تلاقی دارند تشکیل شده است.
- (۴) بخشی از دایره گذرنده از نقاط -1 و $-2 \pm j\sqrt{3}$ جزء مکان هندسی است.

۹ - کدام یک از جملات زیر درست است؟

(۱) استفاده از کنترل کننده PD همواره سبب افزایش فراجش می شود.

(۲) زمان نشست تابع تبدیل $\frac{(1/25)^2}{s^2 + 2s + (1/25)^2}$ برابر است با ۴ ثانیه (با معیار دو درصد)

(۳) عبور منحنی نایکوئیست از نقطه -1 نشان دهنده وجود ریشه‌هایی روی محور $j\omega$ است.

(۴) زاویه خروج در نقاط ترک (مختلط یا حقیقی) از فرمول $\frac{180^\circ}{N}$ (تعداد شاخه‌ها) تبعیت می کند.

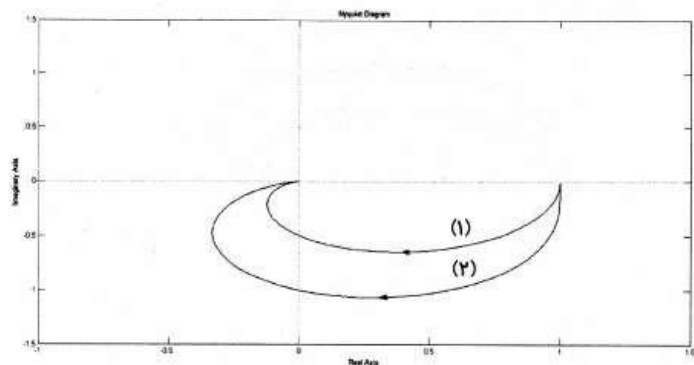
۱۰ - دیاگرام فاز کدام یک از توابع تبدیل زیر دارای کمترین تغییرات فاز می باشد؟

$$G(s) = \frac{s+1}{(s-1)^2} \quad (۲) \qquad G(s) = \frac{1}{s^2-1} \quad (۱)$$

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} \quad (۴) \qquad G(s) = \frac{1}{s^2+1} \quad (۳)$$

۱۱ - نمودار قطبی یک سیستم مرتبه دوم نوعی $\frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ در دو حالت

زیر ترسیم شده است. در این صورت کدام عبارت صحیح می باشد؟



(۱) فراجش سیستم (۱) بیشتر از فراجش سیستم (۲) است.

(۲) پاسخ سیستم (۲) سریع تر از پاسخ سیستم (۱) می باشد.

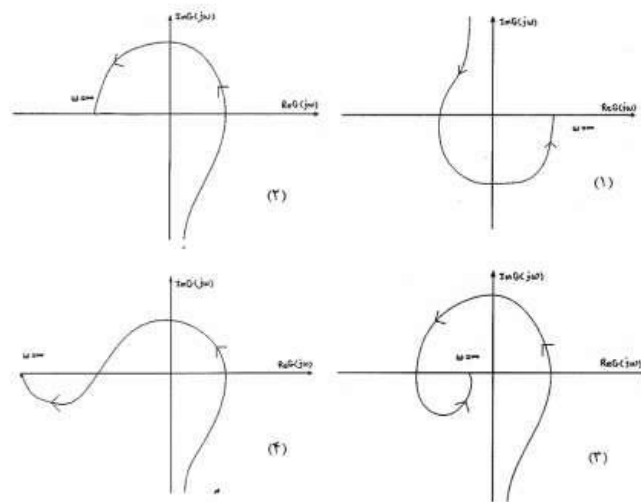
(۳) فرکانس محل تلاقی با محور موهومی نشان دهنده فرکانس نوسانات میرای سیستم است.

(۴) هر سه عبارت صحیح است.

۱۲- تابع تبدیل سیستمی به صورت زیر است:

$$G(s) = \frac{-(s+1)(s+2)(s+3)(s+4)}{s^3(s+100)}$$

کدام دیاگرام می‌تواند منحنی نایکوئیست این سیستم باشد؟



پاسخ تشریحی

۱. گزینه ۴ درست است.
۲. گزینه ۴ درست است.
۳. گزینه ۳ درست است.
۴. . گزینه ۱ درست است.
۵. گزینه ۱ درست است.
۶. گزینه ۱ درست است.
۷. . گزینه ۲ درست است.
۸. . گزینه ۳ درست است.
۹. . گزینه ۳ درست است.
۱۰. . گزینه ۱ درست است.
۱۱. . گزینه ۲ درست است.
۱۲. . گزینه ۴ درست است.

سیستم های کنترل خطی

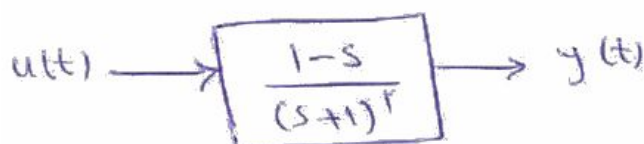
۱- در سیستم کنترل شکل زیر، به ازای ورودی پله واحد، پاسخ در چه لحظه ای حداقل مقدار خود را دارد؟

(۱) $t = 1 \text{ sec}$

(۲) $t = \ln 2 \text{ sec}$

(۳) $t = \frac{3}{4} \text{ sec}$

(۴) $t = \frac{1}{2} \text{ sec}$



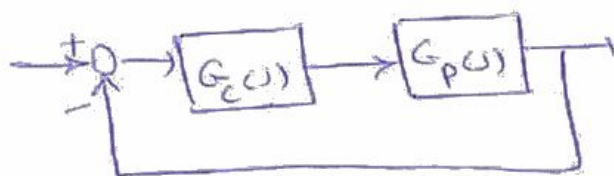
۲- در سیستم کنترل شکل زیر اگر $G_P(s) = \frac{s+4}{s(s+1)(s+2)}$ کنترلر PD، $G_C(s) = K_P + K_D s$ را چنان طراحی کنید که سیستم حلقه بسته قطبی در $1+j$ داشته باشد؟

(۱) $k_D = k_P = 0.6$

(۲) $k_D = k_P = 0.8$

(۳) $k_P = 0.6, k_D = 0.8$

(۴) $k_P = 0.8, k_D = 0.6$



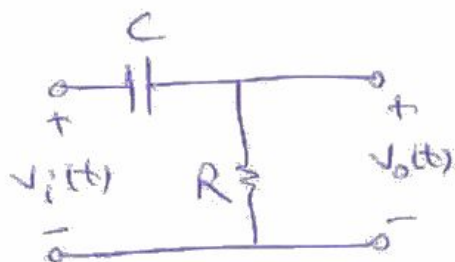
۳- در مدار الکتریکی زیر حساسیت محل قطب تابع تبدیل $\frac{V_o(s)}{V_i(s)}$ نسبت به R و C به ترتیب کدام است؟

(۱) ۱ و ۱

(۲) -۱ و -۱

(۳) -۱ و ۱

(۴) ۱ و -۱



۴- معادله دیفرانسیل سیستمی به صورت $\ddot{x} + 6\dot{x} + 8x = \ddot{u} + 4x$ است. اگر ورودی سیستم $x(t) = \sin 2t u(t)$ باشد خروجی سیستم در حالت دایمی کدام است؟

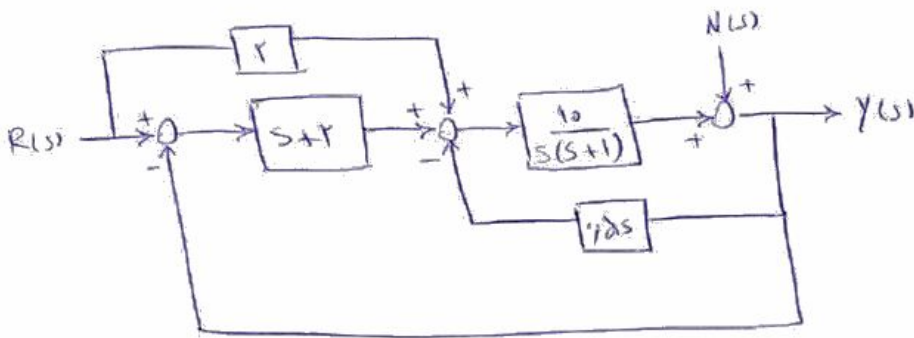
(۱) $2 \sin 2t$

(۲) $\cos 2t$

(۴) صفر

(۳) $-2 \sin\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$

۵ - در سیستم کنترل شکل زیر اثر اغتشاش پله‌ای $N(s)$ در خروجی در حالت ماندگار کدام است؟



(۱) صفر

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

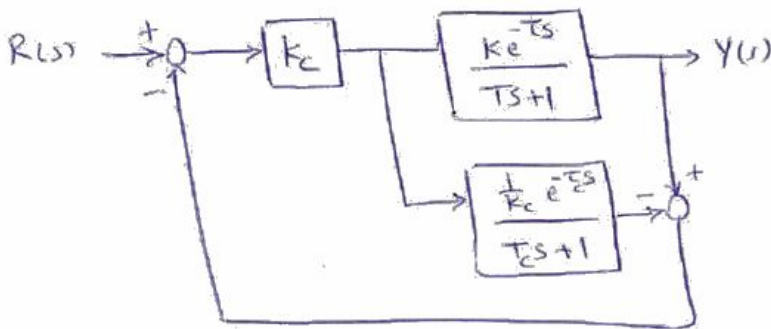
(۴) بی‌نهایت

۶ - در سیستم کنترل شکل زیر حساسیت تابع تبدیل حلقه بسته نسبت به زمان تأخیر τ کدام است؟

$$k_c = \frac{1}{k}$$

$$\tau_c = \tau$$

$$T_c = T$$



(۱) $-\tau s$

(۲) $\frac{-\tau}{Ts + 1}$

(۳) $\frac{-1}{\tau s}$

(۴) $\frac{-\tau}{s}$

۷ - قطب‌های تابع تبدیل $G(s) = \frac{X_r(s)}{F(s)}$ در سیستم مکانیکی طولی زیر کدام است؟

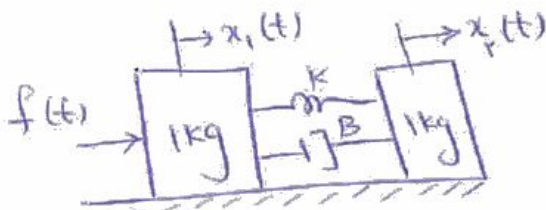
$$\left(B = \frac{N-s}{m}, \quad k = \frac{1N}{m} \right)$$

(۱) دو قطب در مبدأ و دو قطب در -۱

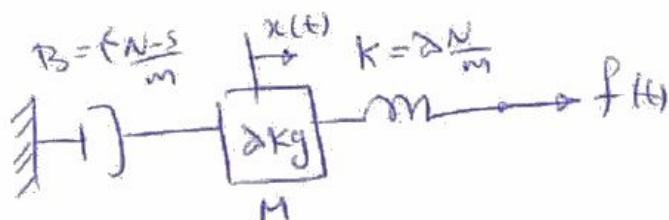
(۲) $-1 \pm j$ و دو قطب در مبدأ

(۳) $-1 \pm j$

(۴) $-1 \pm j$ و دو قطب در -۱



۸- در سیستم مکانیکی زیر اگر نیروی ضربه واحد در $t = 0$ به سیستم اعمال شود، جرم M نهایتاً در چه فاصله‌ای از نقطه تعادل خود، خواهد ایستاد؟



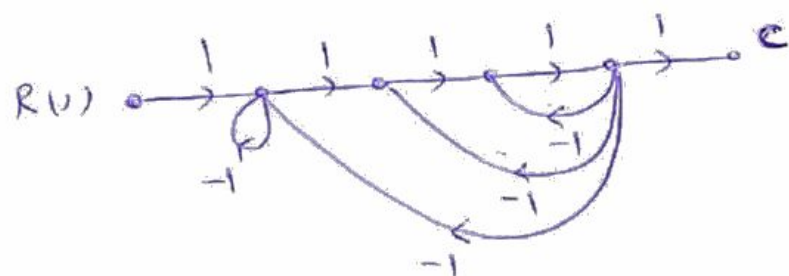
(۱) در فاصله ۲۵ Cm از نقطه تعادل خود می‌ایستد.

(۲) در فاصله ۱m از نقطه تعادل خود می‌ایستد.

(۳) در فاصله ۵۰ Cm از نقطه تعادل خود می‌ایستد.

(۴) هیچ‌گاه جرم M نخواهد ایستاد.

۹- در سیستم شکل زیر بهره $\frac{C}{R}$ کدام است؟



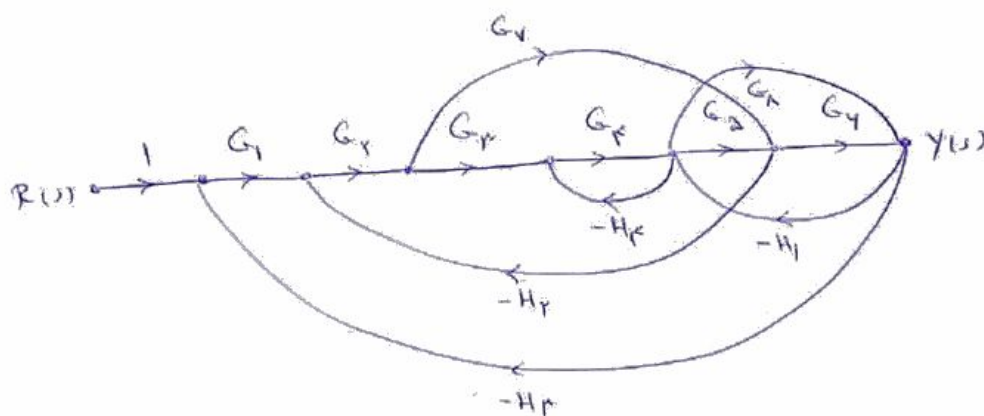
(۱) $\frac{1}{7}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{6}$

۱۰- گراف گذر سیگنال شکل زیر چند حلقه دارد؟



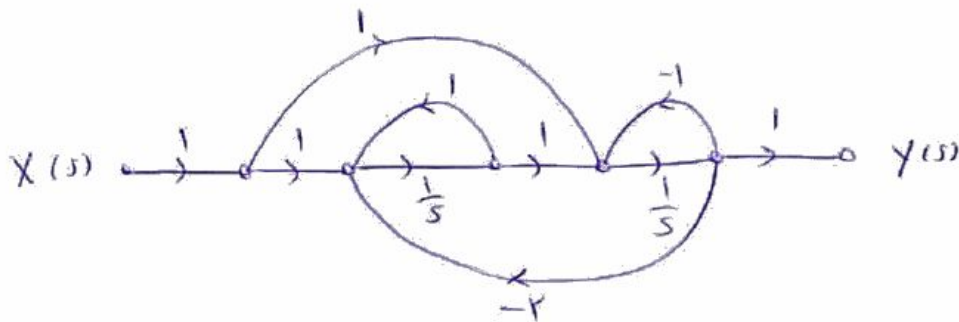
(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

۱۱- پاسخ حالت ماندگار سیستم کنترل شکل زیر به ازای ورودی $x(t) = e^{-t}u(t)$ کدام است؟



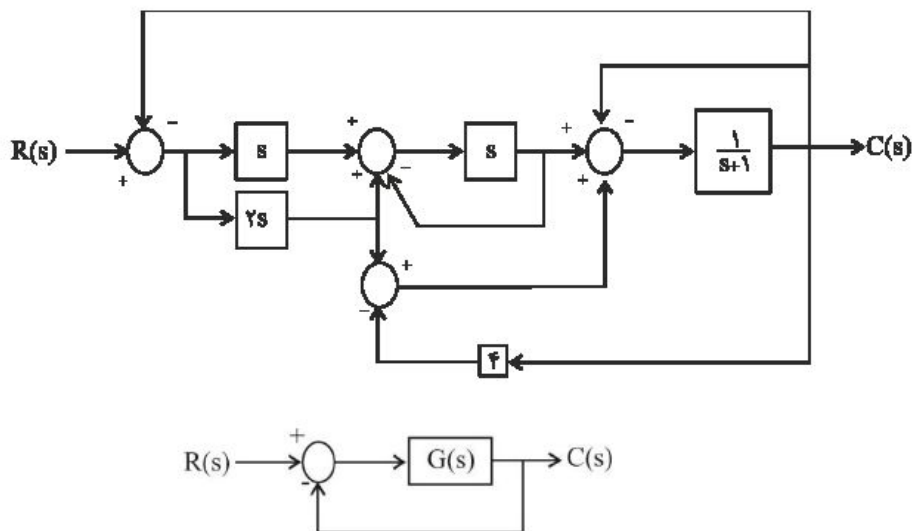
(۴) $\frac{1}{2} \cos t$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} \sin(t + 45^\circ)$

(۲) $\frac{1}{2} \sin t$

(۱) صفر

۱۲- اگر دو سیستم کنترل زیر معادل هم باشند، $G(s)$ کدام است؟



(۱) $\frac{5s^2 + 2s}{6s^2 + 9s + 6}$

(۲) $\frac{5s^2 + 2s}{s^2 + 7s + 6}$

(۳) $\frac{3s^2 + 2s}{s^2 + 7s + 6}$

(۴) $\frac{3s^2 + 2s}{4s^2 + 9s + 6}$

سیستم‌های کنترل خطی

۱- گزینه «۴» صحیح است.

$$y(s) = \frac{1-s}{s(s+1)^2} = \frac{1}{s} + \frac{-1}{s+1} + \frac{-2}{(s+1)^2}$$

$$y(t) = (1 - e^{-t} - 2te^{-t})u(t)$$

$$y'(t) = e^{-t} - 2e^{-t} + 2te^{-t} = 0 \rightarrow 2t - 1 = 0 \rightarrow t = \frac{1}{2} \text{ sec}$$

۲- گزینه «۴» صحیح است.

$$\Delta(s) = s(s+1)(s+2) + (s+3)(k_p + k_D s)$$

معادله مشخصه باید بر $s^2 + 2s + 3$ بخش پذیر باشد. بنابراین:

$$k_p = 0.8$$

$$k_D = 0.6$$

۳- گزینه «۲» صحیح است.

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R}{R + \frac{1}{CS}} = \frac{RCS}{RCS + 1}$$

$$S = -\frac{1}{RC} \quad \text{محل قطب}$$

۴- گزینه «۴» صحیح است.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{S^2 + 4}{S^2 + 6S + 8}$$

$$x(t) = \sin 2t \rightarrow y_{ss} = 0 \quad \text{فرکانس ورودی صفر تابع تبدیل است}$$

۵- گزینه «۱» صحیح است.

$$\left. \frac{y(s)}{N(s)} \right|_{R(s)=0} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta s}{(s+1)} + \frac{1 \cdot (s+2)}{s(s+1)}} = \frac{s(s+1)}{s^2 + 16s + 20}$$

$$N(s) = \frac{1}{s} \rightarrow y(s) = \frac{s+1}{s^2 + 16s + 20} \quad y_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} y(s) = 0$$

۶- گزینه «۱» صحیح است.

$$P_1 = \frac{k_c k e^{-\tau_c}}{TS+1} = \frac{e^{-\tau_c}}{TS+1} \quad \Delta_1 = 1$$

$$L_1 = \frac{-k_c k e^{-\tau_c}}{TS+1} = \frac{-e^{-\tau_c}}{TS+1}$$

$$L_r = \frac{k_c \frac{1}{k_c} e^{-\tau_c s}}{T_c S + 1} = \frac{e^{-\tau_c}}{TS+1}$$

$$\frac{y(s)}{R(s)} = \frac{P_i \Delta_i}{1 - (L_i + L_r)} = P_i \Delta_i = \frac{e^{-\tau s}}{TS + 1}$$

$$S_{\tau}^T = \frac{\partial T}{\partial \tau} \times \frac{\tau}{T} = \frac{1}{TS + 1} (-Se^{-\tau s}) \times \frac{\tau(TS + 1)}{e^{-\tau s}} = -\tau s$$

۷- گزینه «۲» صحیح است.

با نوشتن مدار معادل الکتریکی سیستم داریم:

$$\frac{X_r(s)}{F(s)} = \frac{s + 1}{s^2 (s^2 + \gamma s + \gamma)}$$

۸- گزینه «۱» صحیح است.

تابع تبدیل $\frac{X(s)}{F(s)}$ به صورت زیر خواهد بود. X_{ss} مورد نظر است.

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s(\Delta s + \epsilon)} \rightarrow X_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s) = \frac{1}{\epsilon}$$

۹- گزینه «۱» صحیح است.

$$P_i = 1, \quad \Delta_i = 1$$

$$\Delta = 1 - (-1 - 1 - 1 - 1) + (1 + 1) = 7$$

$$\frac{C}{R} = \frac{1}{\gamma}$$

۱۰- گزینه «۳» صحیح است.

$$L_1 = -G_r G_r G_f G_\delta H_r$$

$$L_r = -G_\delta G_f H_1$$

$$L_r = -G_\lambda H_1$$

$$L_f = -G_v H_r G_r$$

$$L_\delta = -G_f H_f$$

$$L_f = -G_1 G_r G_r G_f G_\delta G_f H_r$$

$$L_v = -G_1 G_r G_v G_f H_r$$

$$L_\lambda = -G_1 G_r G_r G_f G_\lambda H_r$$

۱۱- گزینه «۳» صحیح است.

$$\frac{y(s)}{x(s)} = \frac{s}{s^2 + 1} \rightarrow y(s) = \frac{s}{(s^2 + 1)(s + 1)} = \frac{-\frac{1}{2}}{s + 1} + \frac{\frac{s}{2} + \frac{1}{2}}{s^2 + 1}$$

$$y(t) = \frac{-1}{2} e^{-t} + \frac{1}{2} \cot + \frac{1}{2} \sin t$$

$$y(t) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin(t + \varphi \Delta^\circ)$$

$t \rightarrow \infty$

۱۲- گزینه «۲» صحیح است.

$$T(s) = \frac{\Delta s^2 + 2s}{2s^2 + 9s + 6} = \frac{G(s)}{1 + G(s)}$$

$$\rightarrow G(s) = \frac{\Delta s^2 + 2s}{s^2 + 7s + 6}$$

سیستم های کنترل خطی

۱- کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟

الف) اگر در سیستمی حذف صفر و قطب رخ دهد، آن سیستم نمی تواند پایدار باشد و حداقل یکی از سیگنال های داخل آن کراندار نیست.

