

هیدرولیک

- ۱- هیدرولیک کانالها، تالیف نصرت الله مقصودی و صلاح کوچک زاده، دانشگاه تهران
 - ۲- جریان در آبراهه های روباز، تالیف ک. سویرامانیا، ترجمه جواد فرمودی، دانشگاه ارومیه
 - ۳- هیدرولیک مهندسی، تالیف آقای دکتر محمد نجمایی، دانشگاه علم و صنعت
 - ۴- مکانیک سیالات و هیدرولیک، تالیف حسن مدنی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر
 - ۵- جریان کانالهای باز، تالیف حنیف چادری، ترجمه دکتر علی اکبر صالحی نیشابوری و مهندس سید مهدی تقدیسیان، انتشارات جزیل
 - ۶- هیدرولیک جریان در کانالها و رودخانه ها، تالیف گراف، ترجمه دکتر محمدی، دانشگاه ارومیه
 - ۷- هیدرولیک کانالهای باز، تالیف سید محمود حسینی و جلیل ابریشمی، دانشگاه فردوسی مشهد
- امتحان میان ترم سومین شنبه بعد از تعطیلات نوروز، ۷ نمره از کل، کتاب بسته، مسئله، قسمت میان ترم حذف نمی گردد.
- تکالیف ۳ نمره از کل، زمان تحویل هر سری تا ۲ هفته بعد از ارائه هر سری، بعد از آن به هیچ وجه پذیرفته نیست.
- امتحان پایان ترم ۱۷ نمره از کل، کتاب بسته، فقط مسئله

هیدرولیک: علم جریان آب

جریان آب در یک مجرا: ۱- تحت فشار ۲- جریان آزاد

هیدرولیک مجاری:

- ۱- هیدرولیک مجاری تحت فشار
- ۲- هیدرولیک کانال های باز

جریان تحت فشار یا جریان در مجرای بسته:

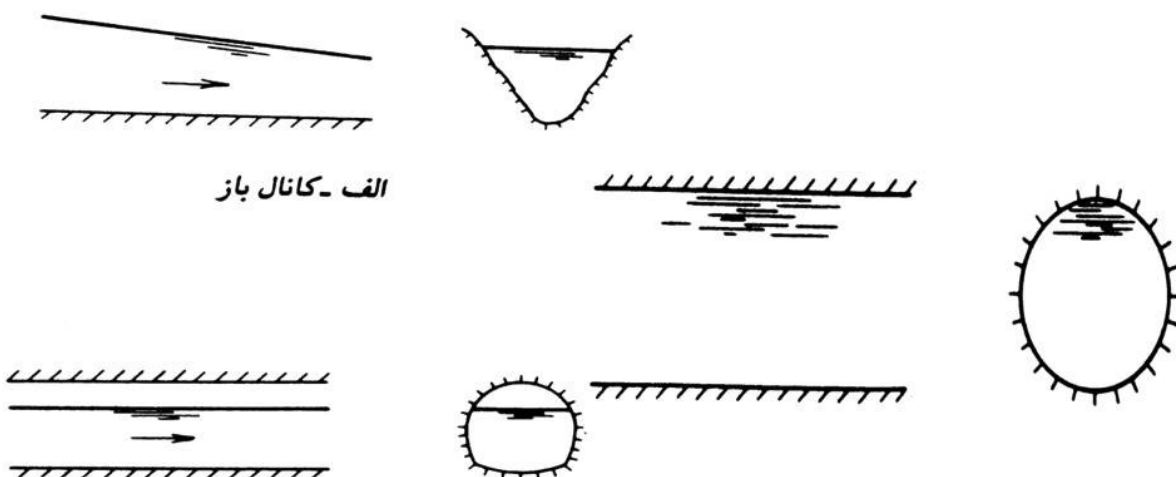
- ۱- تمامی مایع محصور در یک مرز جامد
- ۲- مرزهای مایع در تماس با جدار جامد

مثال: جریان در لوله های آبرسانی شهری، شبکه های توزیع آب شهری، لوله کشی ساختمان ها

جریان در کانال باز: تمامی مرزهای مایع در تماس با جدار جامد نبوده و یکی از مرزها در تمامی مسیر در معرض فشار اتمسفر می باشد

مثال: حرکت آب در آبراهه های طبیعی (رودخانه ها، نهرها، ...)، آبراهه های مصنوعی (کانال های آبرسانی و کانال های آبیاری و زهکشی)، شبکه های جمع آوری فاضلاب و ...

نکته: جریان در یک مجرای بسته نیز می تواند بصورت کانال باز عمل کند و این در صورتی است که تعریف عمومی کانال باز را ارضاء نموده و سطح آزاد آن در تماس با یک فشار ثابت قرار داشته باشد



الف - کانال باز

انرژی مکانیکی یا انرژی در دسترس در هر مقطع از جریان:

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z$$

H = انرژی مکانیکی کل

Z = انرژی پتانسیل ذرات آب

P/γ = کار نیروی فشاری

$V^2/2g$ = انرژی جنبشی

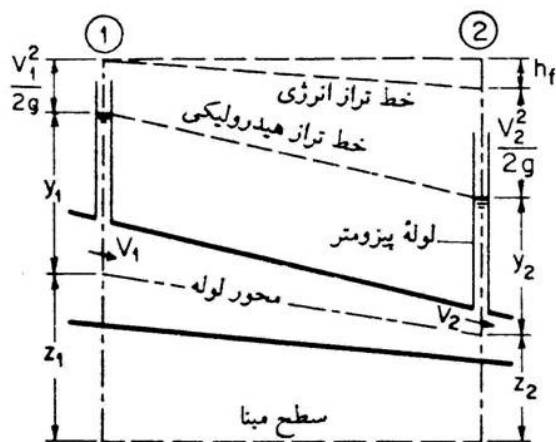
$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + Z$$

H = انرژی مکانیکی یا انرژی در دسترس

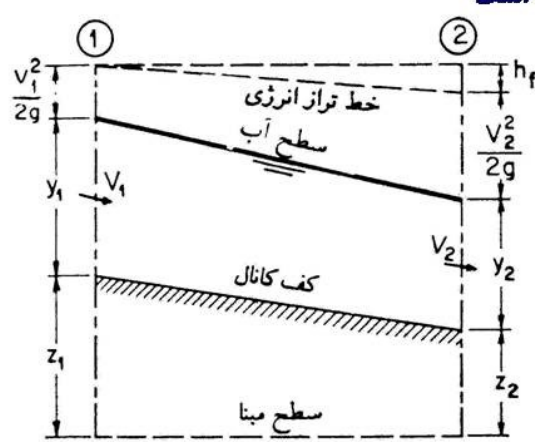
$\frac{P}{\gamma}$ = ارتفاع معادل فشار

Z = ارتفاع از مبنا
 $\frac{V^2}{2g}$ = ارتفاع معادل سرعت

انرژی کل در هر مقطع از جریان در واحد وزن بیان می‌شود ($N.m / N$) و دارای بعد طول است



الف) جریان تحت فشار



ب) جریان در کانال باز

مقایسه جریان در مجاری تحت فشار و جریان در کانال های باز:

۱- کانال های باز محدوده وسیعتری از جریان آب را شامل می شوند لذا دامنه تغییرات مشخصات هندسی مانند سطح مقطع و مشخصات دیگر مانند زبری در کانال های باز بیشتر است.

زیرا جریان در رودی به بزرگی رود نیل تا جریان در یک نهر کوچک و حتی جریان ورقه ای ناشی از رواناب بارندگی از قوانین عمومی کانالهای باز پیروی می کنند.

۲- جریان در کانال های باز درجه آزادی بیشتری نسبت به جریان در مجاری تحت فشار دارد و آن قابلیت تغییر عمق می باشد.

با تغییر در شیب کانالها و یا ایجاد موانع و تغییرات در مسیر جریان نیروی ثقل تغییر نموده و در نتیجه موقعیت سطح آزاد آب و بدخبال آن سایر مشخصات جریان تغییر خواهد نمود.

۳- در کانال های باز وابستگی بیشتری بین پارامترهای هیدرولیکی مشاهده می شود.

در یک جریان تحت فشار، سرعت هنگامی تغییر می کند که مقطع جریان تغییر کند ولی سرعت در کانال باز، بستگی به شیب طولی کانال، زبری جدار مقطع، مساحت مقطع، شکل مقطع و سایر پارامترهای هیدرولیکی جریان دارد.

۴- اطلاعات تجربی و آزمایشگاهی از جریان در مجاری تحت فشار بیش از کانال های باز می باشد.

۱- طبیعی (رودخانه‌ها)	} الف	تقسیم بندی کانال‌ها:
۲- مصنوعی (کانال‌های آبیاری)		
۱- منشوری (عمدتا مصنوعی)	} ب	
۲- غیر منشوری (عمدتا طبیعی)		
۱- کانال‌های با جدار ثابت	} ج	
۲- کانال‌های با جدار متحرک		

انواع مقاطع کانال های باز:

مقطع فوزقه: معمول ترین شکل کانال های آبیاری و کانال هایی که در مصالح خاکی که از جنس سخت نیستند ساخته می شود.

مقطع مثلثی: حالت خاصی از مقطع فوزقه ای است. برای انتقال دبی های کم و بیشتر در آزمایشگاه ها

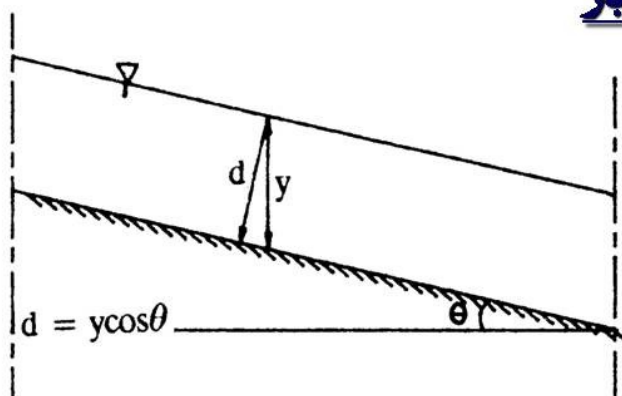
مقطع مستطیلی: حالت خاصی از مقطع فوزقه ای است. در مصالح سنگی یا مصالح از جنس سخت

مقطع دایره ای: معمول برای جمع آوری و انتقال آب و فاضلاب، بصورت پیش ساخته

مقطع سهمی شکل: به عنوان تقریبی از کانال های طبیعی استفاده می شود

مقطع نعل اسبی و تخم مرغی شکل: برای جمع آوری آب و فاضلاب

مشخصات هندسی مقاطع کانال‌های باز

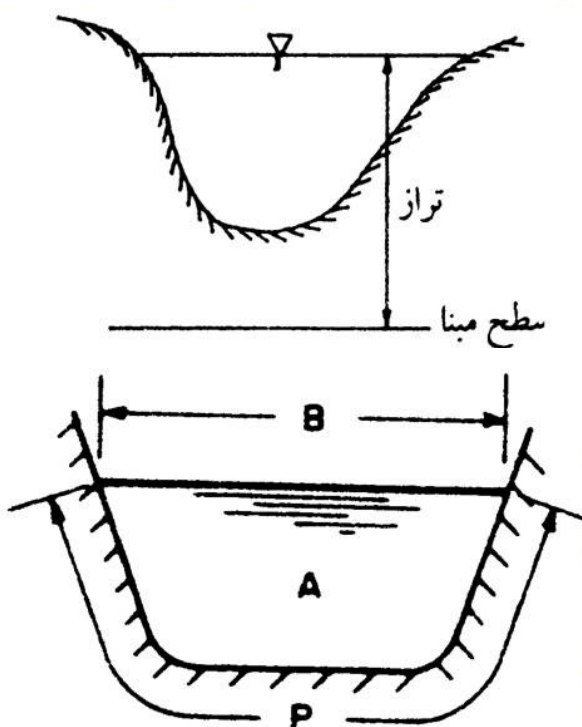


عمق جریان (y): در یک مقطع از کانال
فاصله قائم پایین‌ترین نقطه کف کانال
تا سطح آزاد آب

$$d = y \cdot \cos \theta$$

$$\text{IF } \theta < 6^\circ \Rightarrow d = y$$

تراز: در یک مقطع از کانال فاصله قائم سطح آزاد آب نسبت به یک سطح مبنای دلخواه (در اندازه‌گیری دبی رودخانه‌ها کاربرد دارد)



سطح مقطع جریان (A): در یک محل مساحت
مقطع جریان در صفحه عمود بر جهت عمومی
جریان.

عرض سطح آزاد (T): به طولی از مقطع جریان
گفته می‌شود که با هوای آزاد در تماس باشد.

پیرامون مرطوب (P): اگر از محیط کلی مقطع
جریان عرض سطح آزاد را کم کنیم پیرامون
مرطوب بدست می‌آید.

$$R = \frac{A}{P}$$

شعاع هیدرولیکی (R): نسبت سطح مقطع جریان را به پیرامون
مرطوب شعاع هیدرولیکی گویند.

$$\Rightarrow R = \frac{\pi (D^2 / 4)}{\pi D} = \frac{D}{4} \quad \text{قطر لوله} = D$$

$$D = \frac{A}{T}$$

عمق هیدرولیکی (D): نسبت سطح مقطع جریان را به عرض
سطح آزاد آب عمق هیدرولیکی گویند.

$$Z = A \sqrt{D} = A \sqrt{\frac{A}{T}} = \frac{A^{3/2}}{T^{1/2}}$$

فاکتور سطح (Z): این فاکتور در محاسبه عمق
بحرانی به کار می‌رود.

نامگذاری مختلف کانال های مصنوعی:

کانال: آبراهه طولانی با شیب ملایم که در زمین حفر می شود.

کانال پایدار (فلوم): جهت انتقال آب از یک سوی دره به سوی دیگر آن.

تند آبراه (شوت): به کانال دارای شیب کف تند که آب را از ارتفاع نسبتاً زیادی به ارتفاع پایین تر برساند (اختلاف ارتفاع بیش از ۵/۴ متر).

شیب شکن (دراب): شبیه تند آبراه می باشد ولیکن برای اختلاف ارتفاع کم کاربرد دارد (اختلاف ارتفاع ۰/۹ الی ۵/۴ متر).

آبرو (کالورت): جهت عبور دادن آب از زیر جاده و یا راه آهن به کار می رود.

تبدیل: هرگونه تغییر در جهت و یا سطح مقطع جریان که در فاصله کوتاهی از مسیر کانال صورت گیرد.

طبقه بندی و تشخیص انواع جریان:

۱- جریان دائمی و غیر دائمی: در این طبقه بندی تغییر در مشخصات جریان در واحد زمان معیار قرار می گیرد.

هرگاه در یک مقطع ثابت از جریان آب، عمق جریان با زمان تغییر نکند جریان دائمی و در صورت تغییر جریان را غیر دائمی گویند.

$$\left(x = \text{cont.}\right) \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \Rightarrow \text{جریان دائمی}$$

: در هر مقطع مشخصی از جریان

$$\left(x = \text{cont.}\right) \frac{\partial y}{\partial t} \neq 0 \Rightarrow \text{جریان غیر دائمی}$$

$$V = \text{سرعت متوسط} \Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \text{ و } \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \Rightarrow \text{جریان دائمی}$$

۲- جریان یکنواخت و غیر یکنواخت (متغیر): در این طبقه بندی تغییر در مشخصات جریان بر حسب مکان معیار قرار می گیرد.

اگر در هر لحظه زمانی ثابت در مقاطع مختلف و در راستای طولی جریان، عمق جریان تغییر نکند جریان یکنواخت و در صورت تغییر جریان را غیر یکنواخت گویند.

جریان یکنواخت $\Rightarrow \left(t = \text{cont.} \right) \frac{\partial y}{\partial x} = 0$
 : در هر لحظه زمانی ثابت

جریان غیر یکنواخت $\Rightarrow \left(t = \text{cont.} \right) \frac{\partial y}{\partial x} \neq 0$

$V = \text{سرعت متوسط}$ و $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$ و $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \Rightarrow$ جریان یکنواخت

دبی جریان می‌تواند ثابت باقی بماند $\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial x} \neq 0 \Rightarrow$ جریان غیر یکنواخت

جریان غیر یکنواخت یا متغیر:

الف- جریان متغیر تدریجی (Gradually Varied flow):

هرگاه تغییرات عمق جریان در فاصله طولانی از مسیر کانال صورت گیرد.

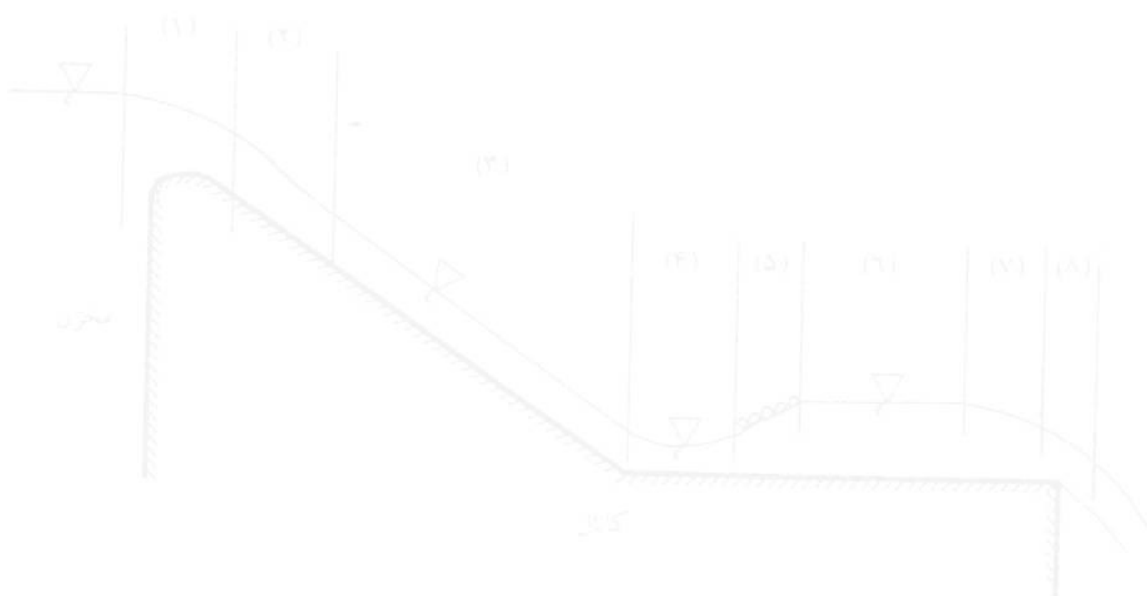
انحناء سطح آب قابل ملاحظه نیست.

از نظر فیزیکی مؤلفه شتاب عمود بر خط جریان (V^2/r) ناچیز می‌باشد.

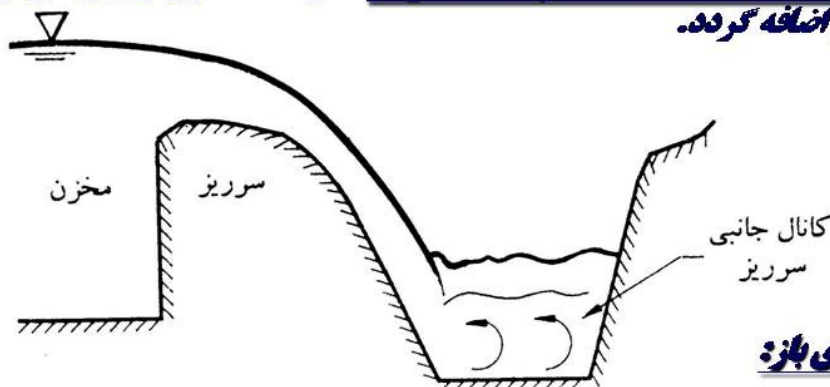
ب- جریان متغیر سریع (Rapidly Varried Flow): هرگاه تغییرات شدید عمق جریان در فاصله کوتاهی از مسیر کانال صورت گیرد.