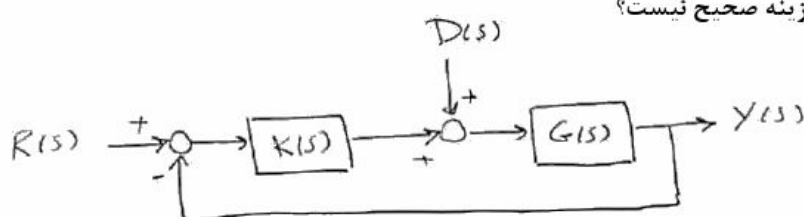
ب) اگر در سیستمی حذف صفر و قطب رخ ندهد، سیستم همواره پایدار است و تمامی سیگنال های داخل آن کراندارند.

(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۲- سیستم حلقه بسته زیر را در نظر بگیرید. $G(s) = \frac{s+4}{s^2+5s+6}$ و کنترل کننده $K(s)$ چنان طراحی شده است که

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + 9s + 20}{s^2 + 6s^2 + 15s + 20}$$

کدام گزینه صحیح نیست؟



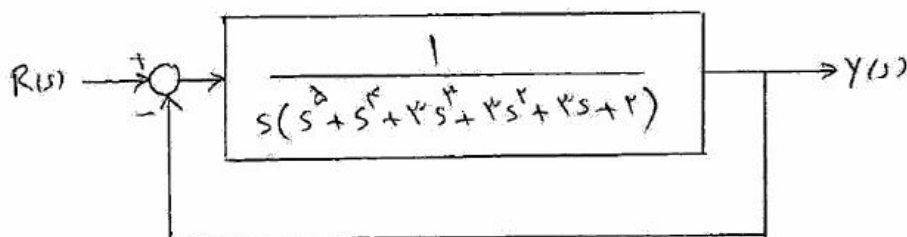
(۱) خطای حالت دایم به ورودی مرجع پله واحد با $D(s) = 0$ صفر است.

(۲) خطای حالت دایم به اغتشاش $d(t) = e^{-t}u(t)$ صفر است.

(۳) خطای حالت دایم به اغتشاش پله $D(s) = \frac{1}{s}$ صفر است.

(۴) سیستم حلقه بسته ناپایدار است و خطای حالت ماندگار به ورودی مرجع پله واحد بی نهایت است.

۳- در سیستم کنترل شکل زیر خطای حالت ماندگار به ورودی شیب واحد کدام است؟



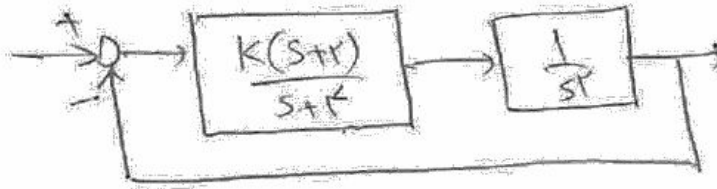
(۱) $e_{ss} = 2$ (۲) $e_{ss} = 0$ (۳) $e_{ss} = \frac{1}{2}$ (۴) $e_{ss} = \infty$

۴- دو سطر اول آرایه راث معادله مشخصه سیستمی به صورت زیر است. چه تعداد از گزاره های زیر در مورد محل قطبهای حلقه

s^7	a	b	c	d	بسته سیستم صحیح است؟
s^6	e	f	g		
s^5	x	x	x		الف) اگر $e = f = g = 0$ سیستم قطعاً ریشه سمت راست دارد.
s^4	x	x			ب) اگر $bc = 0$ سیستم قطعاً ریشه سمت راست دارد.
s^3	x	x			ج) اگر $bg < 0$ سیستم قطعاً ریشه سمت راست دارد.
s^2	x				د) اگر تمام ضرایب دو سطر اول منفی باشند سیستم قطعاً ریشه سمت راست دارد.
s^1	x				
s^0	x				

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۵ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. به ازای چه مقادیری از k سیستم حلقه بسته نوسانات پایدار خواهد داشت؟ فرکانس نوسان در این صورت کدام است؟



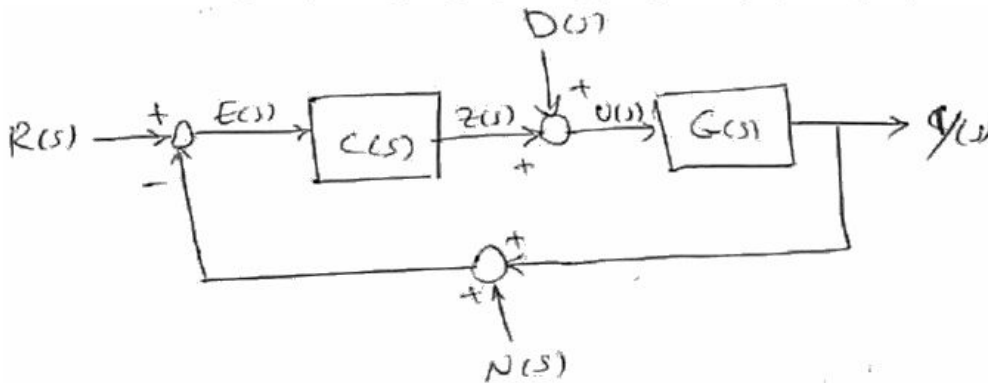
$$w = \frac{1}{2\sqrt{2}} r/s, \quad k = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$w = \frac{1}{2} r/s, \quad k = 2 \quad (2)$$

$$w = \frac{\sqrt{2}}{2} r/s, \quad k = 2 \quad (3)$$

(۴) به ازای هیچ مقدار k سیستم حلقه بسته نوسانی نمی‌شود.

- ۶ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد کران سیگنال‌های داخل سیستم صحیح است؟



$$G(s) = \frac{s^2 + 1}{s^3 + 8s^2 + 19s + 12} \quad C(s) = \frac{s+1}{s^3 + 2s^2 + s + 2}$$

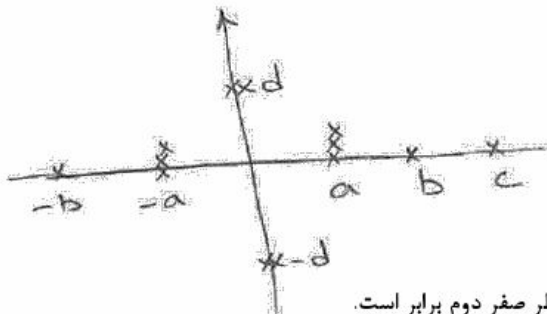
(۱) به ازای $R(s) = N(s) = D(s) = \frac{1}{s}$ سیستم حلقه بسته پایدار است و کلیه سیگنال‌های آن کراندارند.

(۲) به ازای $R(s) = N(s) = 0, d(t) = \sin t$ سیستم ناپایدار است و $y(t)$ بی‌کران است.

(۳) به ازای $r(t) = n(t) = \sin t, D(s) = \frac{1}{s}$ سیستم ناپایدار است و $e(t)$ بی‌کران است.

(۴) به ازای $R(s) = N(s) = \frac{1}{s}, d(t) = \cos t$ سیستم ناپایدار است و $y(t)$ بی‌کران است.

- ۷ - محل قطب‌های معادله مشخصه سیستمی به صورت زیر است کدام گزینه در مورد آرایه راث نظیر معادله مشخصه سیستم صحیح نیست؟



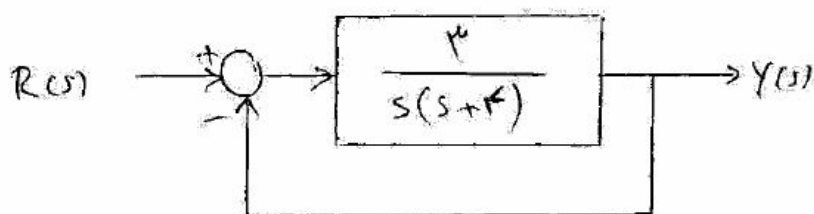
(۱) خارج قسمت تقسیم معادله کمکی اول بر معادله کمکی دوم درجه ۶ است.

(۲) خارج قسمت تقسیم معادله کمکی اول بر معادله کمکی سوم درجه ۱۰ است.

(۳) خارج قسمت تقسیم معادله مشخصه بر معادله کمکی دوم درجه ۸ است.

(۴) تعداد تغییر علامت بین سطر صفر اول و دوم با مجموع تعداد تغییر علامتهای بعد از سطر صفر دوم برابر است.

۸- در سیستم کنترل شکل زیر معیار عملکرد $ISTE = \int_0^{\infty} t^2 e(t) dt$ به ورودی پله واحد کدام است؟



- (۱) صفر (۲) $\frac{82}{27}$ (۳) $\frac{80}{27}$ (۴) $\frac{40}{27}$

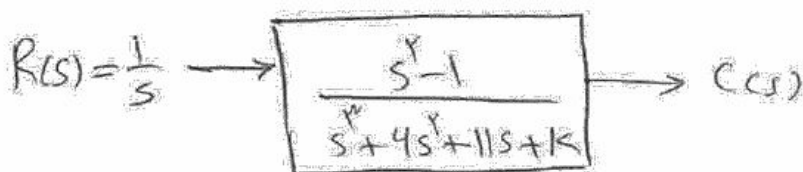
۹- کدام گزینه در مورد محل ریشه‌های معادله $P(s) = s^6 + s^5 - 6s^4 - s^3 - s + 6 = 0$ صحیح است؟

- (۱) دو ریشه در RHP و چهار ریشه در LHP
(۲) دو ریشه در RHP و چهار ریشه روی محور $j\omega$
(۳) یک ریشه در RHP و سه ریشه در LHP و دو ریشه روی محور $j\omega$
(۴) دو ریشه در RHP و دو ریشه در LHP و دو ریشه روی محور $j\omega$

۱۰- کدامیک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

- (الف) اگر در آرایه راث معادله مشخصه سیستمی اولین درایه یک سطر صفر شود، ممکن است سیستم پایدار مجانبی شود.
(ب) اگر در آرایه راث معادله مشخصه سیستمی بیش از یک سطر تمام صفر رخ دهد، همواره سیستم حلقه بسته ناپایدار خواهد بود.
(۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

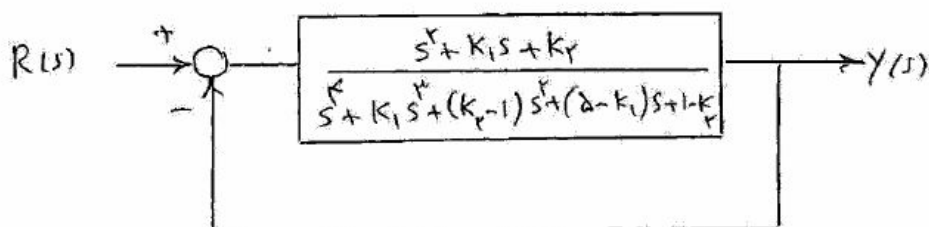
۱۱- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. به ازای کدام مقادیر K ، سرعت همگرایی پاسخ پله سیستم از سیگنال $e^{-t}u(t)$ سریع‌تر است؟



- (۱) $K > 6$ (۲) $K < 12$ (۳) $6 < K < 12$ (۴) $K > 12$

۱۲- در سیستم کنترل شکل زیر به ازای چه مقادیری از K_1 و K_r سیستم حلقه بسته پایدار مجانبی خواهد بود؟

- (۱) $0 < K_1 < \sqrt{\Delta K_r} - 25$
(۲) $0 < K_r < \sqrt{\Delta K_1 K_r} + 25$
(۳) $0 < K_1 < \sqrt{\Delta K_1 K_r} - 25$
(۴) $0 < K_r < \sqrt{\Delta K_1} + 25$



سیستم‌های کنترل خطی

۱- گزینه «۴» صحیح است.

الف غلط است. ممکن است حذف سمت چپ رخ دهد و بقیه قطب‌های همه توابع تبدیل سیستم سمت چپ باشند.

ب غلط است. ممکن است قطب‌های سیستم سمت راست باشد.

۲- گزینه «۴» صحیح است.

$$T(S) = \frac{Y(S)}{R(S)} = \frac{S^2 + 9S + 20}{S^2 + 6S^2 + 15S + 20}$$

$$K(S)G(S) = \frac{S^2 + 9S + 20}{S^2 + 5S^2 + 6S} = \frac{S + 4}{S^2 + 5S + 6} K(S)$$

$$\Rightarrow K(S) = \frac{S + 5}{S}$$

۳- گزینه «۴» صحیح است.

سیستم حلقه بسته ناپایدار است و $e_{ss} = \infty$

۴- گزینه «۲» صحیح است.

الف غلط است. ممکن است ۶ ریشه روی $j\omega$ داشته باشیم.

ب صحیح است.

ج صحیح است.

د غلط است ممکن است در سطرهای S^2 تا S^5 تغییر علامت رخ ندهد.

۵- گزینه «۴» صحیح است.

$$\Delta(S) = S^2(S+4) + K(S+2) = S^2 + 4S^2 + KS + 2K$$

S^2	1	K
S^2	4	2K
S^1	2K	
S^0	2K	

۶- گزینه «۱» صحیح است.

سیستم حلقه بسته پایدار BIBO است ولی صفر و قطب روی $j\omega$ بین پلنت و کنترلر حذف می‌شود.

گزینه «۱» صحیح است چون ورودی‌های داده شده قطب‌های حذف شده روی $j\omega$ را تحریک نمی‌کنند.

گزینه «۲» غلط است به ازای ورودی $D(S) = \frac{1}{S^2 + 1}$ همه سیگنال‌ها کراندارند.

گزینه «۳» غلط است. به ازای $R(S) = N(S) = \frac{1}{S^2 + 1}$ سیگنال‌های $z(t)$ و $u(t)$ بی‌کرانند.

گزینه «۴» غلط است. به ازای ورودی‌های داده شده همه سیگنال‌ها کراندار خواهد بود.

۷- گزینه «۳» صحیح است.

معادله مشخصه از درجه ۱۳ است. اولین سطر صفر سطر S^{11} است پس معادله کمکی اول درجه ۱۲ است. دومین سطر صفر S^8 است پس معادله کمکی دوم درجه ۶ است. سومین سطر صفر S^1 است پس معادله کمکی سوم درجه ۲ است. قبل از S^{11} یک تغییر علامت و بعد از S^{11} دو تغییر علامت و بعد از S^8 یک تغییر علامت و بعد از S^1 نیز یک تغییر علامت داریم.

۸- گزینه «۴» صحیح است.

$$E(S) = \frac{1}{1+G(S)} R(S) = \frac{1}{1+\frac{3}{S(S+4)}} \cdot \frac{1}{S} = \frac{S+4}{S^2+4S+3}$$

$$E(S) = \frac{S+4}{(S+1)(S+3)} = \frac{\frac{3}{2}}{S+1} - \frac{\frac{1}{2}}{S+3}$$

$$e(t) = \left(\frac{3}{2} e^{-t} - \frac{1}{2} e^{-3t} \right) u(t)$$

$$ISTE = \int_0^{\infty} \left(\frac{3}{2} t^r e^{-t} - \frac{1}{2} t^r e^{-3t} \right) dt = \frac{3}{2} \frac{2}{S^r} \Big|_{S=1} - \frac{1}{2} \frac{2}{S^r} \Big|_{S=3} = \frac{80}{27}$$

۹- گزینه «۴» صحیح است.

ریشه‌های معادله $S = -1, 1, \pm j, 2, -3$ هستند.

۱۰- گزینه «۲» صحیح است.

الف غلط است. چون اگر اولین درایه صفر شود حتماً یا ریشه سمت راست داریم یا ریشه روی $j\omega$ که در هیچ صورت پایدار مجانبی نخواهد بود.

ب به وضوح صحیح است.

۱۱- گزینه «۳» صحیح است.

باید همه قطبهای تابع تبدیل در سمت چپ خط $\sigma = -1$ باشد.

$$\Delta(S-1) = (S-1)^2 + 6(S-1) + 11(S-1) + K$$

$$\Delta(S-1) = S^2 + 3S^2 + 2S - 6 + K$$

S^2	1	2	→ 6 < K < 12
S^1	3	K-6	
S^0	12-K > 0		
	K-6 > 0		

۱۲- گزینه «۳» صحیح است.

$$\Delta(S) = S^f + K_1 S^r + K_r S^r + \Delta S + 1$$

$$\begin{array}{c|ccc} S^f & 1 & K_r & 1 \\ S^r & K_1 & \Delta & \\ S^r & \frac{K_1 K_r - \Delta}{K_1} & 1 & \\ S^1 & * & & \\ S^0 & 1 & & \end{array} \quad * = \frac{K_1^2 - \Delta K_1 K_r + \Delta^2}{\Delta - K_1 K_r}$$

شرایط پایداری:

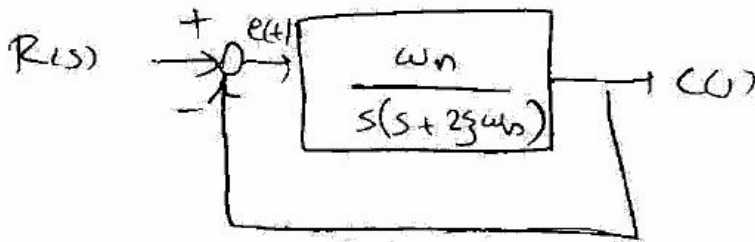
$$K_1 K_r > \Delta$$

$$K_1^2 + \Delta < \Delta K_1 K_r \quad \rightarrow \quad 0 < K_1^2 < \Delta K_1 K_r - \Delta \Rightarrow 0 < K_1 < \sqrt{\Delta K_1 K_r - \Delta}$$

$$K_1 > 0$$

سیستم های کنترل خطی

۱- در سیستم کنترل شکل زیر وقتی میرایی سیستم از نوع بحرانی است حساسیت خطا به ورودی پله واحد یک ثانیه پس از اعمال آن کدام است؟



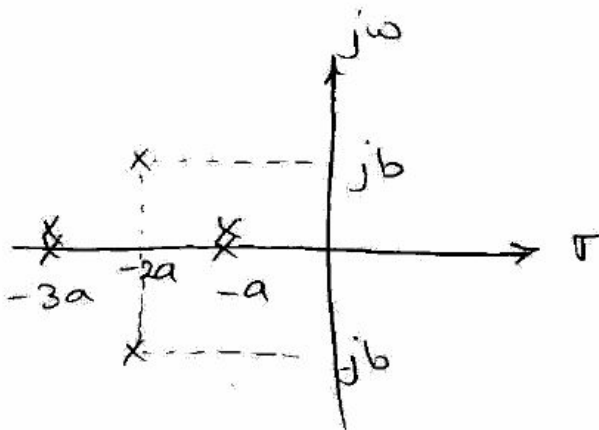
$$-\frac{\omega_n}{1 + \omega_n} \quad (1)$$

$$-\frac{\omega_n^2}{1 + \omega_n} \quad (2)$$

$$-\frac{2\omega_n}{1 + \omega_n} \quad (3)$$

$$\frac{-2\omega_n^2}{1 + \omega_n} \quad (4)$$

۲- مشخصه قطب های حلقه بسته سیستمی با معادله مشخصه $\Delta(s)$ در شکل زیر نمایش داده شده است. جدول رات $\Delta(s - 2a)$ برای این سیستم پس از تکمیل به صورت زیر درآمده است. کدام گزینه لزوماً صحیح نیست؟



s^6	X_1	x	x	x
s^5	X_2	x	x	
s^4	X_3	x	x	
s^3	X_4	x		
s^2	X_5	x		
s^1	X_6			
s^0	X_7			

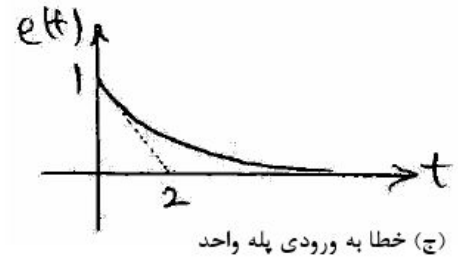
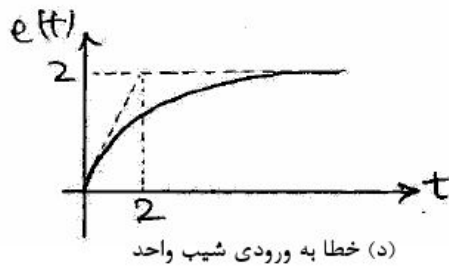
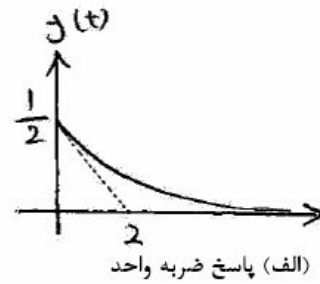
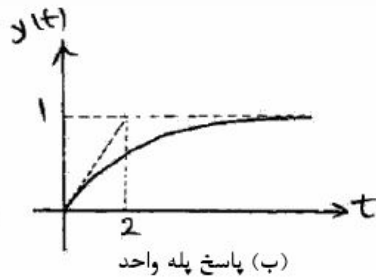
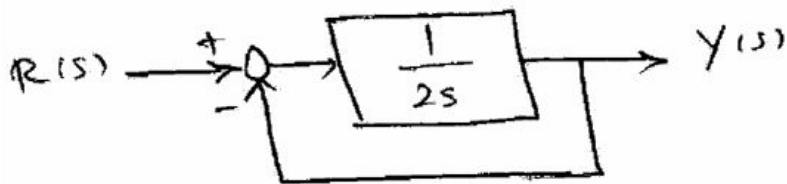
$$X_4 X_5 < 0, \quad X_1 X_2 > 0 \quad (2)$$

$$X_4 X_5 < 0 \quad (1)$$

$$X_3 X_4 > 0 \quad (4)$$

$$X_3 > 0, \quad X_7 < 0 \quad (3)$$

۳- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از شکل‌های زیر در مورد سیستم حلقه بسته صحیح است؟



(۲) ب و ج

(۱) فقط د

(۴) هر چهار شکل صحیح است.