انحناء سطح آب قابل ملاحظه است.

پدیده‌های موضعی است و مؤلفه شتاب عمود بر خط جریان (V^2/r) قابل صرف نظر کردن نمی‌باشد.



ج - جریان متغیر مکانی (Spatially Varried Flow): هرگاه مقداری از جریان از کانال اصلی گرفته و یا به آن اضافه گردد.



وضعیت جریان در کانال‌های باز:

نیروهای مؤثر بر عناصر جریان:
 ۱- نیروی ثقل
 ۲- نیروی لزجت
 ۳- نیروی کشش سطحی
 ۴- نیروی شتاب دهنده

تأثیر نیروی لزجت: تحت تأثیر نیروی لزجت به نیروی شتاب دهنده سه حالت متفاوت جریان در کانال‌ها مشاهده می‌گردد.

جریان آرام (لایه‌ای):

۱- نیروی لزجت قوت بیشتری نسبت به نیروی شتاب دهنده دارد.
 ۲- ذرات آب در راستای اصلی حرکت به آرامی بر روی یکدیگر می‌لغزند.
 ۳- حرکات پراکنده ملکول‌ها و نیز نیروی‌های بین ملکولی سبب بروز خاصیت لزجت در آب می‌گردد.

جریان آشفتنه (متلاطم):

۱- نیروی شتاب دهنده قوت بیشتری نسبت به نیروی لزجت دارد.
 ۲- ذرات آب از مسیر اصلی خود خارج شده و دارای حرکات پراکنده، غیر مشخص و نامنظم در عرض نیز می‌باشند.
 ۳- علاوه بر لزجت مطلق حرکات پراکنده ملکول‌ها سبب بروز خاصیتی از جریان تحت عنوان لزجت گردابه‌ای می‌گردد.
 نکته: جریان آشفتنه به دلیل نوسانات سرعت نسبت به زمان در یک نقطه از نوع غیر دائمی است.

ولیکن از نظر تحلیلی به جریان آشفتنه از دیدگاه ماکروسکوپی نگاه می‌شود بنابراین در صورتیکه سرعت متوسط جریان در یک نقطه (صرفنظر از نوسانات) بر حسب زمان ثابت باشد جریان دائمی و در غیر این صورت غیر دائمی در نظر گرفته می‌شود.

جریان انتقالی:

۱- حالت حد وسط جریان آشفتنه و جریان آرام می‌باشد.
 ۲- جریان به راحتی از آشفتنه به آرام و بالعکس تبدیل می‌گردد.
معیار طبقه‌بندی و تشخیص: معیار طبقه‌بندی و تشخیص این سه حالت پارامتر بدون بعدی به نام عدد رینولدز می‌باشد که متناسب با نسبت نیروی شتاب دهنده به نیروی لزجت است.

$$Re \propto \frac{\text{نیروی شتاب دهنده}}{\text{نیروی لزجت}} = \frac{\rho V L}{\mu}$$

ρ = جرم مخصوص آب
 μ = لزجت دینامیکی آب
 V = سرعت مشخصه در کانال (معمولاً سرعت متوسط)
 L = طول مشخصه جریان (در کانال‌ها شعاع هیدرولیکی)

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow Re = \frac{VR}{\nu} \quad \begin{array}{ll} Re \leq 500 & \Rightarrow \text{جریان آرام} \\ 500 \leq Re \leq 2000 & \Rightarrow \text{جریان انتقالی} \\ 2000 \leq Re & \Rightarrow \text{جریان آشفته} \end{array}$$

تأثیر نیروی ثقل تحت تأثیر نیروی ثقل به نیروی شتاب دهنده سه حالت متفاوت جریان در کانال‌ها مشاهده می‌گردد.

معیار طبقه‌بندی و تشخیص: تأثیر نیروی ثقل در قالب پارامتر بدون بعدی به نام عدد فرود بررسی می‌گردد.

$$Fr \propto \sqrt{\frac{\text{نیروی شتاب دهنده}}{\text{نیروی ثقل}}} = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad \rho = \text{شتاب ثقل}$$

V = سرعت مشخصه در کانال (معمولاً سرعت متوسط)

L = طول مشخصه جریان (در کانال‌ها عمق هیدرولیکی)

$$D = \frac{A}{T} \Rightarrow Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}}, C = \sqrt{gD} \quad C = \text{سرعت موج سطحی}$$

$$: Fr > 1$$

۱- جریان فوق بحرانی

۲- به ازاء یک دبی ثابت عمق جریان کم و سرعت زیاد وجود دارد.

۳- به دلیل بیشتر بودن سرعت جریان از سرعت موج سطحی، ارتباط هیدرولیکی بین پایین دست و بالا دست مشاهده نگردیده و موج حاصله قابلیت انتقال به بالا دست را ندارد.

$$: Fr < 1$$

۱- جریان زیر بحرانی

۲- به ازاء یک دبی ثابت عمق جریان زیاد و سرعت کم وجود دارد.

۳- به دلیل کمتر بودن سرعت جریان از سرعت موج سطحی، موج حاصله قابلیت انتقال به بالا دست را دارد و رفتار بالا دست از پایین دست جریان تأثیر می‌پذیرد.

$$: Fr = 1 \quad \text{۱- جریان بحرانی}$$

نکته: ۱- تغییر ناچیز لزجت (مثلاً تحت تأثیر درجه حرارت) به دلیل آنکه اصولاً جریان آب در کانال‌ها در محدوده آشفته می‌باشد، تأثیر چندانی در وضعیت جریان ندارد.

۲- به دلیل آنکه جریان آب در کانال‌ها دارای سطح آزاد می‌باشد به نیروی ثقل حساسیت زیادی داشته و با تغییر در شیب (تغییر در نیروی ثقل) وضعیت جریان سریعاً تغییر می‌کند.

بنابراین تأثیر نیروی ثقل (عدد فرود) نقش مهمی در مطالعه جریان آب در کانال‌ها دارد.

رژیم جریان: تأثیر مشترک نیروی ثقل و نیروی لزجت.

$Re \leq 500, Fr < 1 \Rightarrow$ جریان زیر بحرانی - آرام

$Re > 2000, Fr < 1 \Rightarrow$ جریان زیر بحرانی - آشفته

$Re < 500, Fr > 1 \Rightarrow$ جریان فوق بحرانی - آرام

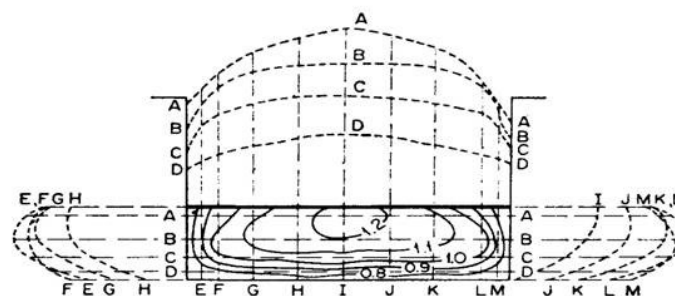
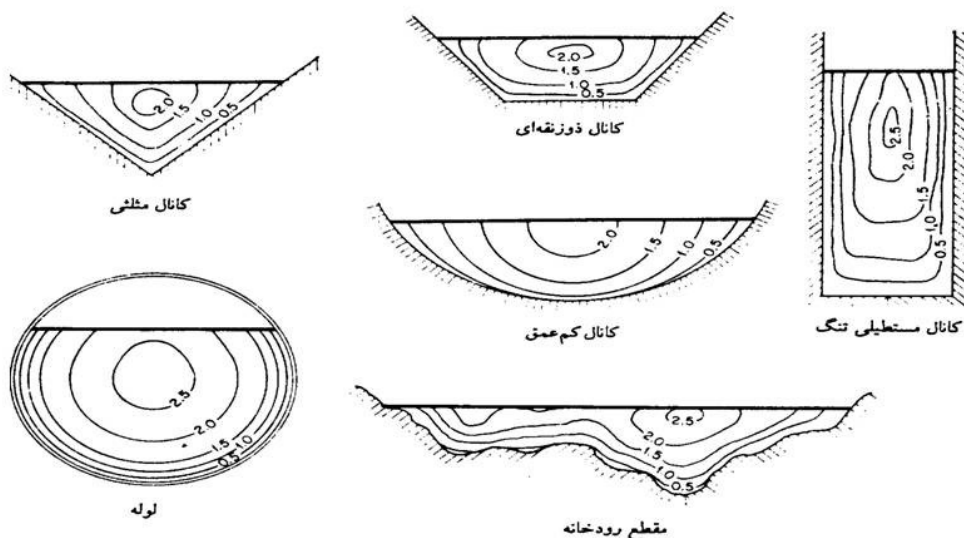
$Re > 2000, Fr > 1 \Rightarrow$ جریان فوق بحرانی - آشفته

توزیع سرعت در کانال‌ها: به دلیل تأثیر لزجت آب، وجود جدارها و زیری آنها، وجود سطح آزاد آب و نامنظمی مقاطع، توزیع سرعت در کانال‌ها پیچیده و سه‌بعدی است.

بنابراین فرض ثابت بودن سرعت در مقطع جریان درست نبوده و بایستی منحنی‌های هم سرعت در مقاطع رسم گردد.

فرض‌هایی جهت رسم منحنی‌های هم سرعت:

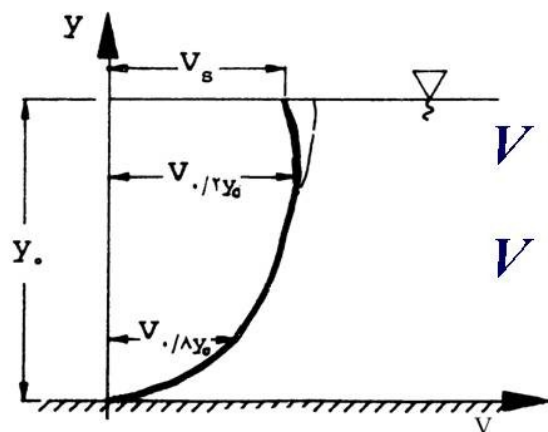
- ۱- مقدار سرعت در جدارها صفر و با فاصله‌گیری از جدارها افزایش می‌یابد.
- ۲- گرادیان سرعت در مجاورت مرزها شدیدتر می‌باشد.
- ۳- سرعت ماکزیمم در هر مقطع قائم، در نزدیکی سطح آب و در فاصله ۰/۰۵ تا ۰/۲۵ عمق جریان از سطح آزاد آب اتفاق می‌افتد.



علت وقوع سرعت ماکزیمم در نزدیکی سطح آزاد پیش می‌آید:

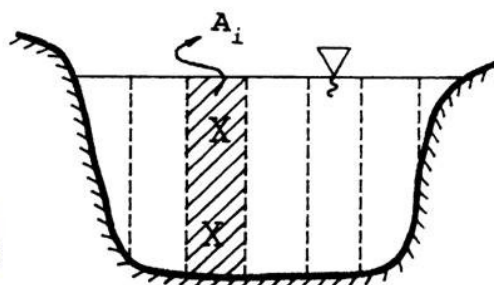
۱- تنش برشی ناشی از مقاومت هوا

۲- تأثیر جریانهای ثانویه ضعیف. این جریانات در صفحه مقطع جریان و یا حول محوری عمود بر صفحه مقطع جریان بوجود می‌آید. علت پیدایش آن در کانالهای بدون انحنا به دلیل زبری جدار و نامنظمی سطح مقطع.



$$V = \frac{V_{0.2y_0} + V_{0.8y_0}}{2}$$

$$V = V_{0.6y_0} \quad \text{وقتی عمق کم است}$$



$$Q_i = V_i A_i \Rightarrow Q = \sum Q_i = \sum V_i A_i$$

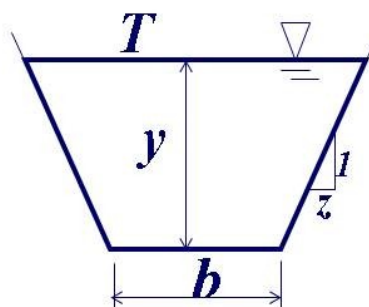
روابط مشخصات هندسی مقاطع:

۱- دوزنقه ای

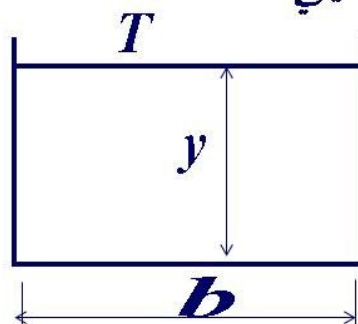
$$A = (b + zy)y$$

$$T = b + 2zy$$

$$P = b + 2y\sqrt{1 + z^2}$$



۲- مستطیلی

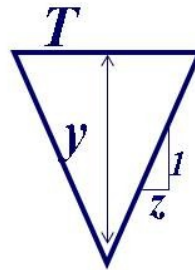


$$z = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = b \cdot y \\ T = b \\ P = b + 2y \end{cases}$$

روابط مشخصات هندسی مقاطع:

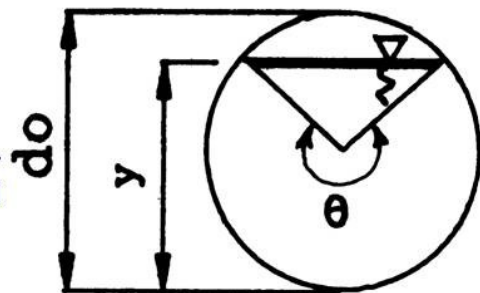
۳- مثلثی

$$b = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = z y^2 \\ T = 2zy \\ P = 2y\sqrt{1+z^2} \end{cases}$$



۴- دایره

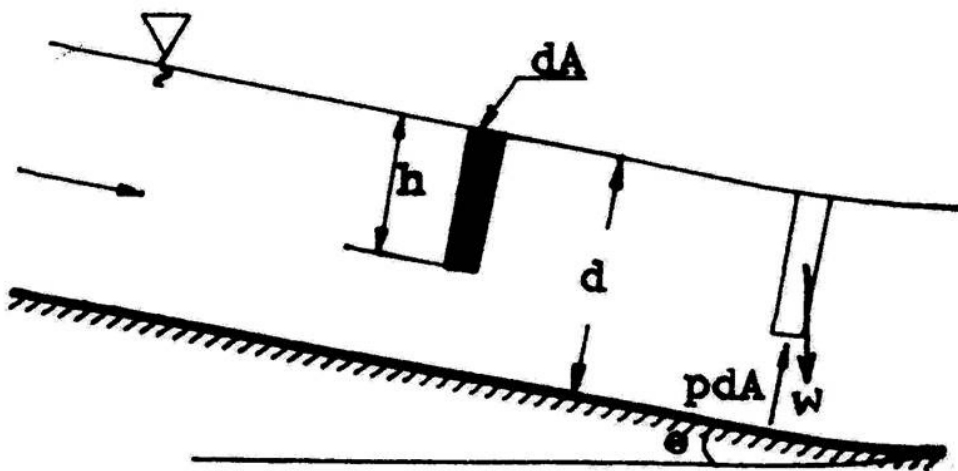
$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{8}(\theta - \sin\theta)d_o^2 \\ T &= (\sin\frac{1}{2}\theta)d_o \text{ or } 2\sqrt{y(d_o - y)} \\ P &= \frac{1}{2}\theta d_o \end{aligned}$$



توزیع فشار در کانال‌ها: هدف مشخص نمودن نحوه تغییرات پارامتر فشار در عرض و در عمق در مقطع خاصی از کانال می‌باشد.

با دانستن توزیع فشار در کانال‌ها و با انتگرال‌گیری از نیروهای جزء فشاری می‌توان برآیند حاصل از این نیروهای فشاری را بر روی تأسیسات هیدرولیکی تعیین نمود.

توزیع فشار در جریان‌های یکنواخت: کانالی با هر سطح مقطع دلخواه



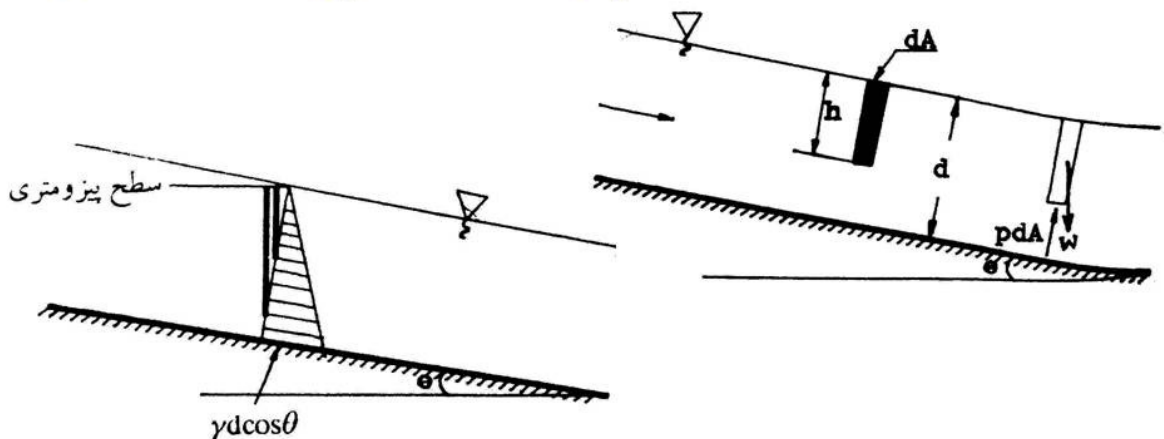
$\sum F_n = 0 \Rightarrow$ مؤلفه وزن در جهت عمود بر خطوط جریان = نیروهای فشاری

$PdA = \gamma h dA \cos \theta \Rightarrow P = \gamma h \cos \theta$ قانون تغییرات هیدرواستاتیکی فشار

$P = \gamma d \cos \theta = \gamma y \cos^2 \theta$ مقدار فشار در کف کانال

IF $\theta < 6^\circ \Rightarrow P = \gamma h \cos \theta \approx \gamma h$

$P = \gamma d \cos \theta = \gamma y \cos^2 \theta \approx \gamma y$



توزیع فشار در جریان‌های متغیر تدریجی: توزیع فشار در این حالت از قانون توزیع هیدرواستاتیک فشار تبعیت خواهد کرد و روابط جریان یکنواخت صادق می‌باشد.

توزیع فشار در جریان‌های با انحنا، در صفحه قائم: مانند تغییرات فشار در قسمت تاج سرریزها و یا در انحنا، پای سرریزها که به دلیل انحنا، شدید جریان دیگر نمی‌توان از روابط جریان یکنواخت استفاده نمود.