(۳) الف و ب

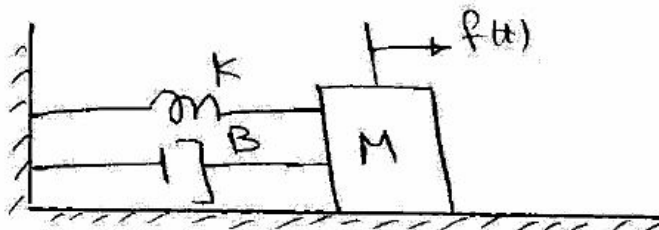
۴- در سیستم مکانیکی شکل زیر در لحظه $t = 0$ نیروی ضربه واحد به جرم M وارد می‌شود. اگر $B = 2\sqrt{M}$ و $k = 1$ باشد مسافت طی شده توسط جرم M تا توقف کامل کدام گزینه خواهد بود؟ (جرم M در $t < 0$ در حال سکون بوده است)

(۱) $\frac{2\sqrt{M}}{e}$

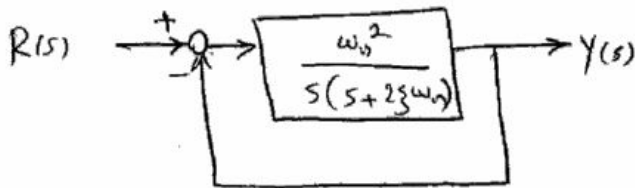
(۲) $\frac{\sqrt{M}}{e}$

(۳) $\frac{2}{e\sqrt{M}}$

(۴) $\frac{1}{e\sqrt{M}}$



۵- در سیستم کنترل شکل زیر با فرض $0 < \xi < 1$ تحت شرایط کدام گزینه نسبت دو بیشینه متوالی پاسخ ضربه واحد چهار به یک خواهد بود؟ ($\theta = \cos^{-1} \xi$)



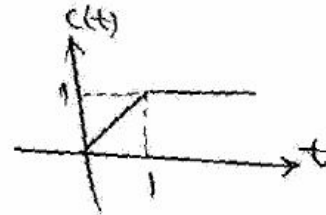
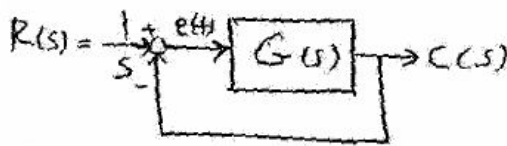
$$\tan \theta = \frac{\pi}{\ln 2}$$

$$\tan \theta = \frac{2\pi}{\ln 2} \quad (1)$$

$$\tan \theta = \frac{\pi}{\ln 2} \quad (4)$$

$$\tan \theta = \frac{4\pi}{\ln 2} \quad (3)$$

۶- در سیستم کنترل شکل زیر پاسخ به ازای ورودی پله واحد داده شده است. کدام گزینه صحیح نیست؟



$$\int_0^{\infty} |e(t)| dt = 3 \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (2)$$

$$\int_0^{\infty} t |e(t)| dt = 2 \int_0^{\infty} t e^{\gamma}(t) dt \quad (1)$$

$$\int_0^{\infty} t |e(t)| dt = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} e^{\gamma}(t) dt \quad (4)$$

$$\int_0^{\infty} |e(t)| dt + \int_0^{\infty} e^{\gamma}(t) dt = \frac{1}{6} \quad (3)$$

۷- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

(الف) با نزدیک شدن قطب‌های سیستم مرتبه دوم استاندارد به محور $j\omega$ فرافروش سیستم همواره افزایش می‌یابد.

(ب) در سیستم کنترل سرعت افزایش ضریب تناسبی کنترلر PD باعث کاهش خطای حالت دائمی به ورودی شیب می‌شود.

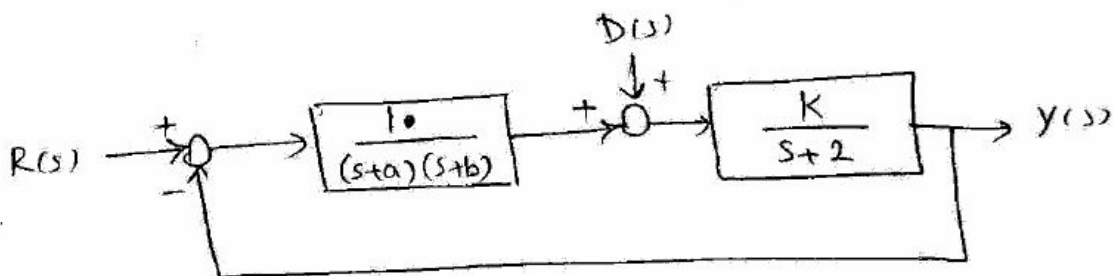
(۴) هیچ کدام

(۳) هر دو

(۲) فقط ب

(۱) فقط الف

۸- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر اثر اغتشاش $d(t) = e^{-t} u(t)$ در حالت ماندگار خروجی صفر شود و خروجی ورودی مرجع پله واحد را با فرض $D(s) = 0$ ردیابی نماید کدام گزینه در مورد مقادیر k درست است؟



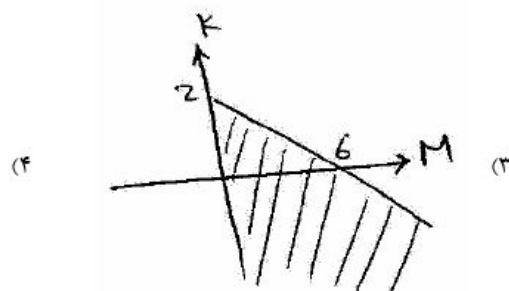
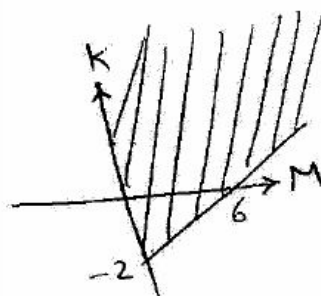
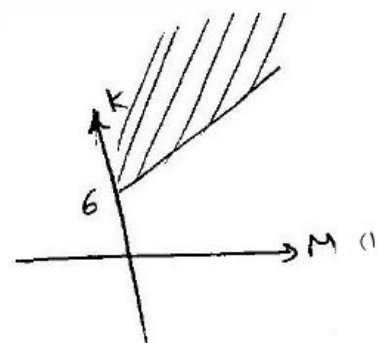
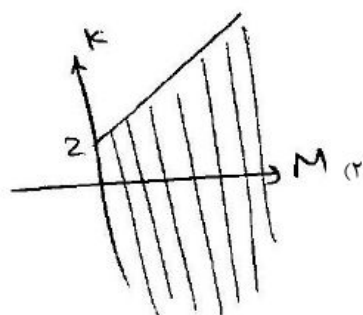
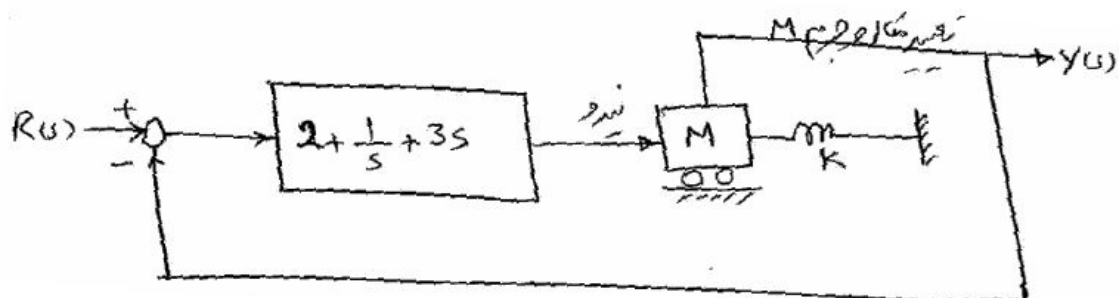
$$0 < k < 10 \quad (2)$$

$$0 < k < 0.6 \quad (1)$$

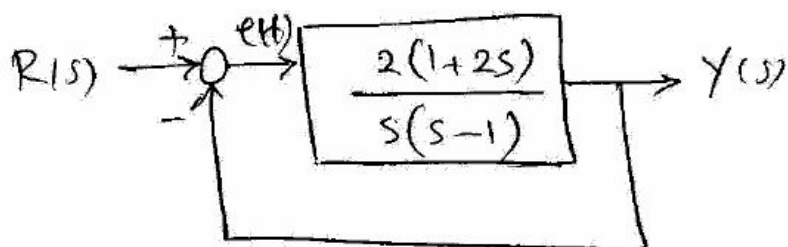
(۴) هیچ مقدار

(۳) بدون دانستن مقادیر a و b نمیتوان اظهار نظر کرد.

۹- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. ناحیه پایداری حلقه بسته در کدام گزینه صحیح رسم شده است؟



۱۰- در سیستم کنترل شکل زیر چند ثابته مشتق خطا به ورودی پله واحد منفی است؟ $(e(t) < 0)$



(۱) $\ln 2$ ثابته

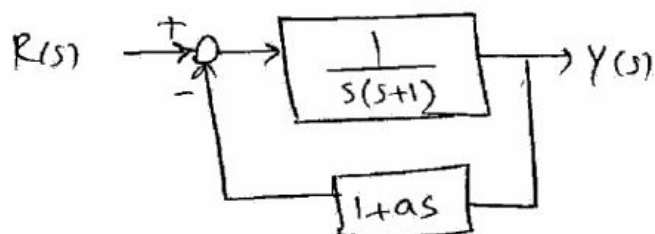
(۲) $\ln 3$ ثابته

(۳) $\ln \frac{3}{2}$ ثابته

(۴) مشتق خطا هیچ گاه منفی نمی شود.

۱۱- در سیستم کنترل شکل زیر حساسیت خطای حالت ماندگار به ورودی شیب واحد نسبت به پارامتر a کدام است؟

$$(e = r - y)$$



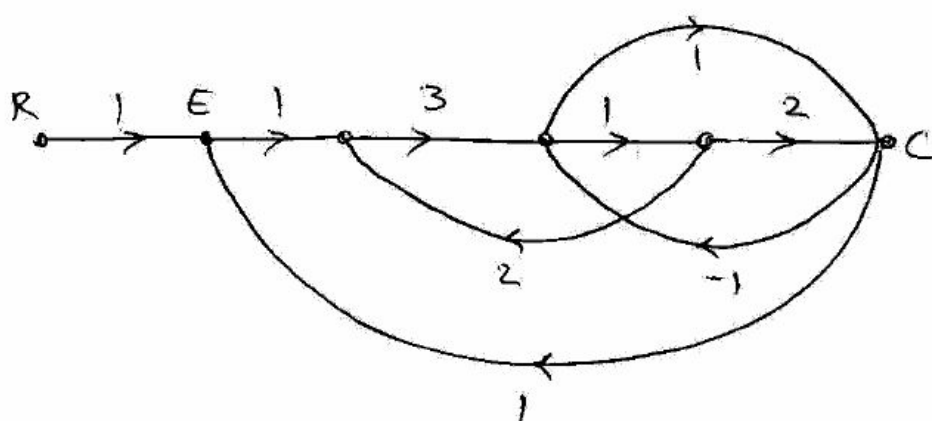
$$\frac{a+1}{a} \quad (1)$$

$$\frac{a}{a+1} \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (4)$$

۱۲- در گراف گذر سیگنال شکل زیر مقدار $\frac{E}{R}$ کدام است؟



$$\frac{3}{13} \quad (1)$$

$$\frac{2}{11} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{4}{13} \quad (4)$$

سیستم‌های کنترل خطی

۱- پاسخ: گزینه «۲» صحیح است.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$\xi = 1, \quad R(s) = \frac{1}{s}$$

$$C(t) = 1 - e^{-\omega_n t} - \omega_n t e^{-\omega_n t}$$

$$e(t) = e^{-\omega_n t} + \omega_n t e^{-\omega_n t}$$

$$S_{\omega_n}^{e(t)} = \frac{\partial e(t)}{\partial \omega_n} \times \frac{\omega_n}{e(t)} = \left[\cancel{-te^{-\omega_n t}} + \cancel{te^{-\omega_n t}} - t^2 \omega_n e^{-\omega_n t} \right] \frac{\omega_n}{e(t)}$$

$$S_{\omega_n}^{e(t)} \Big|_{t=1} = -\omega_n e^{-\omega_n} \times \frac{\omega_n}{e^{-\omega_n} + \omega_n e^{-\omega_n}} = \frac{-\omega_n^2}{1 + \omega_n}$$

۲- گزینه «۳» صحیح است.

$\begin{array}{c} S^{\circ} \\ \text{سطر صفر} \quad S^{\Delta} \\ S^{\epsilon} \\ S^{\gamma} \\ S^{\gamma} \\ \text{سطر صفر} \quad S^{\lambda} \\ S^{\circ} \end{array} \left \begin{array}{l} X_1 > 0 \\ X_2 > 0 \\ X_3 > 0 \\ X_4 > 0 \\ X_5 < 0 \\ X_6 < 0 \\ X_7 > 0 \end{array} \right.$	$\begin{array}{c} S^{\circ} \\ \text{سطر صفر} \quad S^{\Delta} \\ S^{\epsilon} \\ S^{\gamma} \\ S^{\gamma} \\ \text{سطر صفر} \quad S^{\lambda} \\ S^{\circ} \end{array} \left \begin{array}{l} X_1 < 0 \\ X_2 < 0 \\ X_3 < 0 \\ X_4 < 0 \\ X_5 > 0 \\ X_6 > 0 \\ X_7 < 0 \end{array} \right.$
--	--

۳- گزینه «۴» صحیح است.

$$h(t) = \frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} u(t) \quad h'(\circ^+) = -\frac{1}{T^2}$$

$$s(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) u(t) \quad s'(\circ^+) = \frac{1}{T} \quad e(t) = e^{-\frac{t}{T}} u(t)$$

$$e'(\circ^+) = -\frac{1}{T}$$

$$r(t) = \left(t - T + T e^{-\frac{t}{T}} \right) u(t) \quad e(t) = \left(T - T e^{-\frac{t}{T}} \right) u(t)$$

$$e'(\circ^+) = 1$$

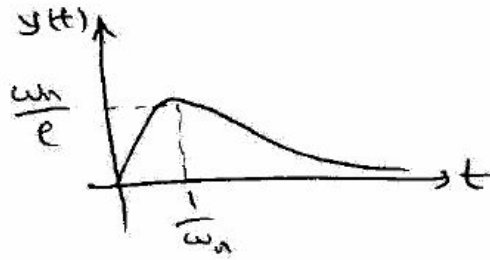
۴- گزینه «۳» صحیح است.

$$T(s) = \frac{1}{MS^2 + BS + K} = \frac{1}{MS^2 + BS + 1}$$

$$B^2 = 4M \Rightarrow \text{میرای بحرانی}$$

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{M}}$$

$$\text{مسافت طی شده تا توقف کامل} = \frac{2\omega_n}{e} = \frac{2}{e\sqrt{M}}$$



۵- گزینه «۴» صحیح است.

$$h(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin \omega_d t$$

$$h'(t) = 0 \rightarrow t_P = \frac{n\pi + \theta}{\omega_d}$$

$$h(t_P) = \omega_n e^{-\frac{\theta}{\tan \theta}} \Rightarrow e^{-\frac{2\pi}{\tan \theta}} = \frac{1}{4}$$

$$h(t_{P_r}) = \omega_n e^{-\frac{\theta+2\pi}{\tan \theta}}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\tan \theta} = \ln 4$$

$$\tan \theta = \frac{2\pi}{\ln 4} = \frac{\pi}{\ln 2}$$

۶- گزینه «۳» صحیح است.

$$e(t) = r(t) - c(t) = \begin{cases} 1-t & 0 < t < 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$$

$$\int_0^{\infty} t e^{\gamma}(t) dt = \int_0^1 t(1-t)^{\gamma} dt = \frac{1}{1+\gamma}$$

$$\int_0^{\infty} t |e(t)| dt = \int_0^1 t(1-t) dt = \frac{1}{6}$$

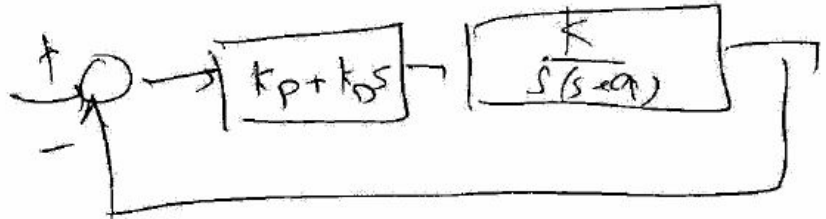
$$\int_0^{\infty} |e(t)| dt = \int_0^1 (1-t) dt = \frac{1}{2}$$

$$\int_0^{\infty} e^{\gamma}(t) dt = \int_0^1 (1-t)^{\gamma} dt = \frac{1}{\gamma+1}$$

۷- گزینه «۲» صحیح است.

در گزاره الف ممکن است فراجهش کاهش یابد.

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{k_p k}{a} \quad e_{ss} = \frac{a}{k k_p}$$



۸- گزینه «۱» صحیح است.

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\Delta(s) = s(s+1)(s+2) + 1 \cdot k = 0 \Rightarrow s^3 + 3s^2 + 2s + 1 \cdot k = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 2 \\ s^2 & 3 & 1 \cdot k \\ s^1 & 6 - 1 \cdot k & \\ s^0 & 1 \cdot k & \end{array}$$

$$0 < k < 6$$

۹- گزینه «۴» صحیح است.

$$G_C(s) = \frac{1 + 2s + 3s^2}{s}$$

$$G_P(s) = \frac{1}{Ms^2 + K}$$

$$\Delta(s) = Ms^2 + 3s^2 + (K+2)s + 1$$

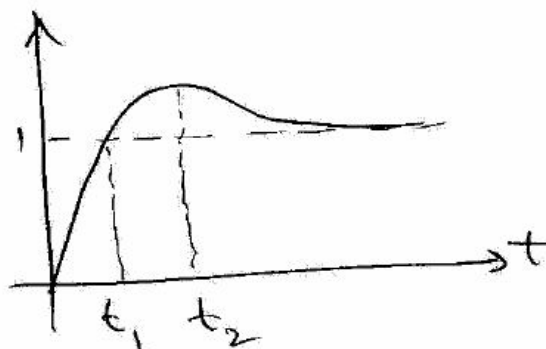
$$\begin{array}{c|cc} s^2 & M & K+2 \\ s^1 & 3 & 1 \\ s^0 & 3K+6-M & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{شرایط پایداری حلقه بسته} \\ M > 0 \\ 3K+6-M > 0 \Rightarrow K > \frac{M}{3} - 2 \end{array}$$

۱۰- گزینه «۲» صحیح است.

$$T(s) = \frac{2(1+2s)}{s^2 + 3s + 2}$$

$$y(s) = \frac{2(1+2s)}{s(s+1)(s+2)} = \frac{1}{s} + \frac{2}{s+1} - \frac{3}{s+2}$$



$$y(t) = 1 + re^{-t} - re^{-rt}$$

$$y(t) = 0 \Rightarrow re^{-t} = re^{-rt}$$

$$e^t = \frac{r}{r} \rightarrow t_1 = \ln \frac{r}{r}$$

$$y'(t) = 0 \rightarrow -re^{-t} + re^{-rt} = 0$$

$$e^t = r \rightarrow t_r = \ln r$$

در بازه (t_1, t_r) مشتق خطا منفی است.

$$t_r - t_1 = \ln r - \ln \left(\frac{r}{r} \right) = \ln r$$

۱۱- گزینه «۲» صحیح است.

$$T(s) = \frac{1}{s(s+1)+1+aS} = \frac{1}{s^2 + (a+1)s + 1}$$

$$G_u(s) = \frac{1}{s(s+a+1)} \quad K_V = \frac{1}{a+1} \Rightarrow e_{ss} = a+1$$

$$S_a^{e_{ss}} = \frac{\partial(e_{ss})}{\partial a} \times \frac{a}{e_{ss}} = \frac{a}{a+1}$$

۱۲- گزینه «۲» صحیح است.

$$P_1 = 1 \rightarrow \Delta_1 = 1 - (L_r + L_r + L_f) = -2$$

$$L_1 = (1)(r)(1)(r)(1) = 6$$

$$L_r = (r)(1)(r) = 6$$

$$L_r = (1)(r)(-1) = -2$$

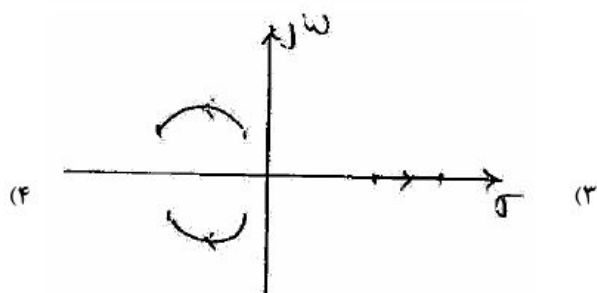
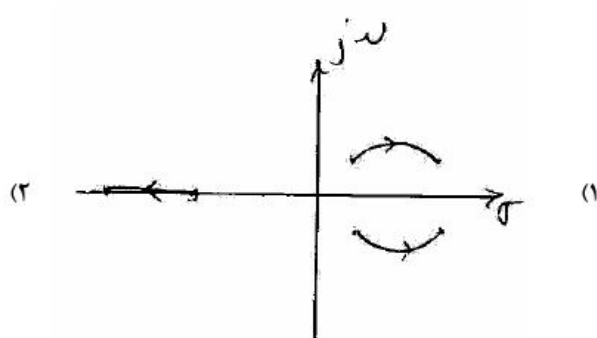
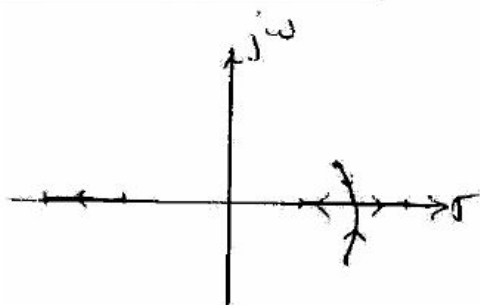
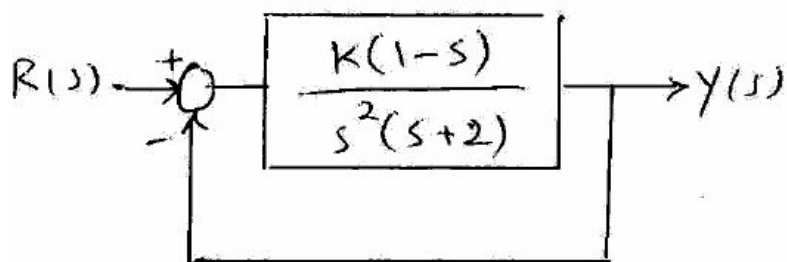
$$L_f = (1)(-1) = -1$$

$$L_\delta = (1)(r)(1)(1) = 3$$

$$\frac{E}{R} = \frac{P_1 \Delta_1}{1 - (L_1 + L_r + L_r + L_f + L_\delta)} = \frac{-2}{-11} = \frac{2}{11}$$