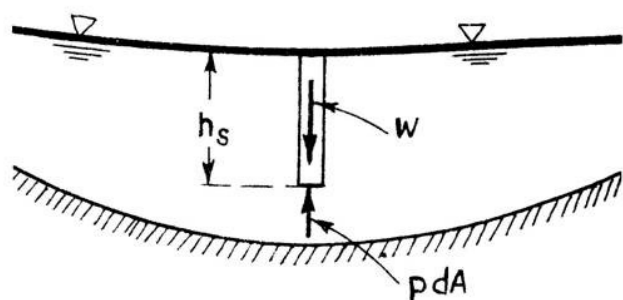
$$\sum F_n = m a_n$$

$$PdA - \gamma h dA = \rho dA h \frac{V^2}{r}$$

$$P = \gamma h + \frac{\gamma V^2 h}{gr}$$

$$\frac{P}{\gamma} = h' = h + \frac{V^2 h}{gr}$$

$$h' = h_s + \frac{V^2 h}{gr} \Rightarrow h' = h_s + c$$

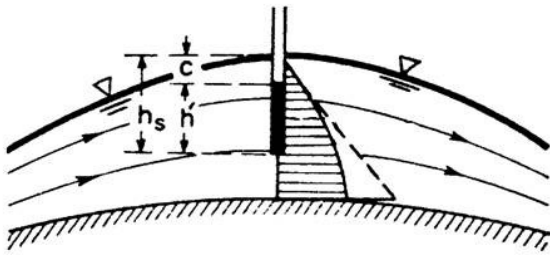


$a_n =$ شتاب جانب مرکز

$V =$ سرعت یکنواخت و متوسط در مقطع

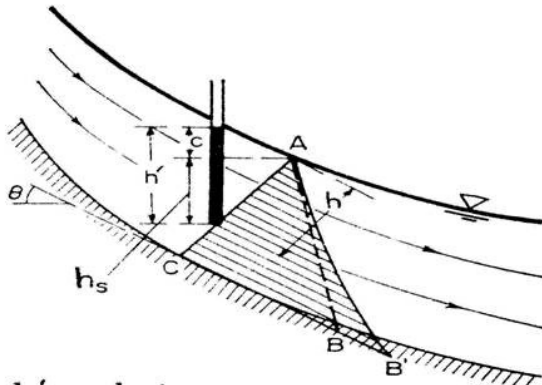
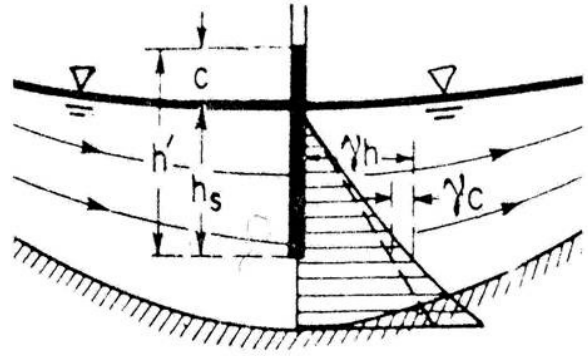
$r =$ شعاع انحنا

$h' =$ ارتفاع معادل فشار بر حسب ستون آب



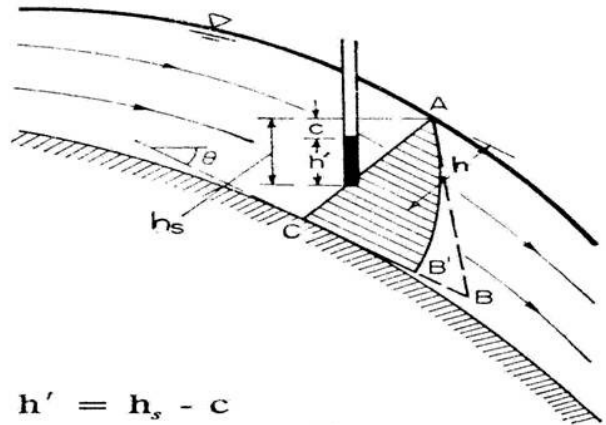
$$h' = h_s - c$$

$$h' = h - \frac{V^2 h}{gr}$$



$$h' = h_s + c$$

$$h' = h \cos \theta + \frac{V^2 h}{gr}$$

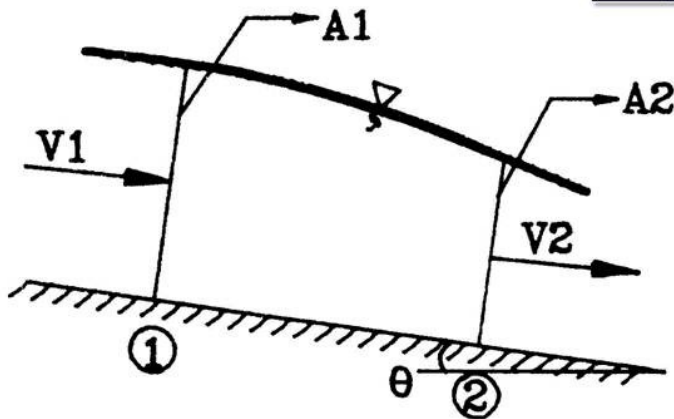


$$h' = h_s - c$$

$$h' = h \cos \theta - \frac{V^2 h}{gr}$$

پروسی معادلات اساسی حاکم بر حرکت سیالان:

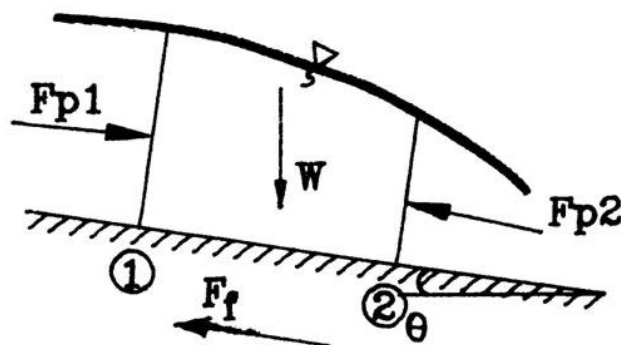
رابطه پیوستگی:



جرم ورودی در واحد زمان از حجم کنترل = جرم خروجی در واحد زمان از حجم کنترل

$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 \Rightarrow V_1 A_1 = V_2 A_2 = Q$$

$$Q = VA = \int_A v dA \Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{\int_A v dA}{A}$$



رابطه اندازه حرکت

- فرضیات: ۱- جریان دائمی
۲- کانال منشوری
۳- سطح مقطع دایره‌ای

$$\sum \vec{F} = \vec{M}_{out} - \vec{M}_{in}$$

$$F_{p1} - F_{p2} - F_f + W \sin \theta = \rho V_2 A_2 V_2 - \rho V_1 A_1 V_1$$

$$F_{p1} - F_{p2} - F_f + W \sin \theta = \rho Q (V_2 - V_1)$$

W = وزن آب داخل حجم کنترل

F_{p1} = نیروی فشاری در مقطع ۱

F_{p2} = نیروی فشاری در مقطع ۲

F_f = نیروی اصطکاک کف کانال که در صورت غیر منشوری بودن می تواند دربرگیرنده نیروی ناشی از جداره ها یا هر مانع دیگر باشد.

تصحیح رابطه اندازه حرکت بر اساس سرعت حقیقی:

= اندازه حرکت جاری شده در مقطع در واحد زمان بر اساس سرعت متوسط

$$= \rho V A \times V = \rho V^2 A$$

$$= \int_A \rho v^2 dA$$

اندازه حرکت جاری شده در مقطع در واحد زمان بر اساس سرعت حقیقی

v = سرعت حقیقی در هر جزء مقطع dA

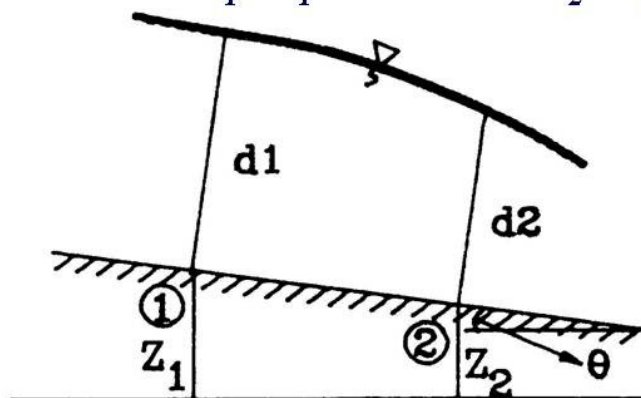
$$\beta = \frac{\int_A \rho v^2 dA}{\rho V^2 A} = \frac{\int_A v^2 dA}{V^2 A} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2 \Delta A_i}{V^2 A}$$

β = ضریب یک بعدی فرض نمودن جریان که اگر در اندازه حرکت جاری شده بر مبنای سرعت متوسط ضرب گردد اندازه حرکت حقیقی را ایجاد می کند

$$F_{p1} - F_{p2} - F_f + W \sin \theta = \rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

$$\Rightarrow \beta_1 = \frac{\int v_1^2 dA}{V_1^2 A_1}, \beta_2 = \frac{\int v_2^2 dA}{V_2^2 A_2}$$

β_1 = تابع توزیع سرعت در مقطع ۱
 β_2 = تابع توزیع سرعت در مقطع ۲



رابطه انرژی:

- فرضیات: ۱- جریان دائمی
 ۲- کانال منشوری
 ۳- سطح مقطع دلخواه

انرژی ورودی در واحد زمان به حجم کنترل + افت انرژی در واحد زمان = انرژی خروجی در واحد زمان از حجم کنترل

$$H_1 - h_f = H_2 \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 - h_f = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2$$

تصحیح رابطه انرژی بر اساس سرعت حقیقی:

= انرژی جنبشی جاری شده از سطح مقطع در واحد زمان بر اساس سرعت متوسط

$$= m \frac{V^2}{2} = \rho V A \frac{V^2}{2} = \rho \frac{V^3}{2} A = \frac{\gamma W^3}{2g} A$$

= انرژی جنبشی جاری شده از سطح مقطع در واحد زمان بر اساس سرعت حقیقی

$$= \int_A \rho \frac{v^3}{2} dA = \int_A \frac{\gamma v^3}{2g} dA$$

v = سرعت حقیقی در هر جزء مقطع dA

$$\alpha = \frac{\int \rho \frac{v^3}{2} dA}{\rho \left(\frac{V^3}{2} \right) A} = \frac{\int v^3 dA}{V^3 A} = \frac{\sum_{i=1}^n v_i^3 \Delta A_i}{V^3 A}$$

α = ضریب یک بعدی فرض نمودن جریان که اگر در انرژی جنبشی بر مبنای سرعت متوسط ضرب گردد انرژی جنبشی حقیقی را ایجاد می کند

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 - h_f = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2$$

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + d_1 \cos \theta + Z_1 - h_f = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + d_2 \cos \theta + Z_2$$

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + y_1 \cos^2 \theta + Z_1 - h_f = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + y_2 \cos^2 \theta + Z_2$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \frac{\int v_1^3 dA}{V_1^3 A_1}, \quad \alpha_2 = \frac{\int v_2^3 dA}{V_2^3 A_2}$$

$\alpha > \beta > 1$

نکته: مقدار α در جریان آرام بیش از جریان آشفتنه می باشد و این بدلیل یکنواخت بودن توزیع سرعت در جریان آشفتنه می باشد.

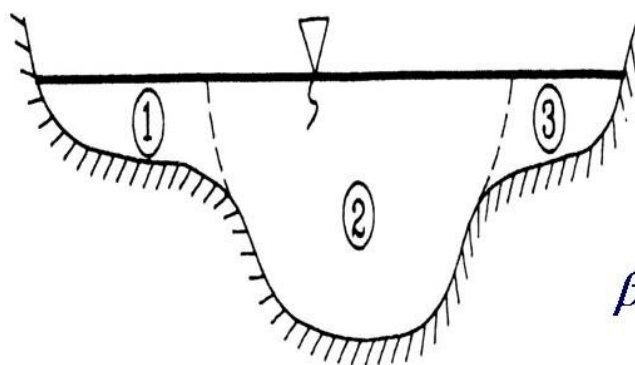
روابط تجربی:

$$\frac{\alpha - 1}{\beta - 1} = 2.7 - 2.8$$

$$\varepsilon = \frac{V_{\max}}{V} - 1 \Rightarrow \begin{aligned} \alpha &= 1 + 3\varepsilon^2 - 2\varepsilon^3 \\ \beta &= 1 + \varepsilon^2 \end{aligned}$$

V_{\max} = سرعت ماکزیمم

V = سرعت متوسط



$$\alpha = \frac{V_1^3 A_1 + V_2^3 A_2 + V_3^3 A_3}{V_m^3 (A_1 + A_2 + A_3)}$$

$$\beta = \frac{V_1^2 A_1 + V_2^2 A_2 + V_3^2 A_3}{V_m^2 (A_1 + A_2 + A_3)}$$

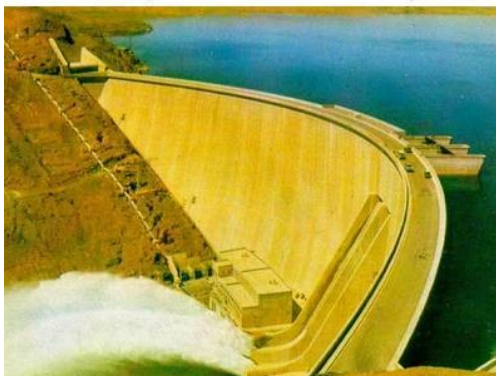
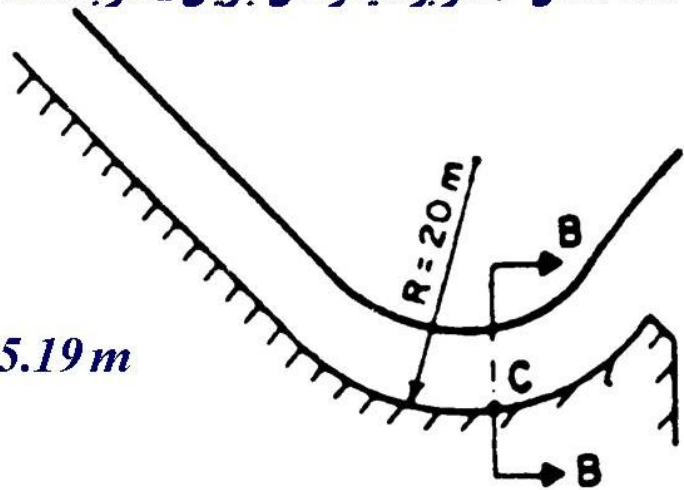
$$V_m = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{V_1 A_1 + V_2 A_2 + V_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

مثال: پرتاب کننده جامی شکل یک سرریز دارای شعاع ۲۰ متر است. اگر سرعت جریان در مقطع B-B معادل ۲۰ متر بر ثانیه و عمق جریان ۵ متر باشد، شدت فشار در نقطه C را محاسبه کنید.

$$h' = h_s + \frac{V^2 h_s}{gr}$$

$$h' = h_s \left(1 + \frac{V^2}{gr} \right)$$

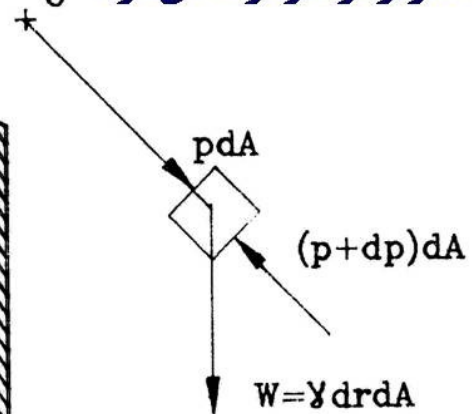
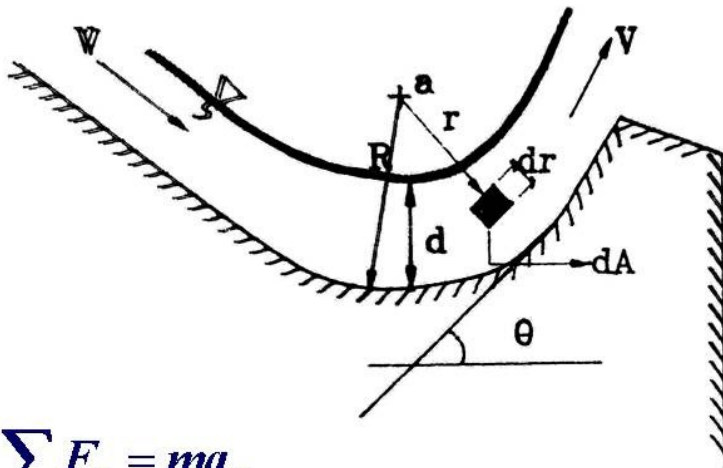
$$h' = 5 \left(1 + \frac{20^2}{9.81 \times 20} \right) = 15.19 \text{ m}$$



$$P_C = \gamma h = 15.19 \times 9810$$

$$= 149000 \text{ Pa} = 149 \text{ KPa}$$

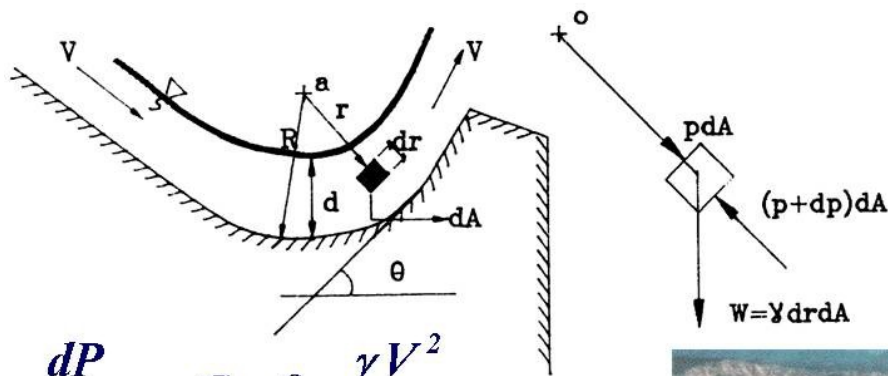
مثال: در قسمت انتهایی یک سرریز جامی شکل با شعاع انحنا R مطلوبست تعیین رابطه ای برای تغییر فشار نسبت به عمق در محلی که دارای شیب θ باشد. عمق جریان ثابت و سرعت نیز قبل از انحنا معادل سرعت یکنواخت V فرض می گردد و انحنا جریان به صورت دایره های متحد المركز در نظر گرفته می شود.



$$\sum F_n = m a_n$$

$$(P + dP)dA - PdA - \gamma dr dA \cos \theta = \rho dA dr \frac{V^2}{r}$$

$$dP = \gamma dr \cos \theta + \rho dr \frac{V^2}{r} \Rightarrow \frac{dP}{dr} = \gamma \cos \theta + \frac{\gamma V^2}{gr}$$

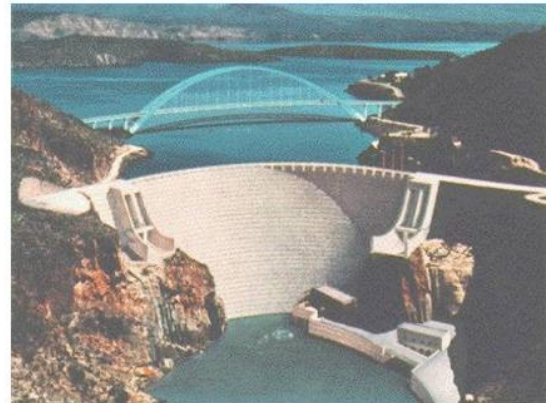


$$\frac{dP}{dr} = \gamma \cos \theta + \frac{\gamma V^2}{gr}$$

$$\int_0^{P(r)} dP = \int_r^{R-d} \left(\gamma \cos \theta + \frac{\gamma V^2}{gr} \right) dr$$