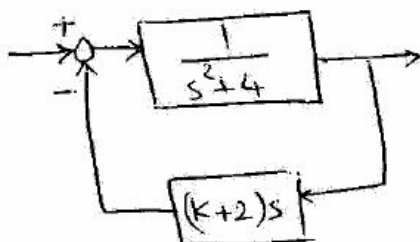
سیستم های کنترل خطی

۱ - مکان هندسی ریشه های سیستم کنترل شکل زیر به ازای $2 \leq k \leq 10$ مشابه کدام یک از شکل های زیر خواهد بود؟



۲ - در سیستم کنترل شکل زیر نقطه قطع محور حقیقی مکان هندسی ریشه های سیستم کدام است؟

$$0 < k < \infty$$



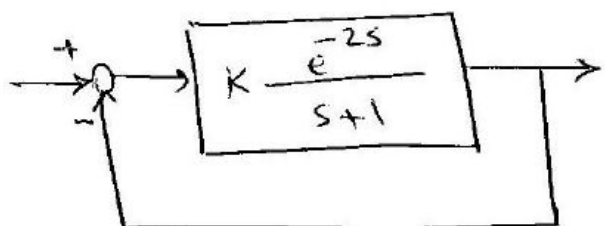
(۴) -۴

(۳) ۴

(۲) -۲

(۱) ۲

۳ - دومین فرکانس برخورد مکان هندسی ریشه های سیستم زیر با محور $j\omega$ در کدام بازه قرار دارد؟ ($K > 0$)



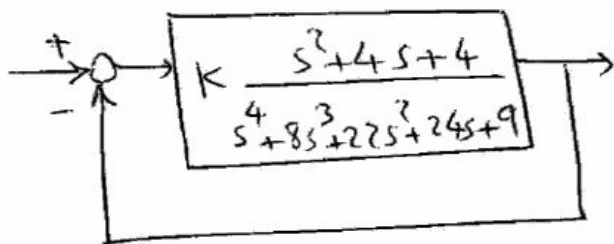
$$(1) \quad \pi < \omega < \frac{5\pi}{4}$$

$$(2) \quad \frac{3\pi}{4} < \omega < \pi$$

$$(3) \quad \frac{\pi}{4} < \omega < \frac{3\pi}{4}$$

$$(4) \quad \frac{5\pi}{4} < \omega < \frac{3\pi}{2}$$

- ۴ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر $0 < k < \infty$ ، $\Delta(s)$ معادله مشخصه سیستم حلقه بسته باشد کدام گزینه در مورد سیستم صحیح نیست؟



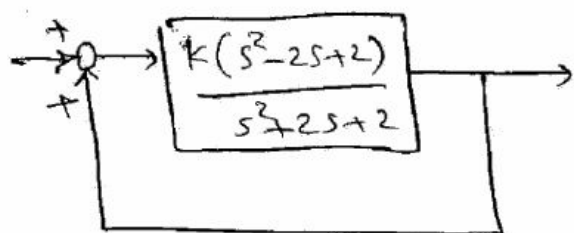
(۱) نقطه $-2 \pm j$ شکست مکان هندسی سیستم است.

(۲) به ازای $k = 4$ در آرایه راث $\Delta(s-2)$ دو سطر صفر رخ داده و تغییر علامتی در ستون اول جدول راث مشاهده نخواهد شد.

(۳) به ازای $k \neq 4$ در آرایه راث $\Delta(s-2)$ یک سطر صفر رخ داده و بعد از آن دو تغییر علامت در ستون اول جدول راث مشاهده خواهد شد.

(۴) به ازای تمام مقادیر $k > 0$ تمامی ریشه‌های $\Delta(s)$ در LHP هستند.

- ۵ - محل قطبهای حلقه بسته سیستم زیر به ازای $k = +1$ کجا هستند؟



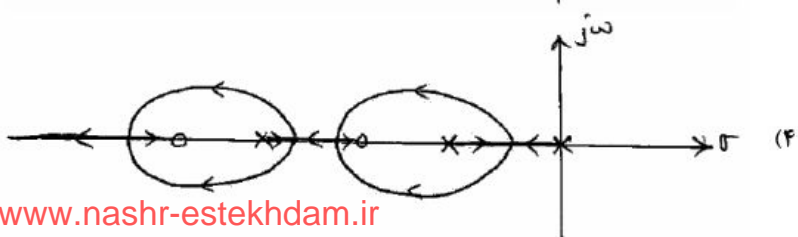
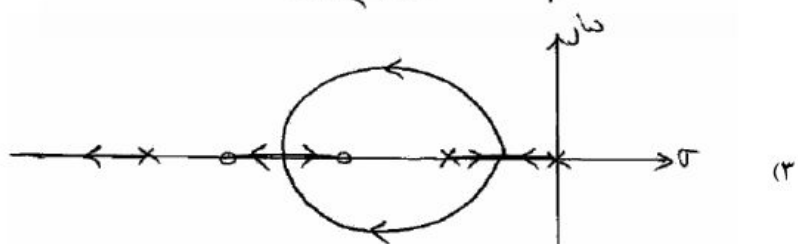
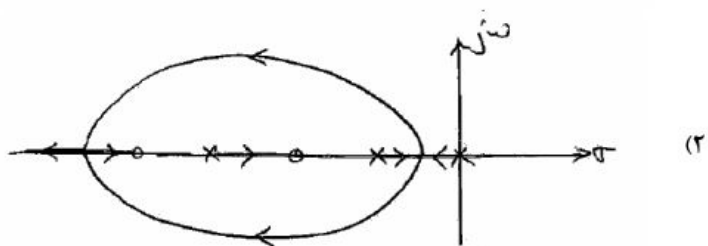
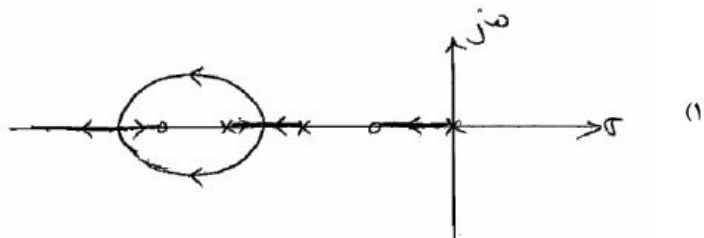
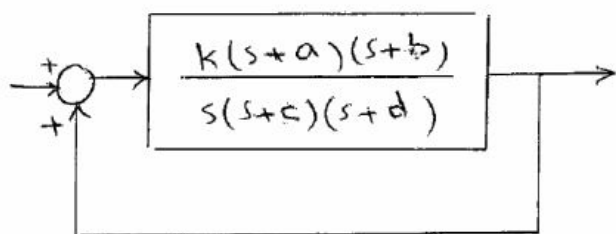
(۱) صفر و بی نهایت

(۲) -1 و بی نهایت

(۳) بی نهایت و بی نهایت

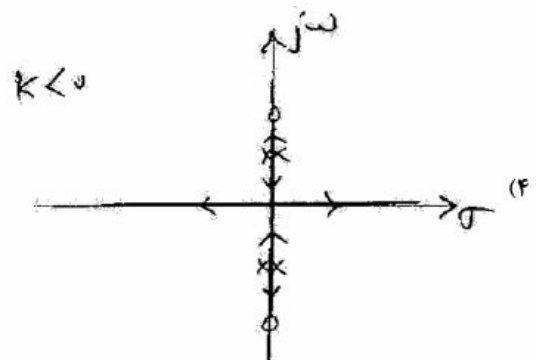
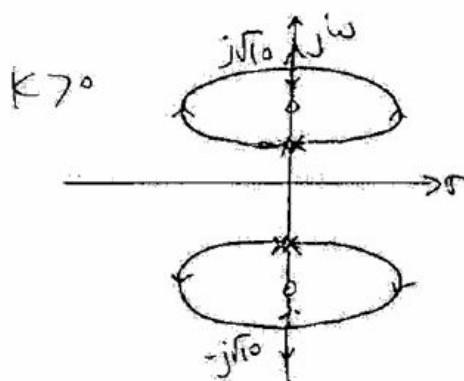
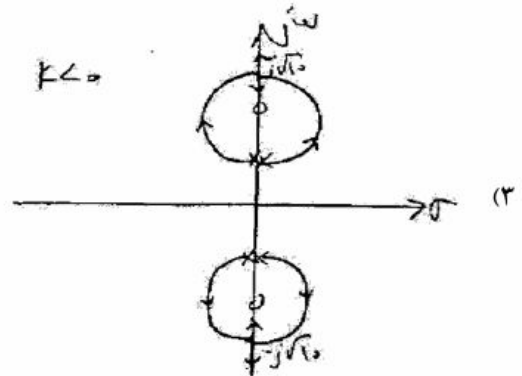
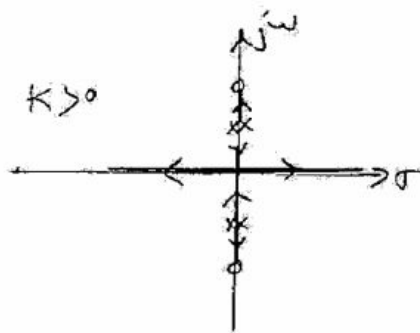
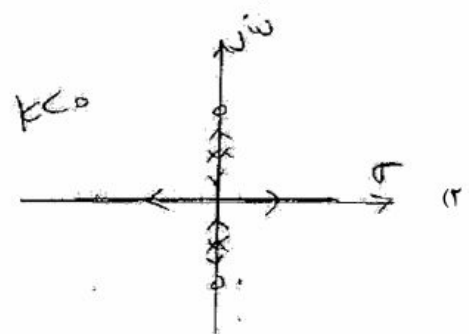
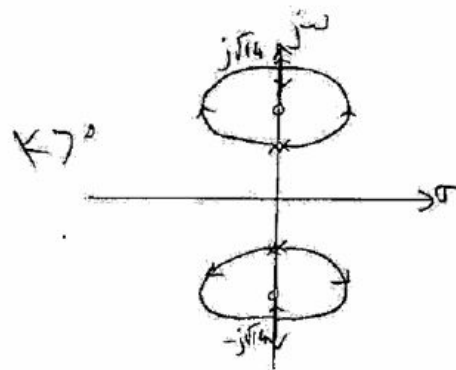
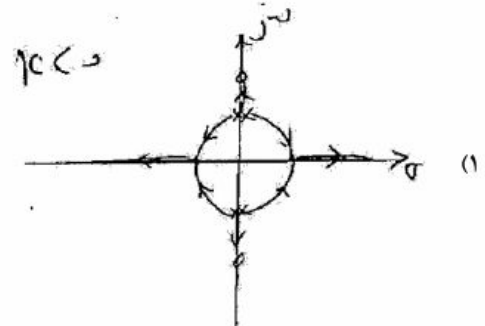
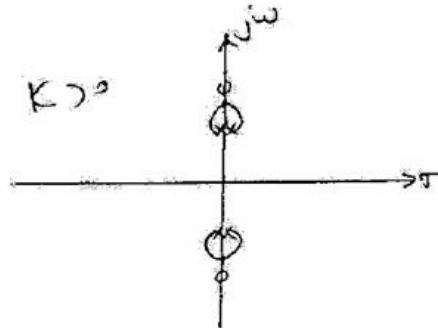
(۴) $+1$ و بی نهایت

- ۶ - کدام گزینه نمی‌تواند مکان هندسی سیستم کنترل شکل زیر باشد؟ (a, b, c, d همگی مثبت و k منفی است).



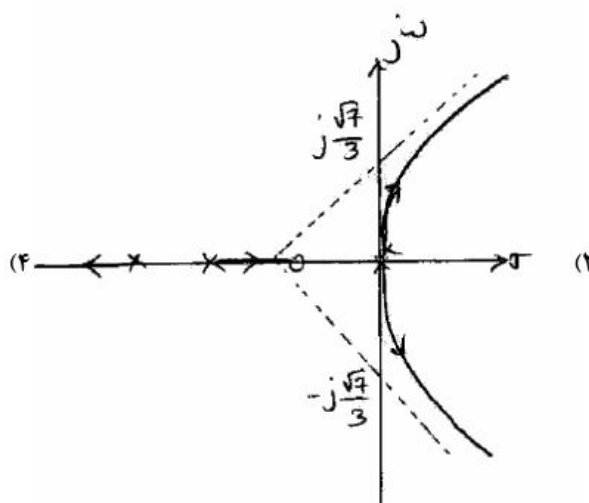
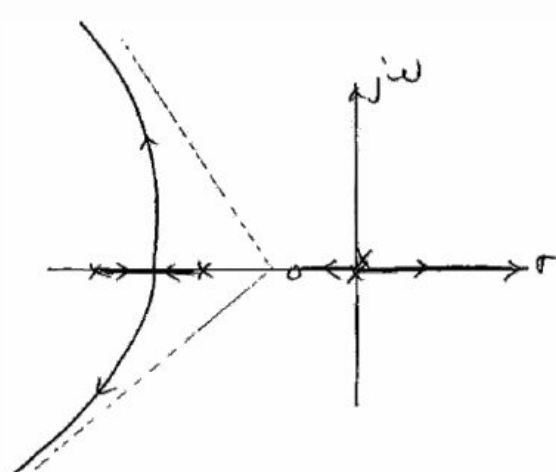
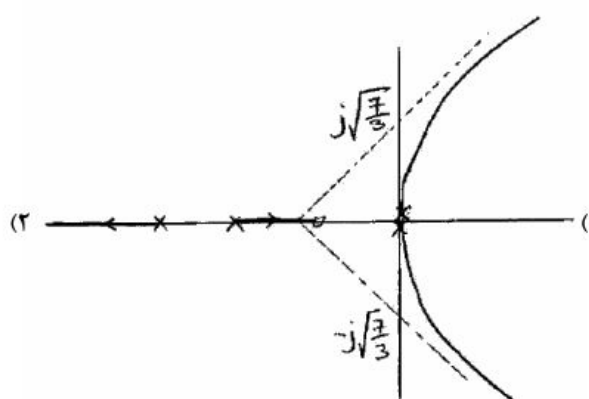
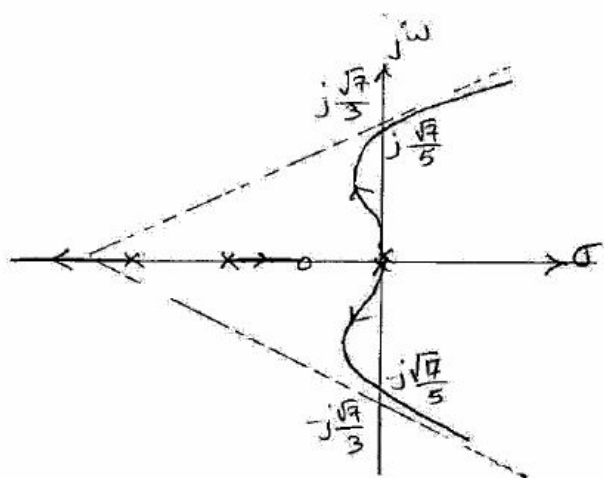
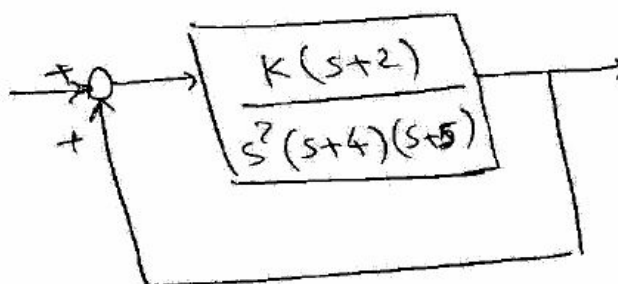
۷- مکان هندسی ریشه های سیستم زیر کدام گزینه است؟

$$GH(s) = \frac{s^2 + 9}{(s^2 + 4)^2} \quad -\infty < K < \infty$$

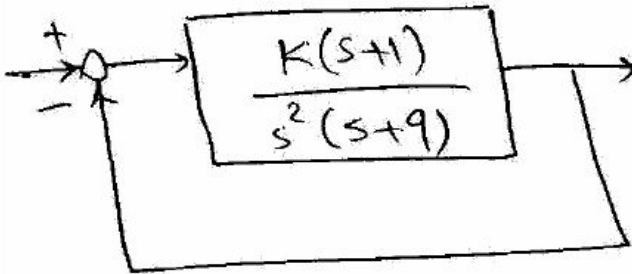


۸- مکان هندسی ریشه های سیستم زیر کدام است؟

$$-\infty < K < 0$$



۹ - در سیستم کنترل شکل زیر زوایای خروج از نقاط ترک مکان هندسی کدام است؟



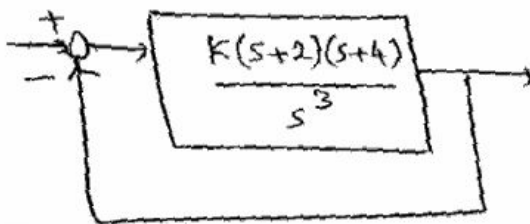
(۱) صفر، $\frac{5\pi}{6}$ ، $\frac{7\pi}{6}$

(۲) صفر، $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$

(۳) $\frac{\pi}{2}$ ، π ، $\frac{3\pi}{2}$

(۴) صفر، $\frac{2\pi}{3}$ ، $\frac{4\pi}{3}$

۱۰ - در سیستم کنترل شکل زیر چه تعداد از گزاره های داده شده، صحیح است؟



(الف) به ازای $0 < k < \frac{4}{3}$ دو قطب حلقه بسته مختلط هستند.

(ب) به ازای $0 < k < 2$ دو قطب حلقه بسته مختلط هستند.

(ج) به ازای $k > 22$ همه قطب های حلقه بسته حقیقی هستند.

(د) به ازای هیچ مقدار k همه قطب های حلقه بسته مختلط نمی شوند.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۱ - دو سیستم کنترل $G_1(s) = \frac{k(s^2 + 2b_1s + \omega_n^2)}{s(s+a)}$ و $G_2(s) = \frac{k(s^2 + 2b_2s + \omega_n^2)}{s(s+a)}$ با فیدبک منفی واحد را در نظر بگیرید. اگر

$0 < a < b_1 < b_2 < \omega_n$ کدام گزاره زیر در مورد مکان هندسی ریشه های دو سیستم $G_1(s)$ و $G_2(s)$ صحیح است؟

(الف) به ازای $k > 0$ نقطه شکست سیستم $G_2(s)$ نسبت به $G_1(s)$ به محور $j\omega$ نزدیک تر است.

(ب) به ازای $k = -1$ با فرض $b_1 = b_2 = \frac{a}{2}$ دو قطب حلقه بسته در بی نهایت دارند.

(ج) به ازای $k = -1$ با فرض $b_1 = b_2 \neq \frac{a}{2}$ قطب حلقه بسته در بی نهایت ندارند.

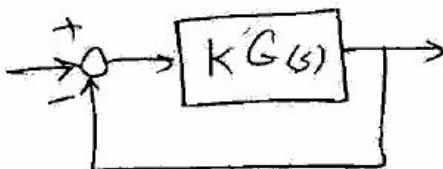
(۴) هر سه گزاره صحیح است.

(۳) فقط ب

(۲) فقط ب و ج

(۱) فقط الف

۱۲ - سیستم زیر را در نظر بگیرید. کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟



(الف) اگر صفر و قطب های $G(s)$ همگی حقیقی باشند سیستم حلقه بسته همواره قطب حقیقی خواهد داشت.

(ب) اگر صفر و قطب های $G(s)$ حقیقی نباشند، سیستم حلقه بسته ممکن است قطب حقیقی داشته باشد.

(ج) اگر $G(s)$ مرتبه ۴ باشد همواره نقطه ترک مختلط در مکان هندسی خواهیم داشت.

(د) اگر $G(s)$ مرتبه ۳ باشد، سیستم حلقه بسته همواره قطب روی محور $j\omega$ به ازای مقادیری از K خواهد داشت.

(۴) فقط الف و ج

(۳) فقط ب

(۲) فقط الف و د

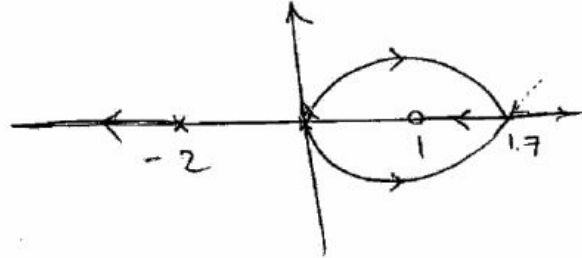
(۱) فقط ب و د

سیستم‌های کنترل خطی

۱- گزینه «۱» صحیح است.

$$G(s) = \frac{s-1}{s^r(s+2)} \quad k' = -k < 0$$

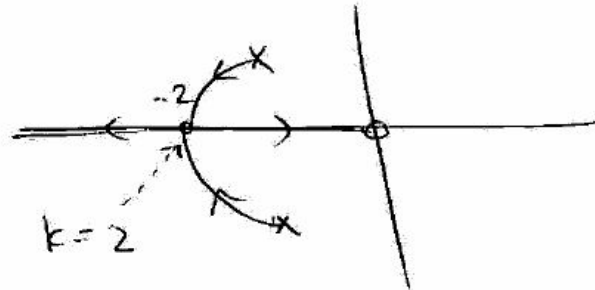
$$2 \leq k \leq 10 \rightarrow -10 \leq k' \leq -2$$



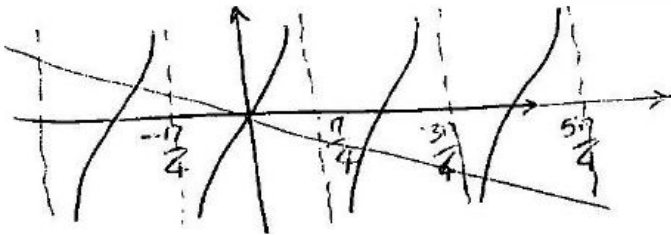
۲- گزینه «۲» صحیح است.

$$\Delta(s) = s^r + 4 + (k(r))s = s^r + 2s + 4 + ks$$

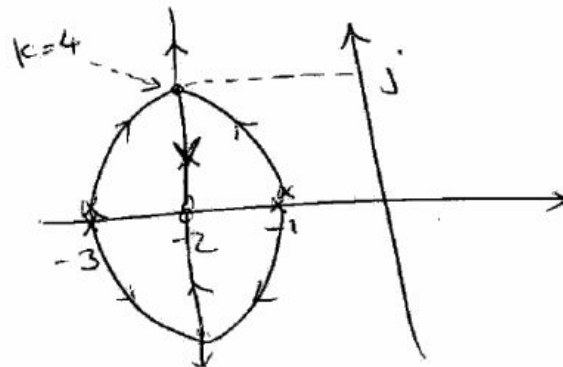
$$\Delta(s) = 1 + k \frac{s}{s^r + 2s + 4} = 0$$



۳- گزینه «۲» صحیح است.



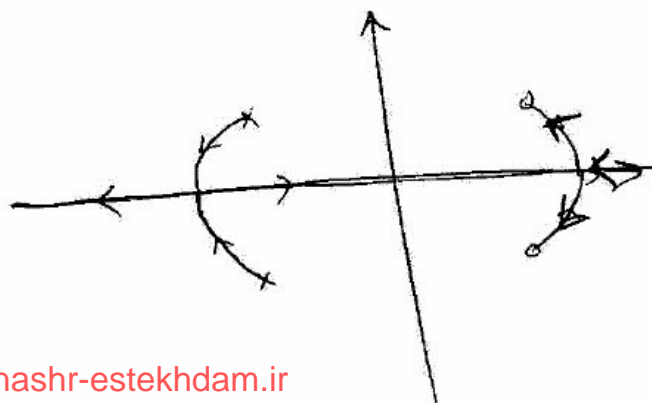
۴- گزینه «۳» صحیح است.



$$G(s) = \frac{(s+2)^r}{(s+1)^r(s+3)^r}$$

۵- گزینه «۱» صحیح است.

$$\Delta(s) = (1-k)s^r + (2+rk)s + 2 - rk$$



۶- گزینه «۴» صحیح است.

بسته به محل صفر و قطبها همه حالات گزینه ای ۱ تا ۳ اتفاق می افتد.

۷- گزینه «۲» صحیح است.

۸- گزینه «۳» صحیح است.

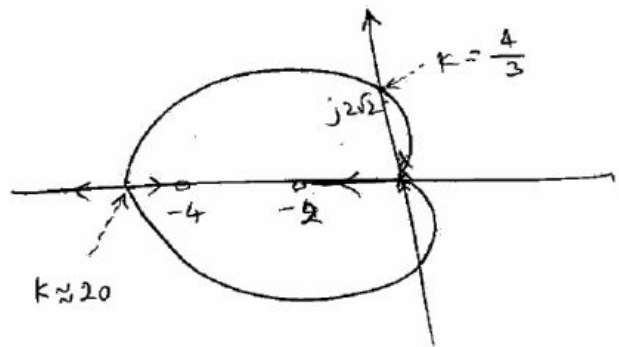
۹- گزینه «۴» صحیح است.

چون نقطه شکست حقیقی است زوایای خروج از نقاط ترک از رابطه $\varphi = \frac{2k\pi}{n}$ بدست می آید که n تعداد شاخه های مکان است که به نقطه شکست می رسد.

۱۰- گزینه «۴» صحیح است.

$$\Delta(s) = s^r + ks^r + \epsilon ks + \lambda k$$

$$\begin{array}{c|cc} s^r & 1 & \epsilon k \\ s^r & k & \lambda k \\ s & \epsilon k^r - \lambda k = 0 & \\ s^0 & \lambda k & \end{array} \rightarrow k = \frac{\epsilon}{\lambda}$$



۱۱- گزینه «۳» صحیح است.

۱۲- گزینه «۳» صحیح است.

الف) ممکن است همه قطب و صفرهای $G(s)$ مرتبه زوج باشد ← غلط است.

ب) درست است. برای $k < 0$

ج) غلط است ممکن است نقطه ترک نداشته باشد یا نقطه ترک حقیقی یا مختلط داشته باشد.

د) بستگی به محل صفرهای $G(s)$ دارد و همواره درست نیست.

سیستم های کنترل خطی

۱ - سیستم فیدبک منفی واحد با تابع تبدیل حلقه باز $G(s) = \frac{s+c}{s(s+a)(s+b)}$ را در نظر بگیرید. تحت شرایط کدام گزینه حد

بهره سیستم بی نهایت خواهد بود؟

- (۱) $c > a+b$ (۲) $c = ab$ (۳) $c < a+b$ (۴) $c > ab$

۲ - کدام یک از دو گزاره زیر صحیح است.

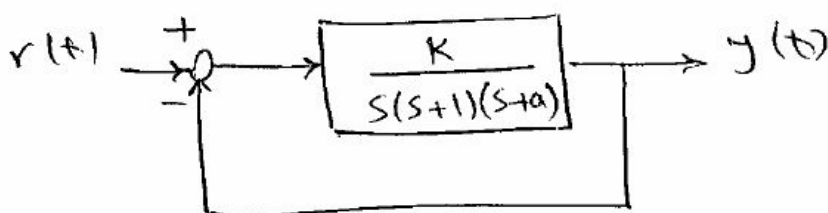
(الف) اگر منحنی اندازه و فاز نزولی باشند و سیستم می نیمم فاز باشد، در صورتی که فرکانس گذر فاز بزرگتر از فرکانس گذر بهره باشد، سیستم همواره پایدار است.

(ب) اگر منحنی اندازه و فاز نزولی باشند و سیستم می نیمم فاز باشد، در صورتی که فرکانس گذر بهره بزرگتر از فرکانس گذر فاز باشد، سیستم همواره ناپایدار است.

- (۱) فقط الف (۲) فقط ب (۳) هر دو (۴) هیچ کدام

۳ - اگر فرکانس گذر فاز سیستم کنترل شکل زیر $\omega_p = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ باشد، حداقل خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی

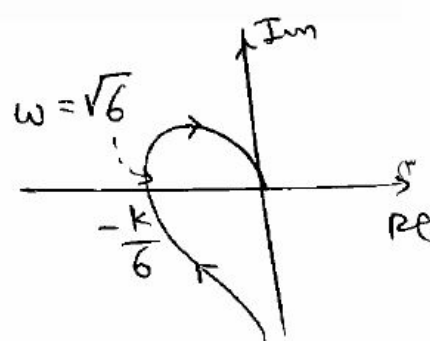
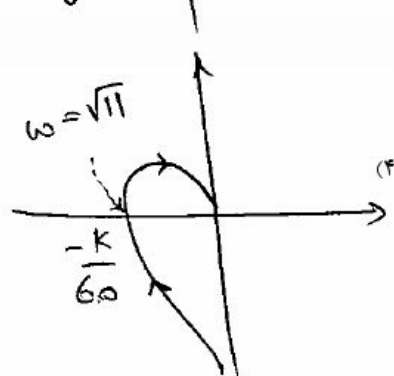
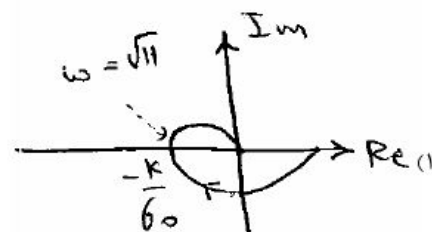
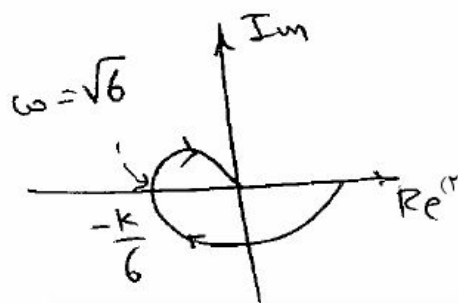
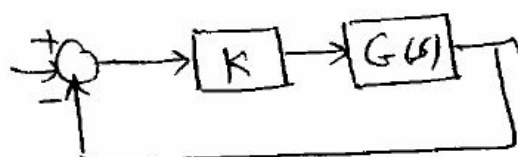
$r(t) = (2+t)u(t)$ (که $k > 0$) کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{1}{5}$
(۳) $\frac{1}{10}$
(۴) $\frac{3}{5}$

۴ - سیستم فیدبک واحد زیر و دو سطر اول جدول راث معادله مشخصه آن را در نظر بگیرید. کدام گزینه نمودار قطبی $G(s)$ را صحیح نشان می دهد؟

$$\begin{array}{l|l} s^2 & 1 \\ s^2 & 6+k \end{array}$$



۵ - اگر $G(S) = \frac{K S + 1}{S^2 (S + 2)(S + 3)}$ فرکانس تقاطع منحنی نایکوئیست $G(S)$ با محور حقیقی (ω) و محل تقاطع (q) کدام است؟

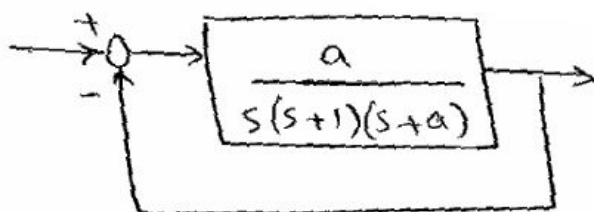
$$q = \frac{-k}{30} \quad (4) \\ \omega = 2$$

$$q = -\frac{k}{5} \quad (3) \\ \omega = 2$$

$$q = \frac{-k}{30} \quad (2) \\ \omega = 1$$

$$q = \frac{-k}{5} \quad (1) \\ \omega = 1$$

۶ - به ازای کدام مقدار a ، حد بهره سیستم کنترل شکل زیر 40 db است؟



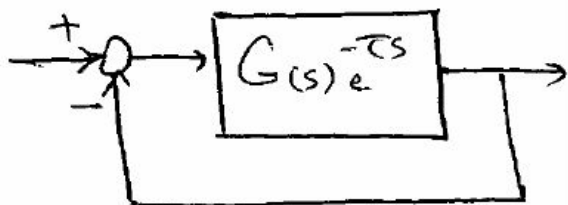
(1) 0/9

(2) 9

(3) 99

(4) 9/9

۷ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. با فرض $\tau = 0$ کدام گزینه در مورد دیاگرام بودی $G(S)$ الزاماً صحیح است؟



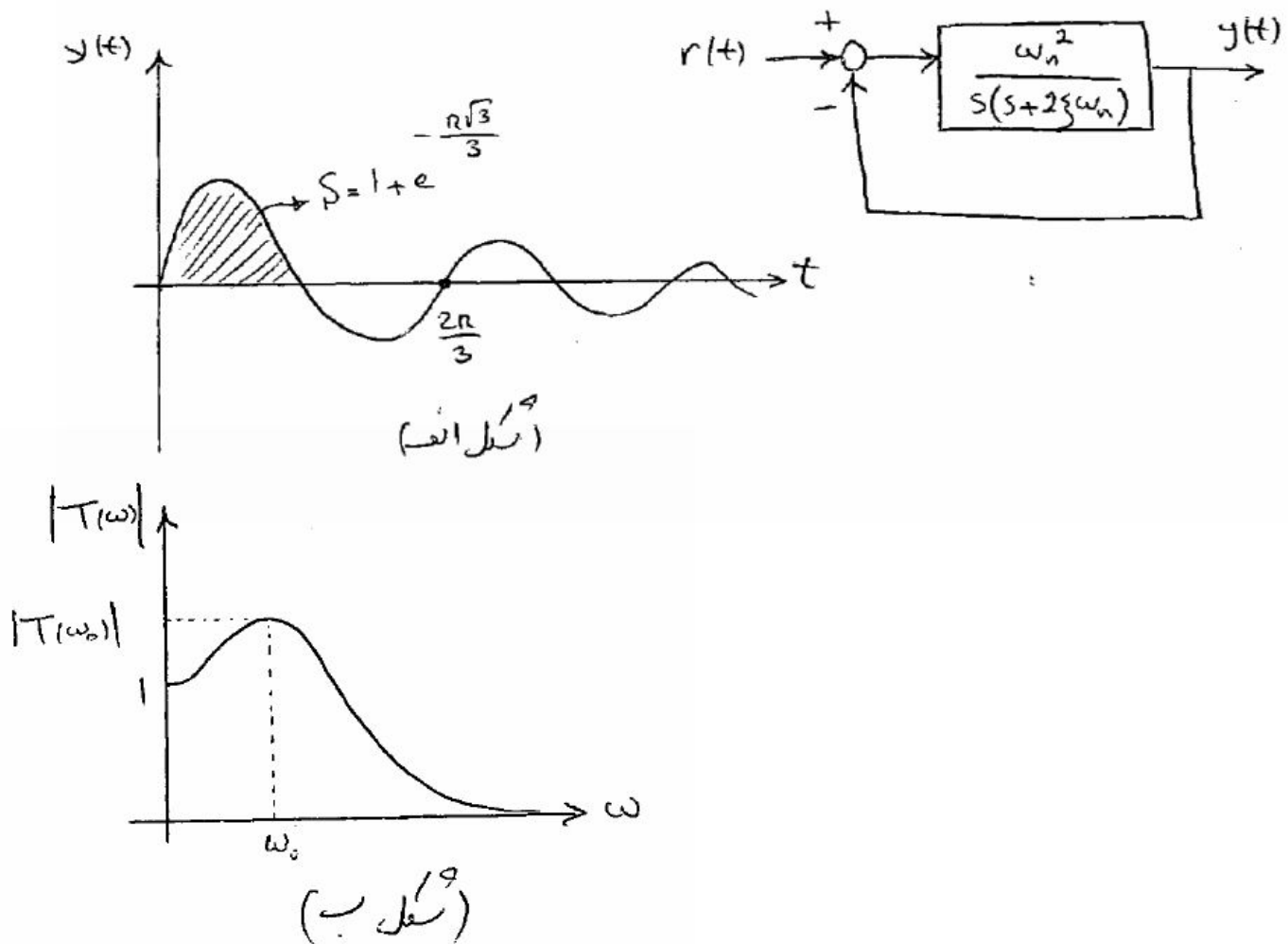
(1) اگر در فرکانس $\omega = \omega_c$ شیب نمودار اندازه $\frac{db}{dec} + 20$ باشد، شیب نمودار فاز $\frac{deg}{dec} + 45$ خواهد بود.

(2) اگر در فرکانس $\omega = \omega_c$ شیب نمودار اندازه $\frac{db}{dec} - 40$ باشد، شیب نمودار فاز $\frac{deg}{dec} - 90$ خواهد بود.

(3) اگر در فرکانس $\omega = \omega_c$ شیب نمودار اندازه $\frac{db}{dec} - 60$ باشد، شیب نمودار فاز می تواند $\frac{deg}{dec} + 45$ باشد.

(4) اگر در فرکانس $\omega = \omega_c$ شیب نمودار اندازه $\frac{db}{dec} + 80$ باشد، شیب نمودار فاز نمی تواند $\frac{deg}{dec} 0$ باشد.

۸- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر $r(t) = \delta(t)$ نمودار $y(t)$ در شکل الف رسم شده است. اگر $r(t) = A \sin \omega t$ خروجی $y(t)$ به صورت $y(t) = A |T(\omega)| \sin(\omega t + \angle T(\omega))$ خواهد بود که نمودار $|T(\omega)|$ در شکل ب رسم شده است. ω_0 و $|T(\omega_0)|$ کدام گزینه است؟



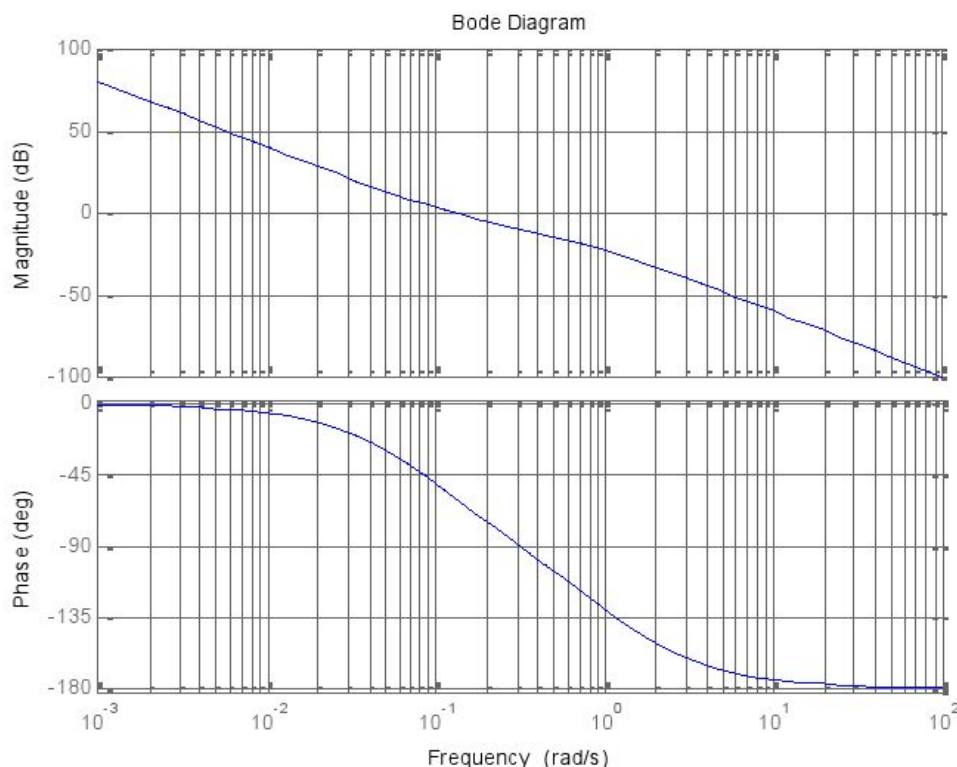
$$\omega_0 = \sqrt{6} \quad , \quad |T(\omega_0)| = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2)$$

$$\omega_0 = 1 \quad , \quad |T(\omega_0)| = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

$$\omega_0 = \sqrt{6} \quad , \quad |T(\omega_0)| = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$\omega_0 = 1 \quad , \quad |T(\omega_0)| = \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

۹ - پاسخ فرکانسی $G(S)$ در شکل زیر داده شده است. تابع تبدیل سیستم کدام است؟



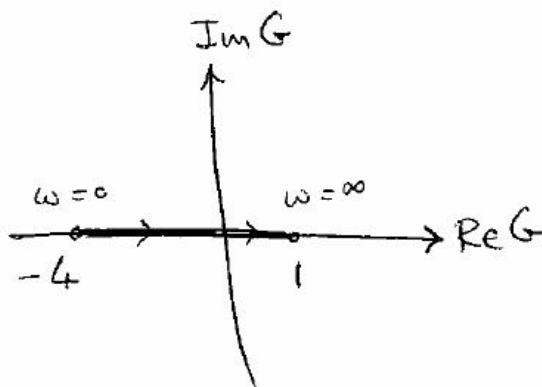
$$G(S) = \frac{0.1(S + 0.1)}{S^2(S + 1)} \quad (1)$$

$$G(S) = \frac{-0.1(S + 0.1)}{S^2(S + 1)} \quad (2)$$

$$G(S) = \frac{0.1(S - 0.1)}{S^2(S + 1)} \quad (3)$$

$$G(S) = \frac{0.1(S + 0.1)}{S^2(S - 1)} \quad (4)$$

۱۰ - تابع تبدیل مسیر پیش رو یک سیستم مرتبه دو با فیدبک واحد $KG(S)$ می باشد که دیاگرام قطبی $G(S)$ در شکل زیر داده شده است کدام گزینه در مورد پایداری سیستم حلقه بسته و تعداد ریشه های سیستم حلقه بسته در نیم صفحه راست صحیح است؟



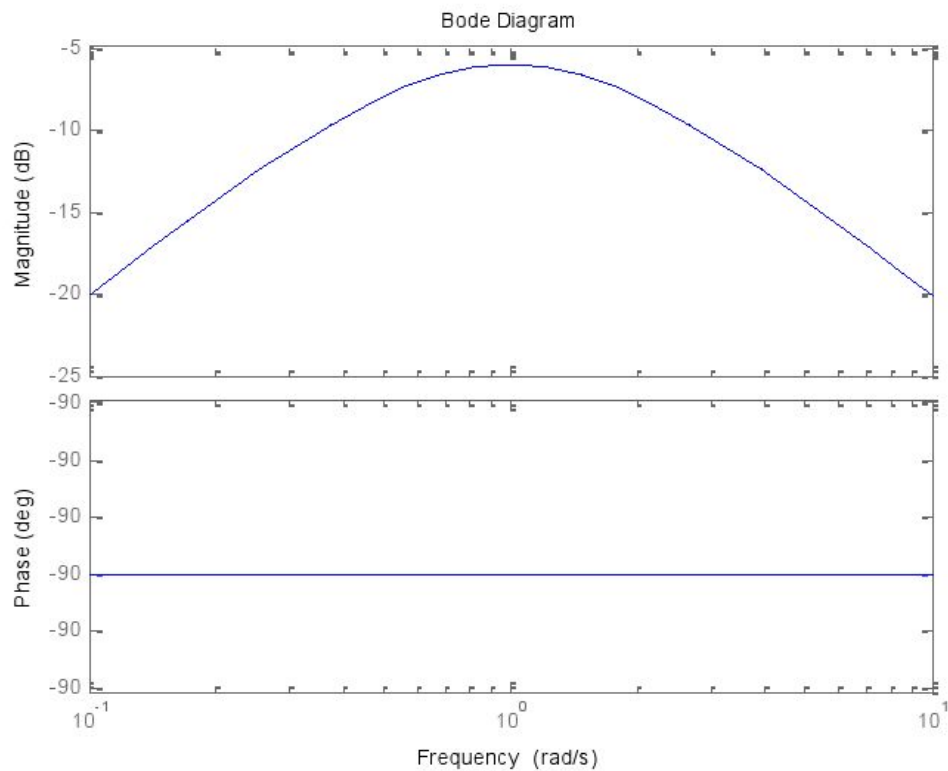
(۱) پایدار مرزی به ازای $0.1 < K < 1$ و ناپایدار با دو قطب سمت راست به ازای $K < -1$, $K > \frac{1}{4}$