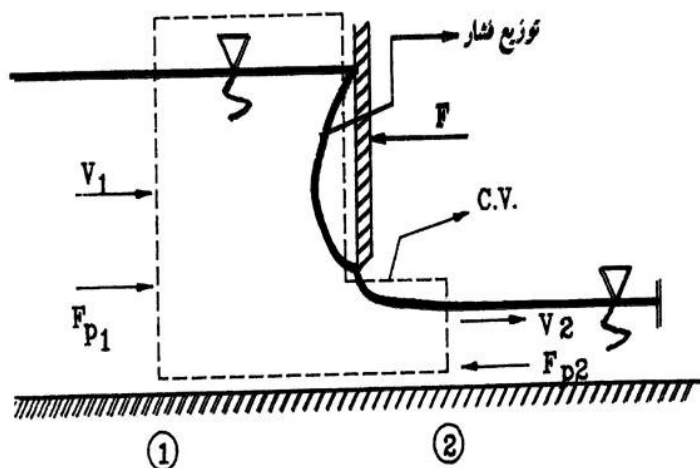
$$P(r) = \gamma \cos \theta r + \frac{\gamma V^2}{g} \ln r \Big|_{R-d}^r$$

$$h' = \frac{P(r)}{\gamma} = \cos \theta (r + d - R) + \frac{V^2}{g} \ln \left(\frac{r}{R-d} \right)$$



مثال: نیروی وارد بر دریچه کشویی قرار گرفته در یک کانال مستطیلی را بدست آورید.
کانال نسبتاً افقی است و α و β برابر واحد فرض می شوند.

$$q = V_1 y_1 = V_2 y_2$$



$$F_{p1} = \frac{1}{2} \gamma y_1^2$$

$$F_{p2} = \frac{1}{2} \gamma y_2^2$$

F = مقدار نیروی وارده از طرف دریچه بر حجم کنترل

F_{p1} = نیروی فشاری در مقطع ۱ بر اساس توزیع هیدرواستاتیک فشار

F_{p2} = نیروی فشاری در مقطع ۲ بر اساس توزیع هیدرواستاتیک فشار

$$q = V_1 y_1 = V_2 y_2 \quad (I)$$

$$\frac{1}{2} \gamma y_1^2 - \frac{1}{2} \gamma y_2^2 - F = \rho q (V_2 - V_1) \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \Rightarrow \frac{1}{2} \gamma (y_1 - y_2) (y_1 + y_2) - F = \rho q \left(\frac{q}{y_2} - \frac{q}{y_1} \right)$$

$$\frac{1}{2} \gamma (y_1 - y_2) (y_1 + y_2) - F = \rho q^2 \left(\frac{y_1 - y_2}{y_1 y_2} \right)$$

$$F = \frac{1}{2} \gamma \frac{(y_1 - y_2)}{y_1 y_2} \left[y_1 y_2 (y_1 + y_2) - \frac{2q^2}{g} \right]$$

با توجه به ناچیز بودن افت انرژی بین دو مقطع ۱ و ۲، رابطه انرژی نیز به صورت زیر بکار می رود:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2}$$

$$\frac{q^2}{g} = \frac{2y_1^2 y_2^2}{(y_1 + y_2)} \quad F = \frac{1}{2} \gamma \frac{(y_1 - y_2)}{y_1 y_2} \left[y_1 y_2 (y_1 + y_2) - \frac{2q^2}{g} \right]$$

$$F = \frac{1}{2} \gamma \frac{(y_1 - y_2)}{y_1 y_2} \left[y_1 y_2 (y_1 + y_2) - 4 \frac{y_1^2 y_2^2}{(y_1 + y_2)} \right]$$

$$F = \frac{1}{2} \gamma (y_1 - y_2) \left[\frac{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2}{(y_1 + y_2)} \right]$$

$$F = \frac{1}{2} \gamma (y_1 - y_2) \left[\frac{y_1^2 + y_2^2 - 2y_1 y_2}{(y_1 + y_2)} \right]$$

$$F = \frac{1}{2} \gamma (y_1 - y_2) \left[\frac{(y_1 - y_2)^2}{(y_1 + y_2)} \right] \quad \Rightarrow \quad F = \frac{1}{2} \gamma \frac{(y_1 - y_2)^3}{(y_1 + y_2)}$$

مثال: توزیع سرعت در یک مقطع قائم یک آبراهه را می توان بصورت زیر نشان داد. مطلوبست محاسبه ضرایب تصحیح α و β .

که y_0 = عمق جریان، v = سرعت در ارتفاع y از کف و n = عددی ثابت $= \left(\frac{y}{y_0} \right)^{1/n}$

$$\bar{V} = \frac{\int v dA}{\int dA} \Rightarrow \bar{V} = \frac{\int v dy}{\int dy} \Rightarrow \bar{V} = \frac{\int v_{max} \left(\frac{y}{y_0} \right)^{1/n} dy}{\int dy}$$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{\int_0^{y_0} v_{max} \left(\frac{y}{y_0} \right)^{1/n} dy}{\int_0^{y_0} dy} \Rightarrow \bar{V} = \frac{\frac{v_{max}}{y_0^{1/n}} \int_0^{y_0} y^{1/n} dy}{\int_0^{y_0} dy}$$

$$\Rightarrow \bar{V} = v_{max} \frac{\frac{n}{1+n} y_0^{\frac{1+n}{n}}}{y_0^{1/n} y_0} \Rightarrow \bar{V} = v_{max} \frac{\frac{n}{1+n} y_0^{\frac{1+n}{n}}}{y_0^{\frac{1+n}{n}}} \quad \bar{V} = \frac{n}{1+n} v_{max}$$

$$\frac{v}{v_{max}} = \left(\frac{y}{y_0} \right)^{1/n} \quad \alpha = \frac{\int v^3 dA}{V^3 A}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\int v_{max}^3 \left(\frac{y}{y_0} \right)^{\frac{3}{n}} dy}{\left(\frac{n}{1+n} \right)^3 v_{max}^3 \cdot y} \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{v_{max}^3}{y_0^{3/n}} \cdot \int_0^{y_0} y^{\frac{3}{n}} dy}{\left(\frac{n}{1+n} \right)^3 \cdot v_{max}^3 \cdot y_0}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\frac{n}{3+n} y_0^{\frac{3+n}{n}}}{\left(\frac{n}{1+n} \right)^3 \cdot y_0^{\frac{3+n}{n}}} \Rightarrow \alpha = \frac{(1+n)^3}{n^2 (3+n)^3}$$

$$\frac{v}{v_{max}} = \left(\frac{y}{y_0} \right)^{1/n}$$

$$\beta = \frac{\int v^2 dA}{V^2 A} \Rightarrow \beta = \frac{\int v_{max}^2 \left(\frac{y}{y_0} \right)^{\frac{2}{n}} dy}{\left(\frac{n}{1+n} \right)^2 v_{max}^2 \cdot y}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{\frac{v_{max}^2}{y_0^{\frac{2}{n}}} \cdot \int_0^{y_0} y^{\frac{2}{n}} dy}{\frac{n^2}{(1+n)^2} \cdot v_{max}^2 \cdot y_0} \Rightarrow \beta = \frac{\frac{n}{2+n} y_0^{\frac{2+n}{n}}}{\frac{n^2}{(1+n)^2} y_0^{\frac{2+n}{n}}}$$

$$\beta = \frac{(1+n)^2}{n(2+n)^2}$$

مثال: در یک کانال مستطیلی به عرض ۴ متر، عمق آب یک متر است و توزیع سرعت نسبت به عمق یکنواخت و مطابق شکل می باشد. دبی جریان، سرعت متوسط و ضرایب ضرایب تصحیح α و β را تعیین کنید.

$$v = ax + b$$

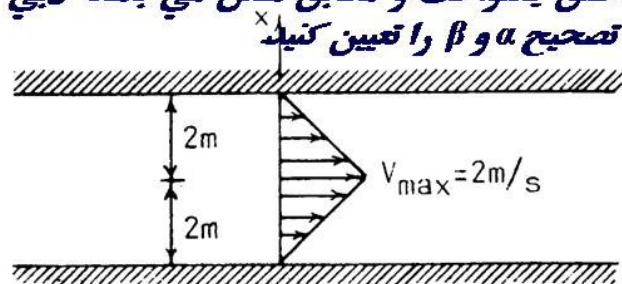
$$\left. \begin{array}{l} x=0, v=0 \\ x=2, v=2 \end{array} \right\} \Rightarrow v = x$$

$$Q = 2 \int_0^2 v dA = 2 \int_0^2 x (y \cdot dx)$$

$$Q = 2 \int_0^2 x \times 1 \times dx = 2 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^2 = 4 \text{ m}^3/\text{s} \quad \bar{V} = \frac{Q}{A} = \frac{4}{4 \times 1} = 1 \text{ m/s}$$

$$\alpha = \frac{1}{A} \int \left(\frac{v}{\bar{V}} \right)^3 dA \Rightarrow \alpha = \frac{1}{1 \times 2} \int_0^2 \left(\frac{x}{1} \right)^3 (1 \times dx) \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{x^4}{4} \right)_0^2 = 2$$

$$\beta = \frac{1}{A} \int \left(\frac{v}{\bar{V}} \right)^2 dA \quad \beta = \frac{1}{1 \times 2} \int_0^2 \left(\frac{x}{1} \right)^2 (1 \times dx) \Rightarrow \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} \right)_0^2 = \frac{4}{3}$$



اصل انرژی در کانالهای باز

معادله انرژی (Energy Equation):

$$H = \alpha \frac{V^2}{2g} + d \cos \theta + Z$$

$$H = \alpha \frac{V^2}{2g} + y \cos^2 \theta + Z$$

$$\text{If } \theta < 6^\circ, \alpha = 1 \Rightarrow H = \frac{V^2}{2g} + y + Z$$

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + d_1 \cos \theta + Z_1 - h_f = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + d_2 \cos^2 \theta + Z_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 + Z_1 - h_f = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + Z_2$$

کاربردهایی از معادله انرژی

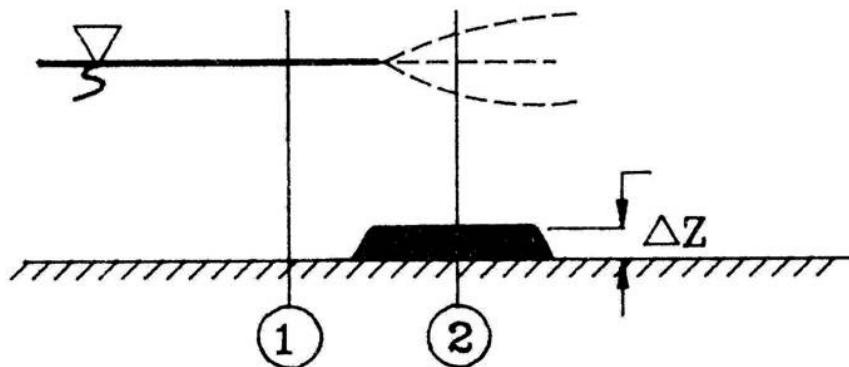
تحلیل جریان در اثر تغییر ارتفاع کف کانال

فرضیات: ۱- مقطع مستطیلی و عرض b .