(۲) پایدار مرزی به ازای $0.1 < K < \frac{1}{4}$ و ناپایدار با یک قطب سمت راست به ازای $K < -1$, $K > \frac{1}{4}$

(۳) ناپایدار با دو قطب سمت راست به ازای $0.1 < K < \frac{1}{4}$ و پایدار مرزی به ازای $K < -1$, $K > \frac{1}{4}$

(۴) ناپایدار با یک قطب سمت راست به ازای $0.1 < K < \frac{1}{4}$ و پایدار مرزی به ازای $K < -1$, $K > \frac{1}{4}$

۱۱- پاسخ فرکانس $G(S)$ داده شده است. تابع تبدیل سیستم کدام است؟



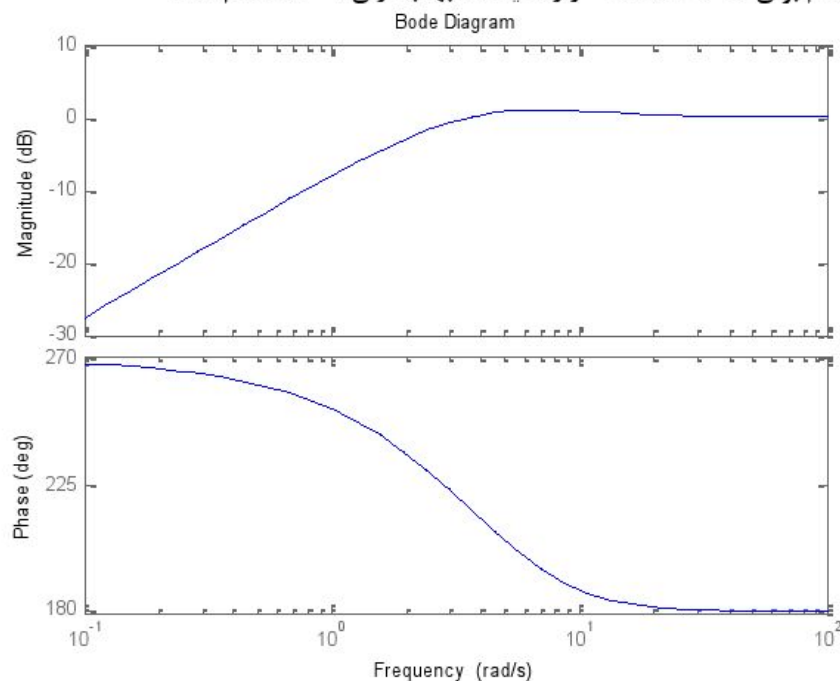
$$G(S) = \frac{-S}{(S+1)^2} \quad (2)$$

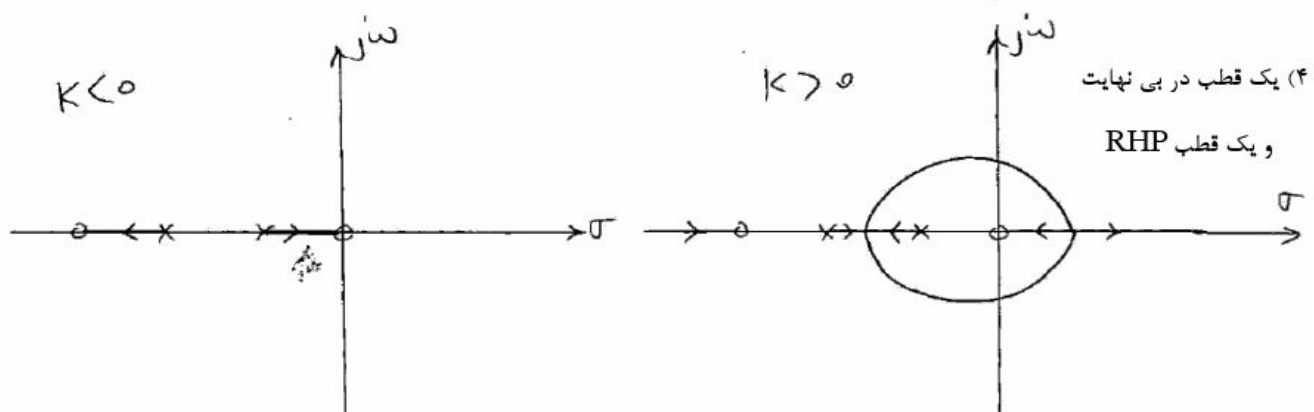
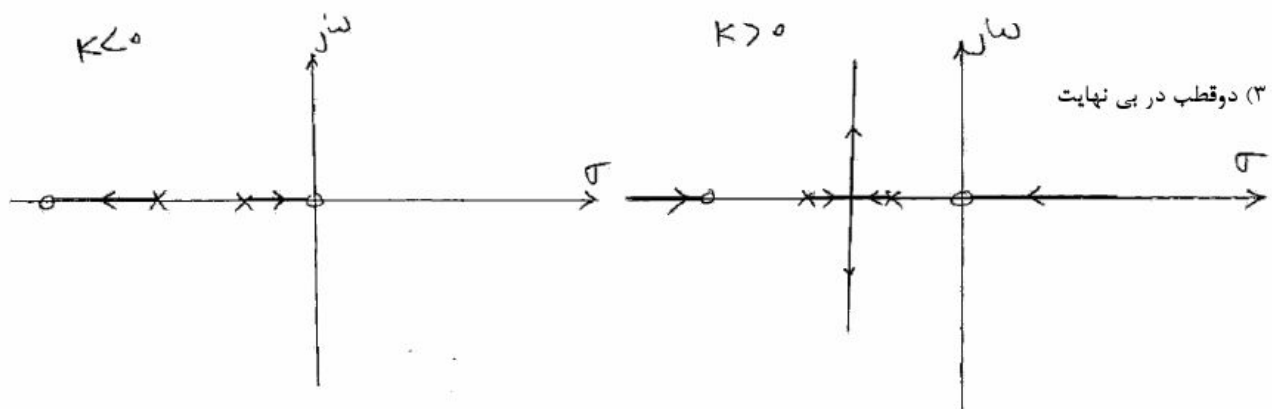
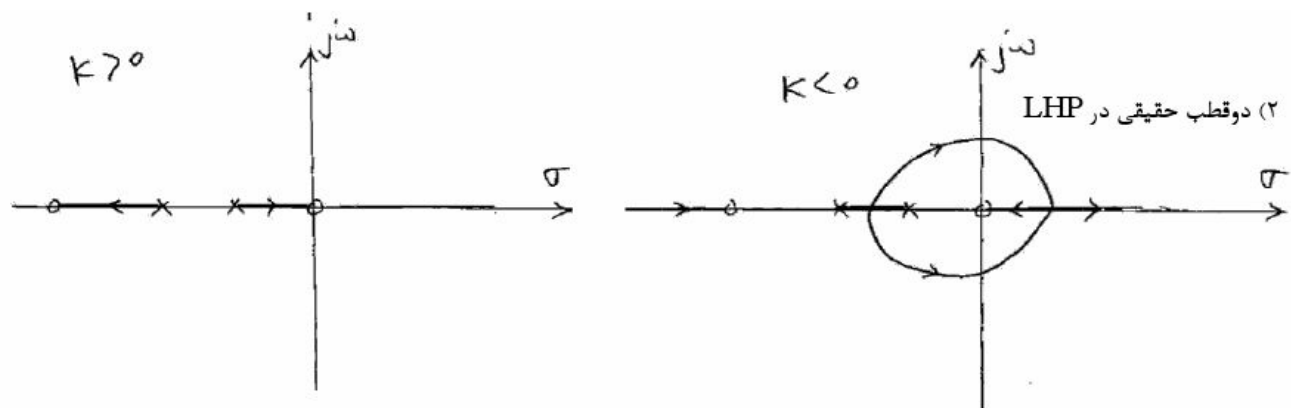
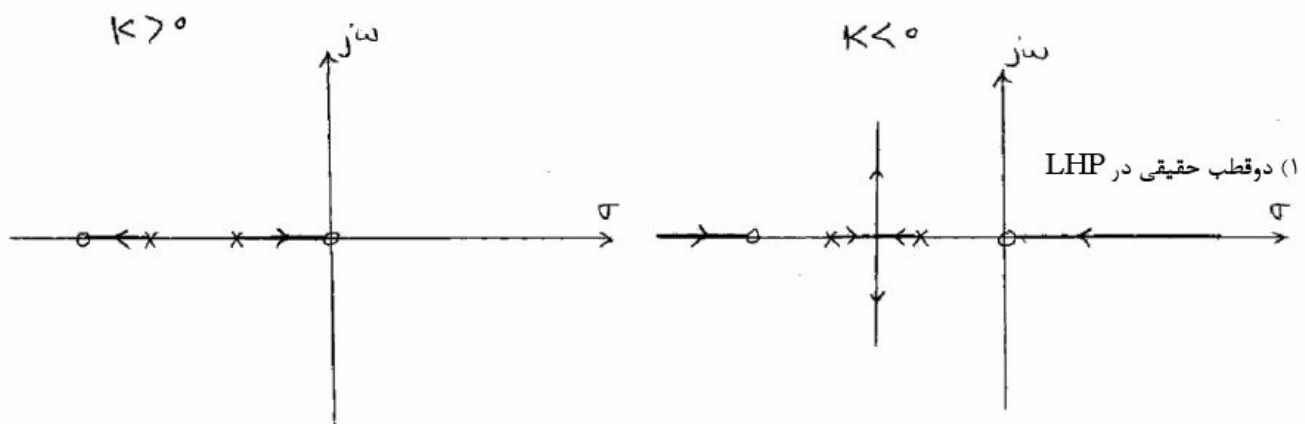
$$G(S) = \frac{1}{S} \quad (1)$$

$$G(S) = \frac{S}{S^2 - 1} \quad (4)$$

$$G(S) = \frac{-S}{(S-1)^2} \quad (3)$$

۱۲- سیستم فیدبک واحد با تابع تبدیل مسیر پیش رو $G(S)$ که پاسخ فرکانسی آن در شکل زیر نشان داده شده است در نظر بگیرید. مکان هندسی ریشه های سیستم برای $-\infty < K < \infty$ و وضعیت قطبها به ازای $K = 1$ کدام است؟





سیستم‌های کنترل خطی

۱- گزینه «۳» صحیح است.

شرط آن است که مکان همواره سمت چپ محور $j\omega$ باشد.

$$\delta = \frac{-(a+b)+c}{2} < 0 \Rightarrow c < a+b$$

۲- گزینه «۳» صحیح است.

۳- گزینه «۲» صحیح است.

$$\angle G(j\omega) \bigg|_{\omega=2} = -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \omega - \tan^{-1} \frac{\omega}{a} = -\pi$$

$$\Rightarrow \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} \frac{2}{a} = \frac{\pi}{2} \rightarrow a = 4$$

$$e_{ss} = \frac{a}{k} = \frac{4}{k}$$

$$\Delta(S) = S^2 + \Delta S^2 + 4S + k$$

$$\text{شرایط پایداری } 0 < k < 20 \rightarrow e_{ss_{\min}} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

۴- گزینه «۱» صحیح است.

$$S^1 \rightarrow 60 - k = 0 \rightarrow k = 60$$

$$6S^2 + 66 = 0 \rightarrow S = \pm j\sqrt{11}$$

۵- گزینه «۱» صحیح است.

$$\Delta(S) = S^4 + \Delta S^3 + 6S^2 + ks + k = 0$$

$$\begin{array}{l} S^4 \\ S^3 \\ S^2 \\ S^1 \\ S^0 \end{array} \left| \begin{array}{ccc} 1 & 6 & k \\ \Delta & k & \\ 30-k & \Delta k & \rightarrow 2\Delta S^2 + 2\Delta = 0 \rightarrow s = \pm j \\ (30-k)k - 2\Delta k = 0 & \rightarrow 30-k = 2\Delta \rightarrow k = 5 \\ \Delta k & & \end{array} \right.$$

۶- گزینه «۳» صحیح است.

$$\Delta(S) = S(S+1)(S+a) + 10 \cdot a = 0$$

$$a = 99$$

۷- گزینه «۳» صحیح است.

۸- گزینه «۱» صحیح است.

$$\omega_d = 3, \quad \tan \theta = \sqrt{3}, \quad \xi = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \omega_o = \omega_r = \sqrt{6}; \quad M_r = |T(\omega_o)| = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۹- گزینه «۳» صحیح است.

شیب شروع db -۴۰ است و فاز شروع ° است بنابراین بهره منفی است. صفر سمت راست داریم:

$$G(S) = \frac{-0.1(0.1 - S)}{S^2(S+1)}$$

۱۰- گزینه «۴» صحیح است.

$$G(S) = \frac{S^2 + 4}{S^2 - 1}$$

$$\Delta(S) = (1+K)S^2 + 4K - 1$$

$$K > \frac{1}{4} \rightarrow \text{پایدار مرزی}$$

$$K < -1 \rightarrow \text{پایدار مرزی}$$

$$-1 < K < \frac{1}{4} \rightarrow \text{RHP در یک ریشه}$$

۱۱- گزینه «۴» صحیح است.

$$G(S) = \frac{S}{S^2 - 1} = \frac{-S}{(1-S)(1+S)}$$

۱۲- گزینه «۳» صحیح است.

سیستم های کنترل خطی

۱- معادلات حالت سیستمی به صورت $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$ در نظر بگیرید. فیدبک حالت $u = -kx$ چنان طراحی شده است

که قطب های حلقه بسته در $s = -\frac{\sqrt{2}}{2} \pm j\frac{\sqrt{2}}{2}$ جایابی شوند. بردار k کدام گزینه است؟

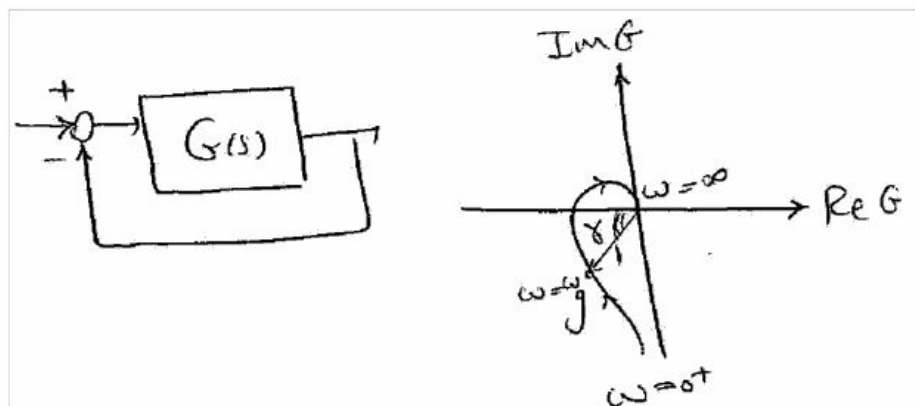
(۱) $k = \begin{bmatrix} 3 & 3 + \sqrt{2} \end{bmatrix}$

(۲) $k = \begin{bmatrix} 1 & 3 - \sqrt{2} \end{bmatrix}$

(۳) $k = \begin{bmatrix} 4 & 3 - \sqrt{2} \end{bmatrix}$

(۴) بردار k نمی توان یافت چون سیستم کنترل پذیر حالت نیست

۲- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر نمودار قطبی $G(s)$ به صورت شکل داده شده باشد و $S(s)$ تابع تبدیل حساسیت سیستم باشد، کدام گزینه صحیح است؟ ($G(s)$ حداقل فاز و $|G(0)| > 1$ فرض شود)



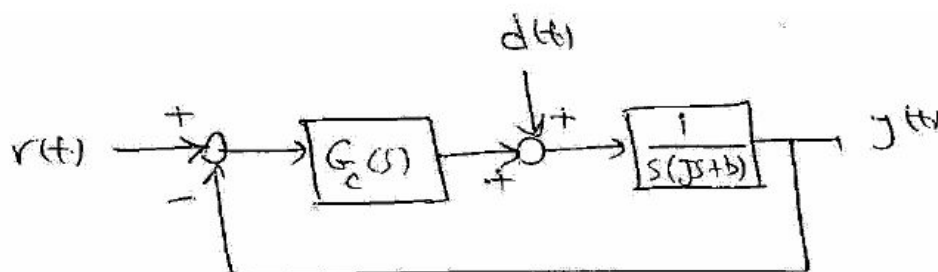
(۲) $|S(j\omega_g)| = \frac{1}{2\sqrt{1+\cos\gamma}}$

(۱) $|S(j\omega_g)| = \frac{1}{2\sqrt{1-\cos\gamma}}$

(۴) $|S(j\omega_g)| = \frac{1}{\sqrt{2(1-\frac{1}{2}\cos\gamma)}}$

(۳) $|S(j\omega_g)| = \frac{1}{\sqrt{2(1-\cos\gamma)}}$

۳- در سیستم کنترل شکل زیر برای آنکه اثر ورودی اغتشاش به در خروجی صفر شود کدام کنترلر مناسب است؟



P (۱)

PI (۲)

PD (۳)

Lag (۴)

۴- در سیستم کنترل زیر k چنان انتخاب شده که حد بهره برابر 6 db شود. خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی

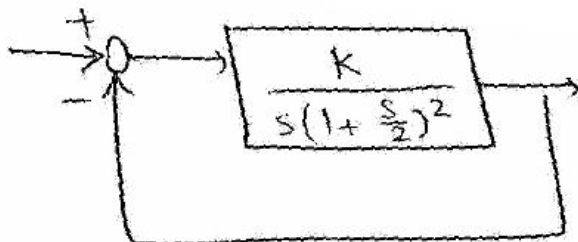
$$r(t) = (2t + 3)u(t) \text{ کدام است؟}$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\text{بی نهایت} \quad (4)$$



۵- معادلات حالت سیستمی به صورت زیر است که u ورودی پله واحد است. پاسخ حالت ماندگار سیستم به این ورودی کدام است؟

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \mathbf{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x}$$

$$1 \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{-1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۶- نمایش فضای حالت سیستمی به صورت $\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{Cx} \end{cases}$ داده شده است. اگر متغیرهای حالت جدیدی به صورت $\mathbf{z} = \mathbf{Mx}$ انتخاب کنیم معادلات حالت جدید به کدام صورت خواهند شد؟ (\mathbf{M} ماتریس ناویژه است)

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{MAM}^{-1}\mathbf{z} + \mathbf{MBu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{CM}^{-1}\mathbf{z} \end{cases} \quad (2)$$

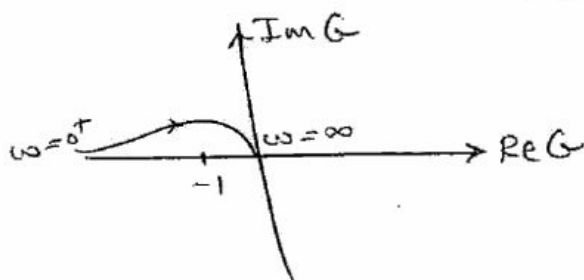
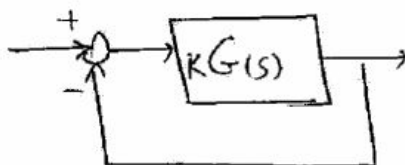
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{AMz} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{MCz} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{هیچ کدام} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{MAM}^{-1}\mathbf{z} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{CMz} \end{cases} \quad (3)$$

۷- سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. اگر نمودار قطبی $G(s)$ به صورت شکل داده شده باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

$G(s)$ حداقل فاز است



(۱) خطای حالت دایمی به ورودی شیب واحد برابر صفر است.

(۲) حد فاز سیستم مثبت است.

(۳) مکان هندسی ریشه‌های $G(s)$ به ازای $k > 0$ همواره یک شاخه سمت راست دارد.

(۴) هر سه گزینه

۸- اگر q و ω به ترتیب محل برخورد نمودار نایکوئیست و فرکانس برخورد آن با محور حقیقی باشند این مقادیر برای سیستم

$$G(s) = \frac{s+2}{s^2(s+4)(s+5)}$$

کدام است؟

$$q = -\frac{1}{\lambda}, \quad \omega = 2 \quad (2)$$

$$q = -\frac{1}{1\lambda}, \quad \omega = \sqrt{2} \quad (1)$$

$$q = -\frac{1}{\lambda}, \quad \omega = 2 \quad (4)$$

$$q = -\frac{1}{1\lambda}, \quad \omega = \sqrt{2} \quad (3)$$

۹- اگر $\varphi(t)$ ماتریس انتقال حالت سیستمی با معادلات حالت $\dot{X} = Ax + Bu$ باشد و داشته باشیم

$$\varphi^{-1}(t) = \begin{bmatrix} e^{\gamma t} \cos t - \gamma e^{\gamma t} \sin t & -e^{\gamma t} \sin t \\ \Delta e^{\gamma t} \sin t & e^{\gamma t} \cos t + \gamma e^{\gamma t} \sin t \end{bmatrix}$$

ماتریس A کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\Delta & -\gamma \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta \\ 1 & -\gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

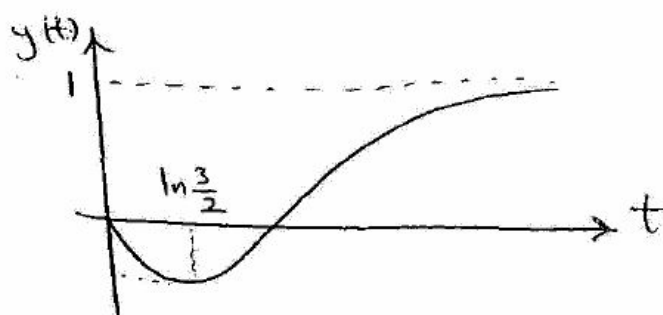
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\gamma & -\Delta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\gamma & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

۱۰- معادلات حالت سیستمی به صورت زیر است. اگر به ازای ورودی $u = u(t)$ خروجی $y(t)$ به صورت زیر باشد، a و b کدام است؟

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} a \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 4 & b \end{bmatrix} x$$



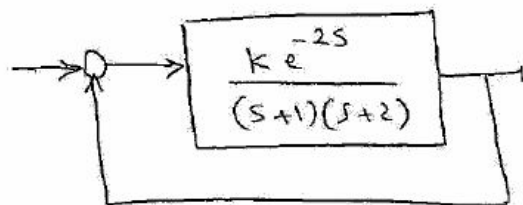
$$b = -3, \quad a = 1 \quad (2)$$

$$b = +3, \quad a = 1 \quad (1)$$

$$b = -3, \quad a = -1 \quad (4)$$

$$b = 3, \quad a = -1 \quad (3)$$

۱۱- کدام گزینه در مورد مکان هندسی ریشه های سیستم کنترل زیر صحیح است؟



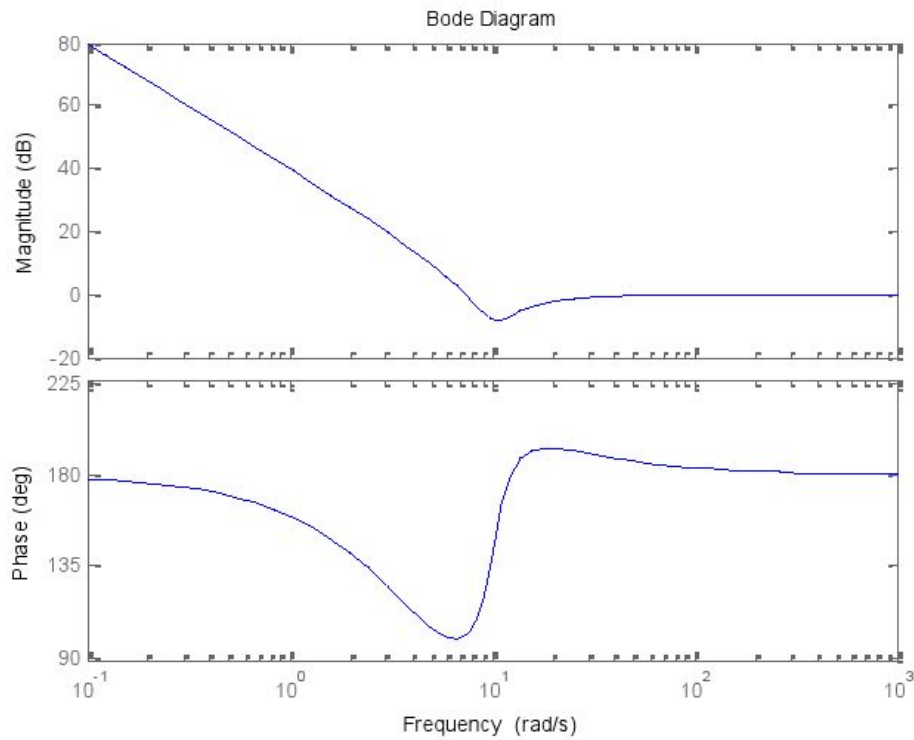
(۱) محل قطبهای حلقه باز به صورت $s = -\infty \pm j\ell\pi$ است که $\ell \in \mathbb{Z}$

(۲) محل صفرهای حلقه باز به صورت $s = +\infty \pm j(2\ell+1)\frac{\pi}{2}$ است که $\ell \in \mathbb{Z}$

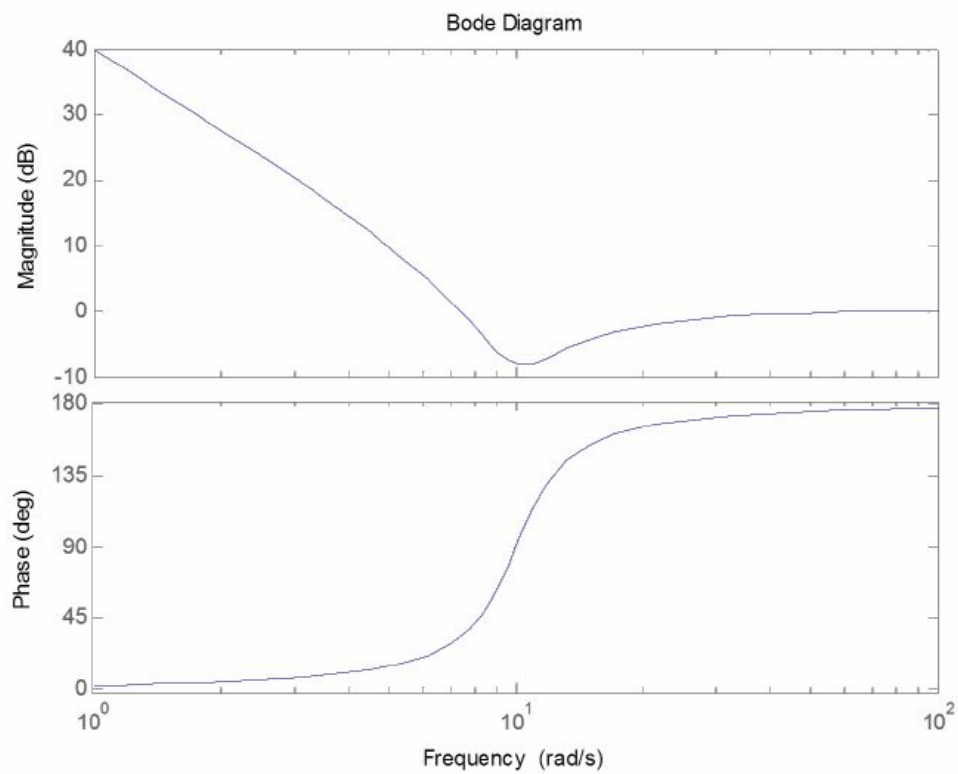
(۳) محل برخورد مکان با محور $j\omega$ از حل معادله $\tan 2\omega = \frac{3\omega}{\omega^2 - 2}$ بدست می آید.

(۴) هر سه گزینه صحیح است

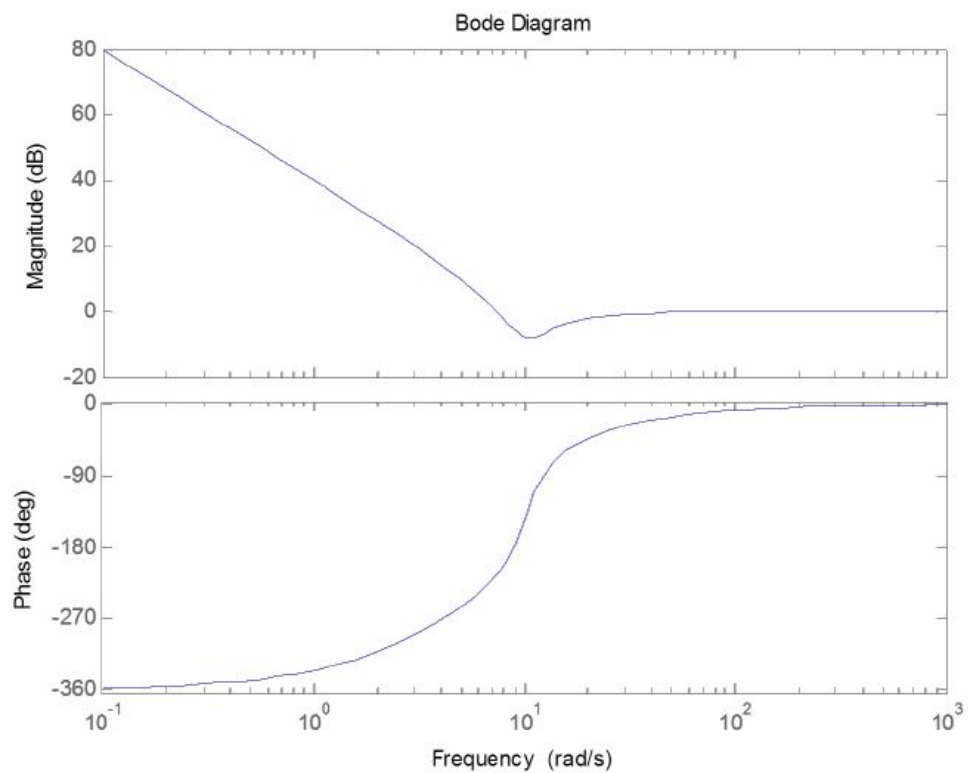
۱۲- دیاگرام بودی تابع تبدیل $G(s) = \frac{s^2 - s^2 + 10s - 50}{s^2 + 5s^2}$ کدام گزینه است؟



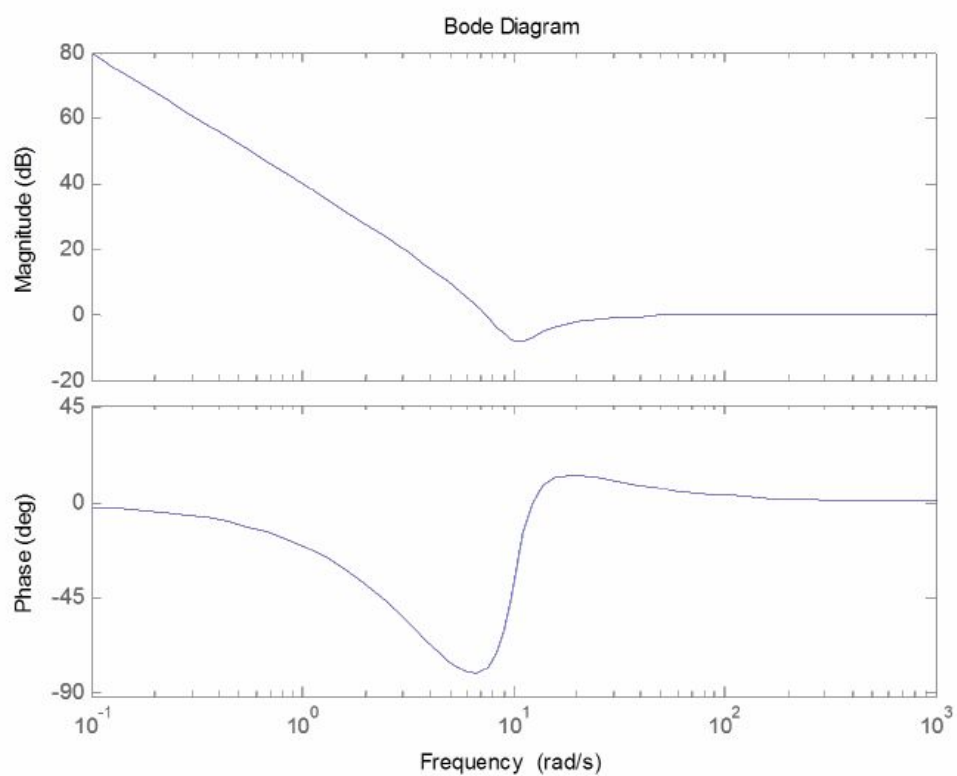
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

سیستم‌های کنترل خطی

۱- گزینه «۱» صحیح است.

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ r & r \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x$$

$$u = -[k_1 \quad k_r] x$$

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ r & r \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -k_1 & -k_r \end{pmatrix} x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ r-k_1 & r-k_r \end{pmatrix} x$$

$$\Delta(s) = s(s-r+k_r) + k_1 - r = s^r + (k_r-r)s + k_1 - r$$

$$s = -\xi \omega_n \pm j \omega_n \sqrt{1-\xi^r} = \frac{-\sqrt{r}}{r} \pm j \frac{\sqrt{r}}{r}$$

$$\Delta(s) = s^r + \sqrt{r} s + 1 \Rightarrow \begin{cases} k_1 = r \\ k_r = r + \sqrt{r} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \xi = \frac{1}{r} \\ \omega_n = r \end{cases} \quad \omega_d = r \sqrt{1 - \frac{1}{r^2}} = \sqrt{r}$$

$$t_s = \frac{r}{\xi \omega_n} = r$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\sqrt{r}}$$

$$M_r = \frac{1}{r \xi \sqrt{1-\xi^r}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{r}}{r}} = \frac{r}{\sqrt{r}}$$

$$x = -\frac{1}{r \xi} = 1$$

$$\omega_o = r$$

۲- گزینه «۲» صحیح است.

$$S(s) = \frac{1}{1+G(s)}$$

$$S(j\omega) = \frac{1}{1+G(j\omega)} = \frac{1}{1+|G(j\omega)| e^{j\angle G(j\omega)}}$$

$$S(j\omega_g) = \frac{1}{1+e^{j(-\pi+\gamma)}} = \frac{1}{1+\cos(-\pi+\gamma) + j\sin(-\pi+\gamma)}$$

$$S(j\omega_g) = \frac{1}{1-\cos \gamma + j\sin \gamma}$$

$$|S(j\omega_g)| = \frac{1}{\sqrt{1+\cos^r \gamma - r \cos \gamma + \sin^r \gamma}} = \frac{1}{\sqrt{r(1-\cos \gamma)}}$$

۳- گزینه «۲» صحیح است.

باید در مخرج کنترلر s باشد.

۴- گزینه «۲» صحیح است.

$$G_M = 2 \cdot \log a = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$s \left(1 + \frac{s}{2} \right)^2 + 2k = 0 \Rightarrow \frac{s^2}{4} + s + 2k = 0$$

$$\begin{array}{l} s^2 \left| \begin{array}{cc} \frac{1}{4} & 1 \\ s^2 & 2k \end{array} \right. \\ s^1 \left| \begin{array}{cc} 1 & 2k \end{array} \right. \\ s^0 \left| \begin{array}{cc} 1 - \frac{k}{2} & 2k \end{array} \right. \end{array} \Rightarrow k = 2$$

$$e_{ss}|_{vt} = \frac{2}{k_v} = \frac{2}{k} = 1$$

۵- گزینه «۴» صحیح است.

$$T(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = C(SI - A)^{-1} B$$

$$y_{ss} = C(-A)^{-1} B = (2 \ 1) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (2 \ 1) \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 1$$

۶- گزینه «۲» صحیح است.

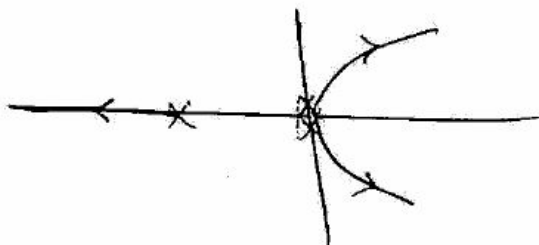
$$\dot{x} = M^{-1} z$$

$$M^{-1} z = AM^{-1} z + Bu \Rightarrow z = MAM^{-1} z + MBu$$

$$y = CM^{-1} z \quad y = CM^{-1} z$$

۷- گزینه «۴» صحیح است.

سیستم حلقه بسته ناپایدار است بنابراین $e_{ss} = \infty$
حد فاز منفی است.



۸- گزینه «۱» صحیح است.

راث بزنید.

۹- گزینه «۲» صحیح است.

$$\varphi^{-1}(t) = \varphi(-t) \quad A = \varphi(\circ)$$

۱۰- گزینه «۲» صحیح است.

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1a}{s+1} + \frac{2b}{s+2}$$

$$u(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow y(s) = \frac{1a}{s(s+1)} + \frac{2b}{s(s+2)} = \frac{1a}{s} + \frac{-1a}{s+1} + \frac{b}{s} + \frac{-b}{s+2}$$

$$y(t) = (1a + b) u(t) - (1a e^{-t} + b e^{-2t}) u(t)$$

$$1a + b = 1$$

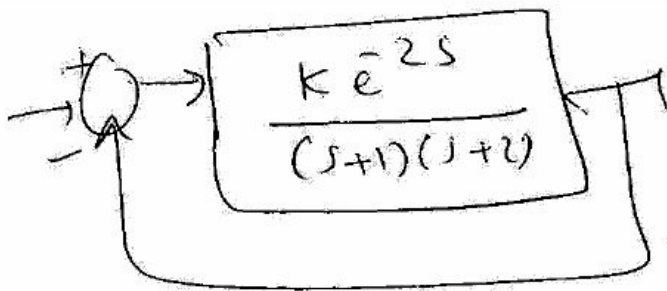
$$y'(t) = 0 \Rightarrow -1a e^{-t} - 2b e^{-2t} = 0 \Rightarrow -1a e^{-t} = 2b e^{-2t}$$

$$e^t = -\frac{b}{1a} \Rightarrow \frac{-b}{1a} = \frac{2}{2}$$

$$a = 1$$

$$b = -1$$

۱۱- گزینه «۳» صحیح است.



$$\Delta(s) = s^2 + 3s + 2 + K e^{-2j\omega} = 0$$

$$\Delta(j\omega) = 2 - \omega^2 + K \cos 2\omega + j(3\omega - K \sin 2\omega) = 0$$

$$2 - \omega^2 = -K \cos 2\omega \Rightarrow 3\omega = K \sin 2\omega$$

$$\frac{2 - \omega^2}{3\omega} = -\cot 2\omega \Rightarrow \tan 2\omega = \frac{3\omega}{\omega^2 - 2}$$

۱۲- گزینه «۴» صحیح است.

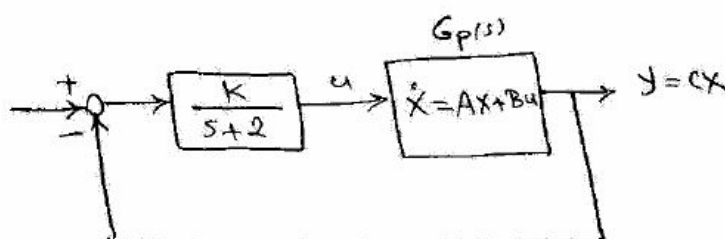
سیستم های کنترل خطی

۱ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. به ازای کدام مقدار k خطای حالت ماندگار به ورودی شیب واحد برابر 0.1 می شود؟

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$



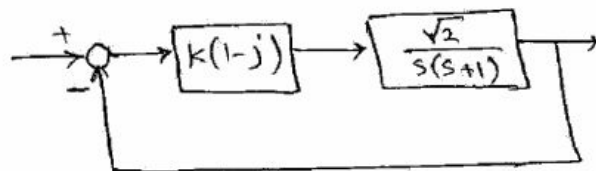
(۴) هیچ مقدار k

(۳) $k = 20$

(۲) $k = 30$

(۱) $k = 60$

۲ - در سیستم کنترل شکل زیر به ازای کدام مقادیر k سیستم حلقه بسته پایدار است؟ (فرض کنید k حقیقی و مثبت است)



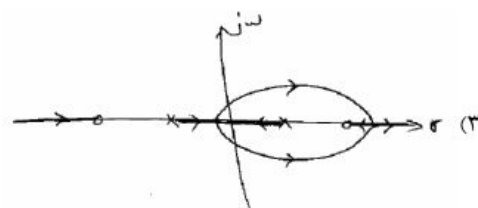
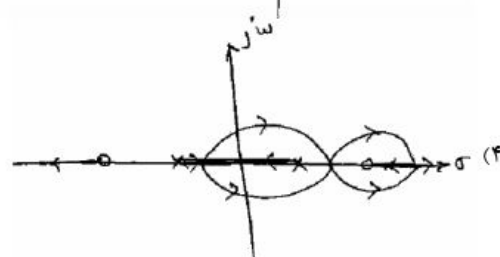
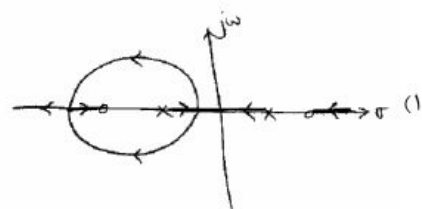
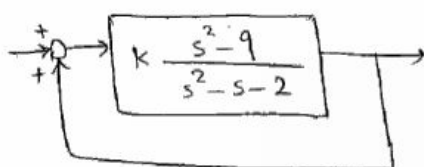
$$k > \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (1)$$

$$0 < k < \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$k > 1 \quad (3)$$

$$0 < k < 1 \quad (4)$$

۳ - سیستم کنترل شکل زیر را در نظر بگیرید. مکان هندسی سیستم کدام گزینه است؟ $0 < k < \infty$



۴ - جدول راث متناظر با معادله مشخصه سیستمی به صورت زیر است. اگر این سیستم دو قطب روی محور $j\omega$ و سه قطب در RHP داشته باشد کدام گزینه می تواند صحیح باشد؟

s^4	a	x	x	x	x
s^3	b	x	x	x	
s^2	c	x	x	x	
s^1	d	x	x	x	
s^0	e	x	x		
s^3	f	x			
s^2	g	x			
s^1	h				
s^0	i				

داشته باشد کدام گزینه می تواند صحیح باشد؟

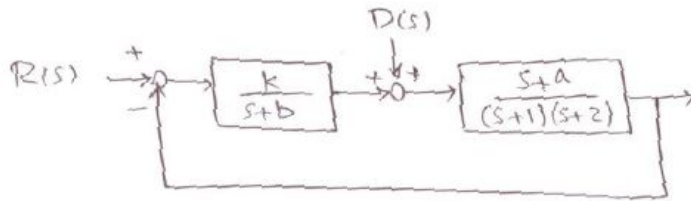
(۱) c و f منفی و بقیه ضرایب ستون اول مثبت هستند.

(۲) f و h و i منفی و بقیه ضرایب ستون اول مثبت هستند.

(۳) b و g منفی و بقیه ضرایب ستون اول مثبت هستند.

(۴) a و h منفی و بقیه ضرایب ستون اول مثبت هستند.

۵ - در سیستم کنترل شکل زیر به ازای کدام مقادیر k, b, a اغتشاش پله ای $D(s) = \frac{1}{s}$ حذف و ورودی مرجع $r(t) = e^{-\tau t} u(t)$ کاملاً ردیابی می شود؟



(۱) هیچ مقدار k, b, a

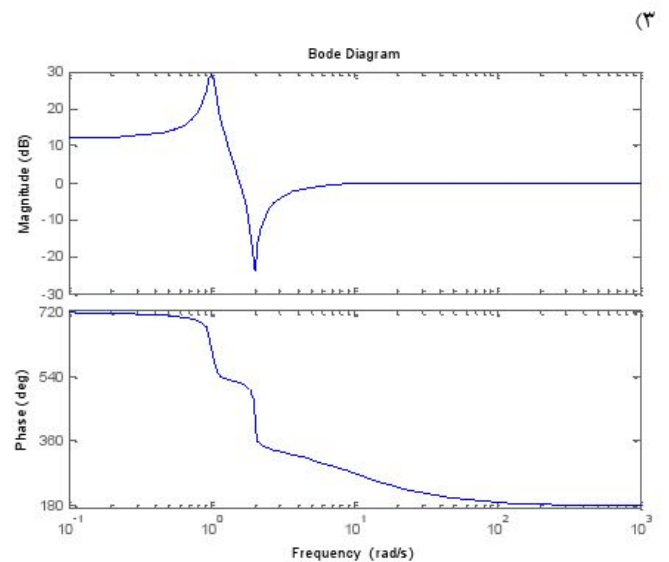
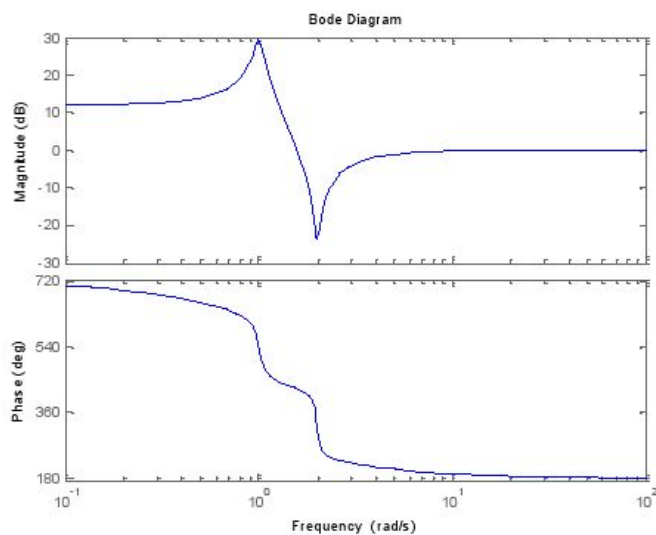
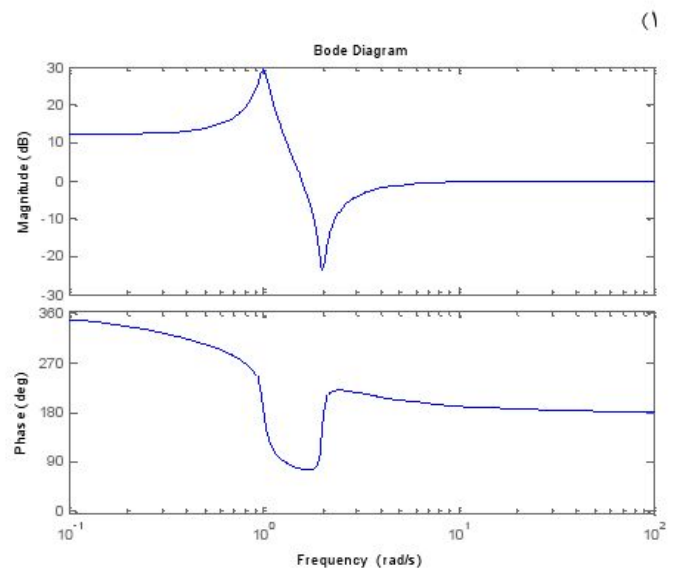
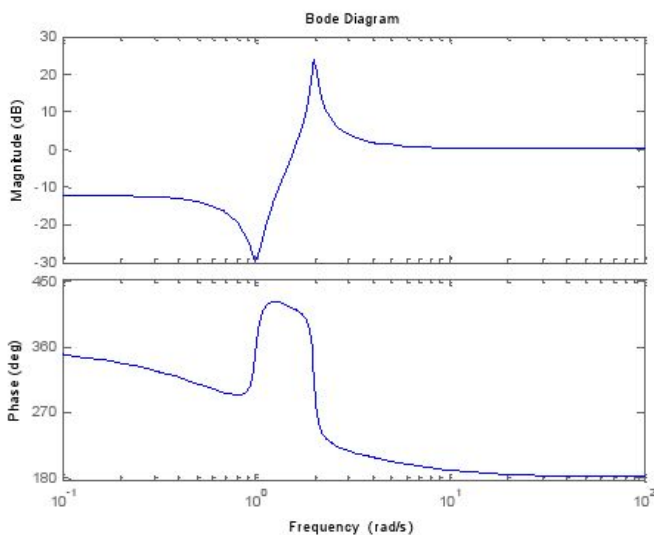
(۲) $k < 10, b = 3, a \neq 0$

(۳) $k < 10, b = 3, a = 0$

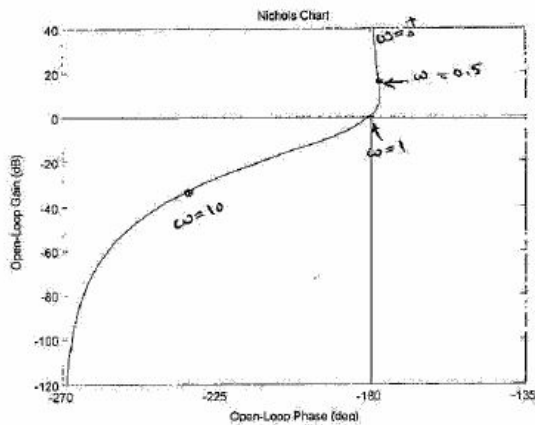
(۴) k هر مقدار, $b = 3, a = 0$

۶ - دیاگرام بودی تابع تبدیل زیر کدام است؟

$$G(s) = \frac{(s^2 - 0.1s + 4)(1-s)}{(s^2 + 0.1s + 1)(1+s)}$$



۷ - نمودار لگاریتم اندازه فاز سیستمی به صورت زیر است. کدام گزینه در مورد این سیستم صحیح نیست



(۱) سیستم در مرز پایداری است

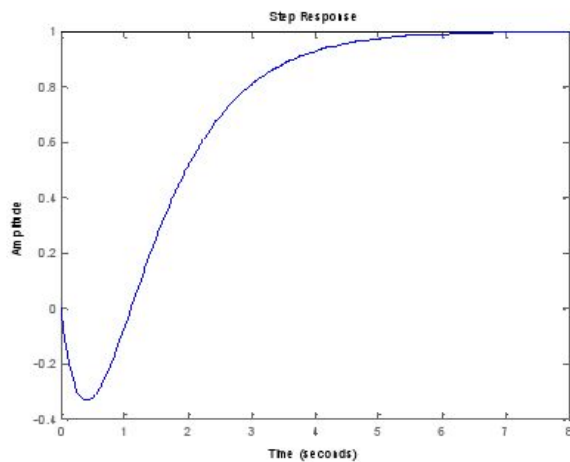
(۲) مکان هندسی سیستم در نقطه $s = \pm j\omega$ بر خورد کرده است.

(۳) با افزایش بهره، سیستم همواره ناپایدار خواهد شد.

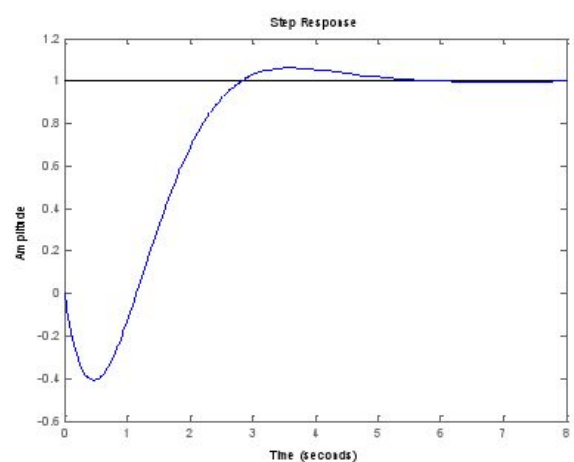
(۴) با کاهش بهره، هیچگاه حد فاز ماکزیمم نمی شود.

۸ - در کدام گزینه تابع تبدیل با پاسخ پله داده شده مطابقت ندارد؟

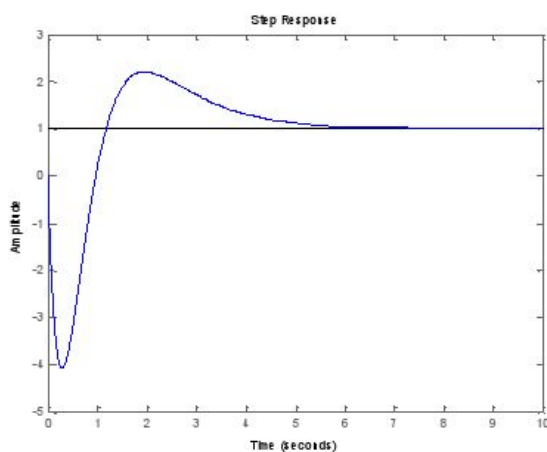
$$G(s) = \frac{2(1-s)}{s^2 + 3s + 2} \quad (۲)$$



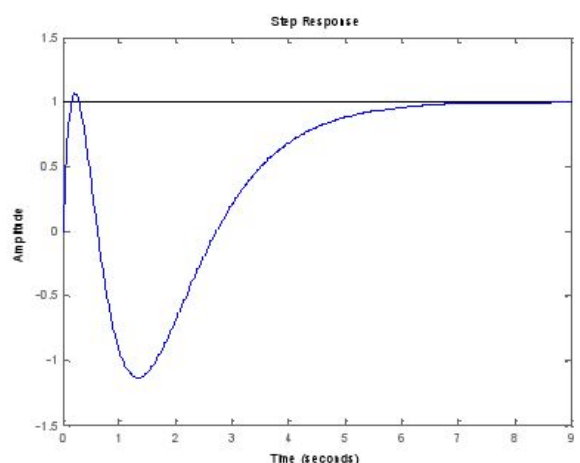
$$G(s) = \frac{2(1-s)}{s^2 + 2s + 2} \quad (۱)$$



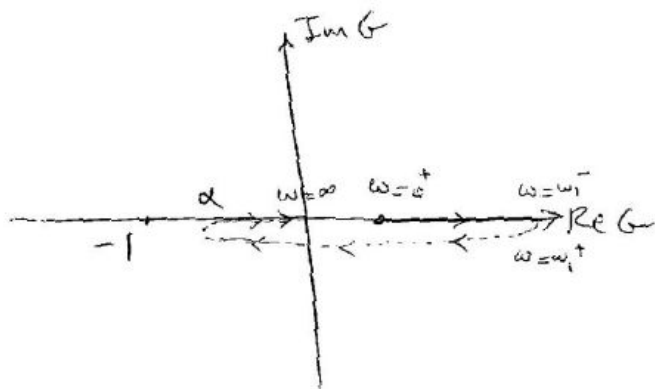
$$G(s) = \frac{6(1-3s)(1-2s)}{(s+3)(s^2 + 3s + 2)} \quad (۴)$$



$$G(s) = \frac{6(1-s)(1-2s)}{(s+3)(s^2 + 3s + 2)} \quad (۳)$$



۹ - یک سیستم با فیدبک منفی واحد و تابع تبدیل $G(s)$ که دیاگرام قطبی آن در شکل نشان داده شده است را در نظر بگیرید. کدام گزینه در مورد پایداری سیستم حلقه بسته صحیح است؟ (دقت کنید دیاگرام قطبی تماماً حقیقی بوده و تکه خطچین تنها برای وضوح خارج از محور حقیقی نمایش داده شده است و $G(s)$ صفر و قطبی در RHP ندارد و درجه آنها کمتر از ۵ است)



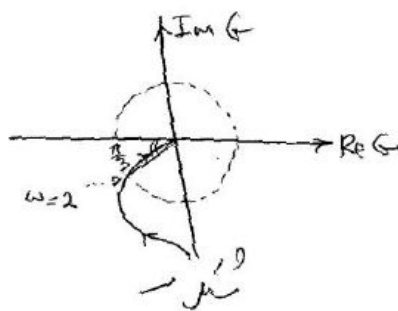
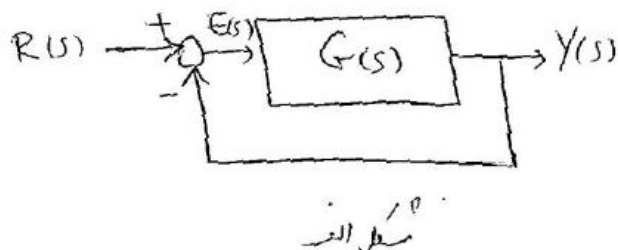
(۱) سیستم حلقه بسته پایدار است.

(۲) سیستم حلقه بسته پایدار مرزی است.

(۳) سیستم حلقه بسته ناپایدار با یک قطب در RHP است.

(۴) سیستم حلقه بسته ناپایدار با دو قطب در RHP است.

۱۰ - سیستم کنترل شکل الف را در نظر بگیرید. اگر دیاگرام قطبی $G(s)$ به صورت شکل ب باشد دامنه خطای سیستم به ورودی $r(t) = A \sin \tau t u(t)$ کدام است؟



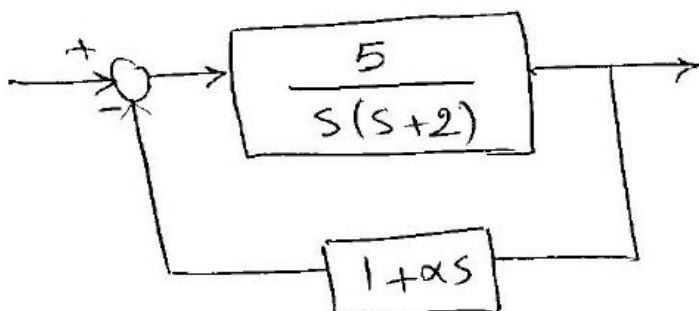
$$\frac{A}{2} \quad (۱)$$

$$A \quad (۲)$$

$$\frac{A\sqrt{2}}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{A\sqrt{3}}{2} \quad (۴)$$

۱۱ - تابع تبدیل حساسیت سیستم حلقه بسته شکل زیر نسبت به پارامتر α چه نوع فیلتری است؟ $S_{\alpha}^{T(s)}$ (تابع تبدیل حلقه بسته)



(۱) پایین گذر

(۲) بالا گذر

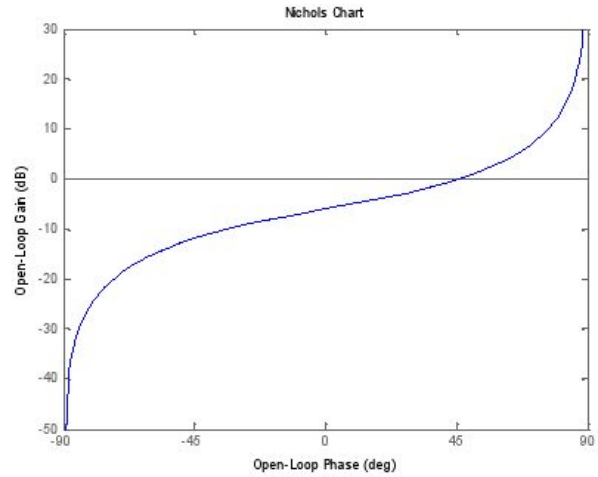
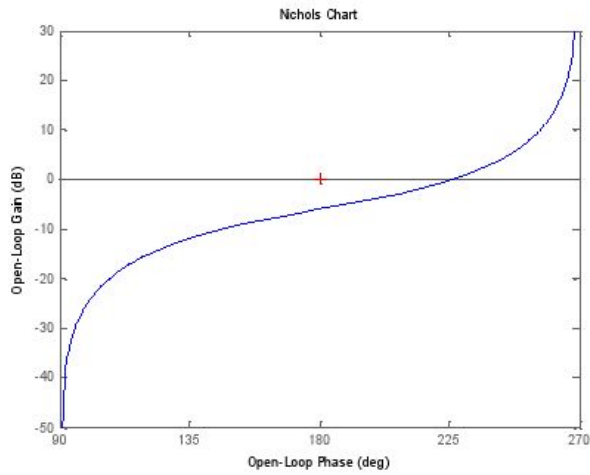
(۳) میان گذر

(۴) میان نگذر

۱۲- کدام گزینه نمودار لگاریتم اندازه فاز سیستم زیر را صحیح نشان می دهد؟

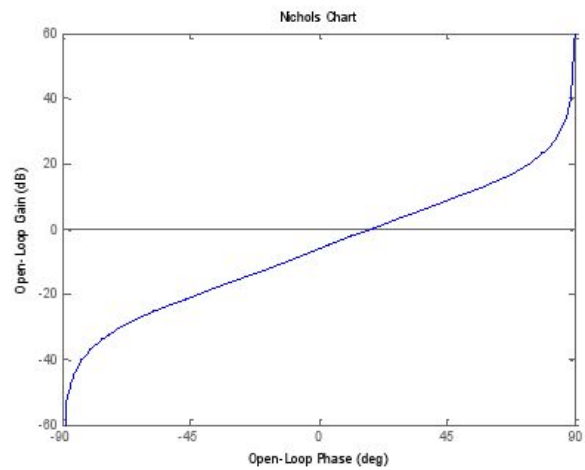
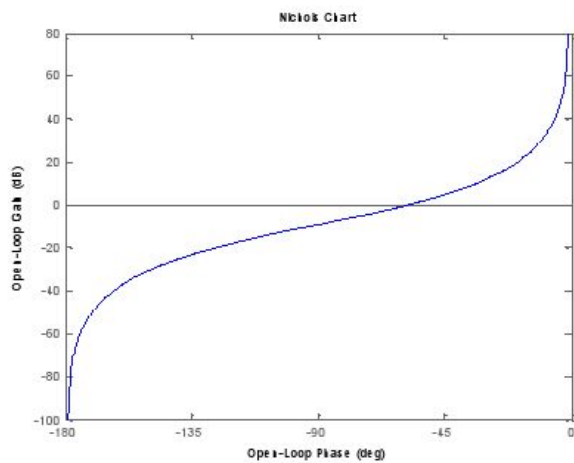
$$G(s) = \frac{s-1}{s^2+2s} \quad (۲)$$

$$G(s) = -\frac{s-1}{s^2+2s} \quad (۱)$$



$$G(s) = \frac{s-1}{s^2+2s^2} \quad (۴)$$

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2+2s} \quad (۳)$$



سیستم‌های کنترل خطی

۱- گزینه «۱» صحیح است.

$$G_p(s) = \frac{1}{s^2 + 3s}$$

$$G_c(s) G_p(s) = \frac{k}{s(s+2)(s+3)}$$

$$e_{ss}|_{t \rightarrow \infty} = \frac{1}{k_r} = \frac{6}{k} = 0.1 \Rightarrow k = 60 \rightarrow \text{ناپایدار}$$

۲- گزینه «۲» صحیح است.

باید جایی که فاز پلنت $-\frac{3\pi}{4}$ می‌شود محاسبه کنیم:

$$\angle G_p = -\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \omega = -\frac{3\pi}{4}$$

$$\omega = 1$$

$$|G_p(j)| = 1$$

$$k < \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow -\sqrt{2}k > -1 \text{ بنابراین}$$

۳- گزینه «۱» صحیح است.

۴- گزینه «۴» صحیح است.

شکل ریشه متقارن داریم که دو تا از آنها روی $j\omega$ است بنابراین دو ریشه سمت راست متقارن باید داشته باشیم.

۵- گزینه «۳» صحیح است.

$$\Delta(s) = (s+1)(s+2)(s+3) + ks = s^3 + 6s + (11+k)s + 6$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 11+k \\ s^2 & 6 & 6 \\ s & 10-k & \\ s^0 & 1 & \end{array} \Rightarrow k < 10$$

۶- گزینه «۴» صحیح است.

$$G(s) = \frac{5(s+1)}{s^2(s+2)(s+3)} \text{ گزینه «۴» صحیح است.}$$

۸- گزینه «۴» صحیح است.

۹- گزینه «۴» صحیح است.

۱۰- گزینه «۲» صحیح است.

$$G(j\omega) = e^{j\frac{\omega\pi}{\omega}} = -\frac{1}{\omega} - j\frac{\sqrt{\omega}}{\omega}$$

$$E(s) = \frac{1}{1+G(s)} R(s)$$

$$R(s) \longrightarrow \boxed{F(s) = \frac{1}{1+G(s)}} \longrightarrow E(s)$$

$$r(t) = A \sin \omega t \longrightarrow \boxed{F(s)} \longrightarrow e(t) = A |F(j\omega)| \sin(\omega t + \angle F(j\omega))$$

$$F(j\omega) = \frac{1}{1+G(j\omega)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\omega} - j\frac{\sqrt{\omega}}{\omega}} = \frac{1}{\frac{1}{\omega} - j\frac{\sqrt{\omega}}{\omega}}$$

$$|F(j\omega)| = 1$$

۱۱- گزینه «۳» صحیح است.

$$T(s) = \frac{\Delta}{s(s+\gamma) + \alpha(1+\alpha s)}$$

$$S_{\alpha}^T = \frac{\partial T}{\partial \alpha} \times \frac{\alpha}{T} = \frac{\frac{0 - \cancel{\gamma\Delta}}{[]^{\gamma}}}{\cancel{\gamma}} \times \frac{\alpha}{\cancel{\gamma}}$$

$$S_{\alpha}^T = \frac{-\Delta s \alpha}{s^{\gamma} + (\gamma + \Delta \alpha)s + \Delta}$$

۱۲- گزینه «۴» صحیح است.