۲- جریان یکنواختی با دبی Q .

۳- در مسیر کانال یک برآمدگی هموار با طول کوتاه (هموار بودن مانع از ایجاد افت انرژی موضعی و کوتاه بودن مسیر باعث کاهش افت انرژی طولی می گردد).

۴- ارتفاع ثابت ΔZ در سرتاسر عرض



تغییرات سطح آب و یا عمق جریان در حین رسیدن به این مانع چگونه خواهد بود؟

معادله انرژی بین دو مقطع با فرض شیب کم کانال و $\alpha = 1$

$$H_1 = H_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + \Delta Z$$


$$V_1 y_1 b_1 = V_2 y_2 b_2 \Rightarrow \begin{cases} V_1 y_1 = V_2 y_2 = q \\ q = \frac{Q}{b} \end{cases}$$

$$\frac{q^2}{2gy_1^2} + y_1 = \frac{q^2}{2gy_2^2} + y_2 + \Delta Z$$

سه جواب برای y_2 بدست خواهد آمد که جوابها می بایست از نظر فیزیکی تعبیر گردند

بررسی جریان در حالت تغییر عرض کانال

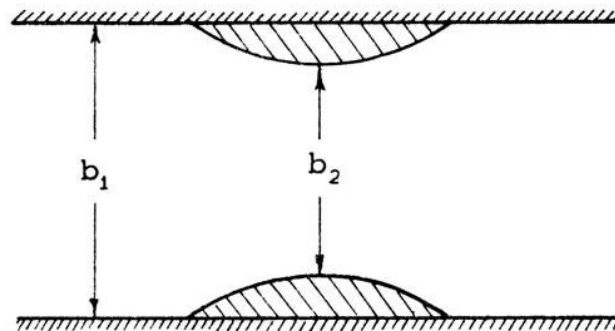
فرضیات: ۱- مقطع مستطیلی و عرض b_1 در مقطع اول و b_2 در مقطع دوم
۲- جریان یکنواختی با دبی Q .

$$H_1 = H_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 = \frac{V_2^2}{2g} + y_2$$

$$q_1 = V_1 y_1 = \frac{Q}{b_1}$$

$$q_2 = V_2 y_2 = \frac{Q}{b_2}$$



شکل ۲-۳: پلان کانال مستطیلی با تنگ شدگی در عرض

$$\Rightarrow \frac{q_1^2}{2gy_1^2} + y_1 = \frac{q_2^2}{2gy_2^2} + y_2$$

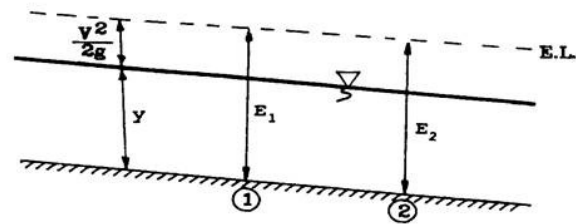
سه جواب برای y_2 بدست خواهد آمد که جوابها می بایست از نظر فیزیکی تعبیر گردند

انرژی مخصوص (Specific Energy)

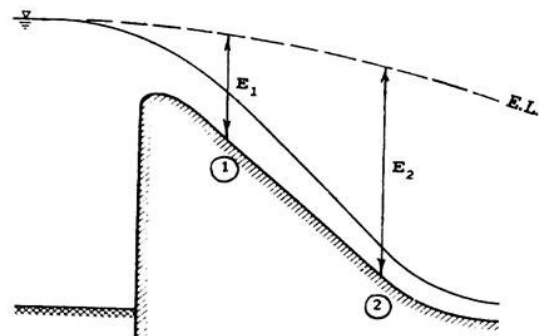
انرژی مخصوص عبارتست از انرژی در هر سطح مقطع برای واحد وزن، زمانیکه نسبت به کف کانال (به عنوان سطح مبدا) در نظر گرفته شود.

$$E = \alpha \frac{V^2}{2g} + d \cos \theta$$

$$E = \alpha \frac{V^2}{2g} + y \cos^2 \theta = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$



الف) جریان یکنواخت در کانال با شیب کم



ب) جریان از روی سرریز

شکل ۴-۲: مقایسه مفهوم انرژی و انرژی مخصوص

انرژی مخصوص در کانالهای مستطیلی با شیب کم

فرضیات: ۱- مقطع مستطیلی و عرض ثابت b

۲- جریان با شلّت ثابت Q

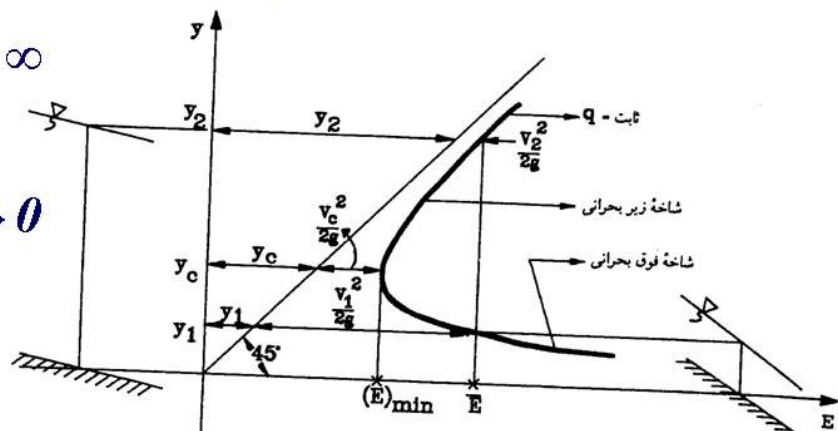
۳- شیب کم

$$E = y + \alpha \frac{q^2}{2gy^2}$$

$$\text{If } (\alpha = 1) \Rightarrow (E - y)y^2 = \frac{q^2}{2g} = \text{Cont.}$$

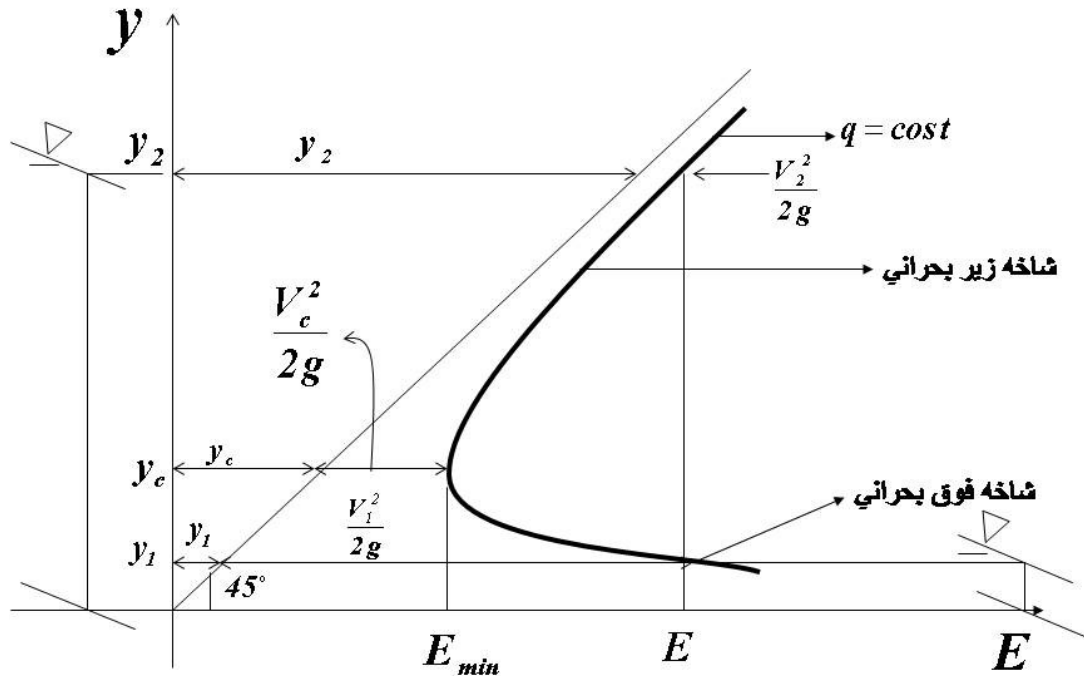
$$y \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \rightarrow \infty$$

$$y \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{V^2}{2g} \rightarrow 0$$



شکل ۵-۲: منحنی انرژی مخصوص بر حسب عمق جریان

$$(E - y)y^2 - \frac{q^2}{2g} = 0$$



نکته اول: مینیمم مقدار E چیست و چه خصوصیاتی را منعکس می کند؟

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \Rightarrow \frac{dE}{dy} = 1 + \frac{q^2}{2g} \left(\frac{-2}{y^3} \right) = 1 - \frac{2q^2}{2gy^3}$$

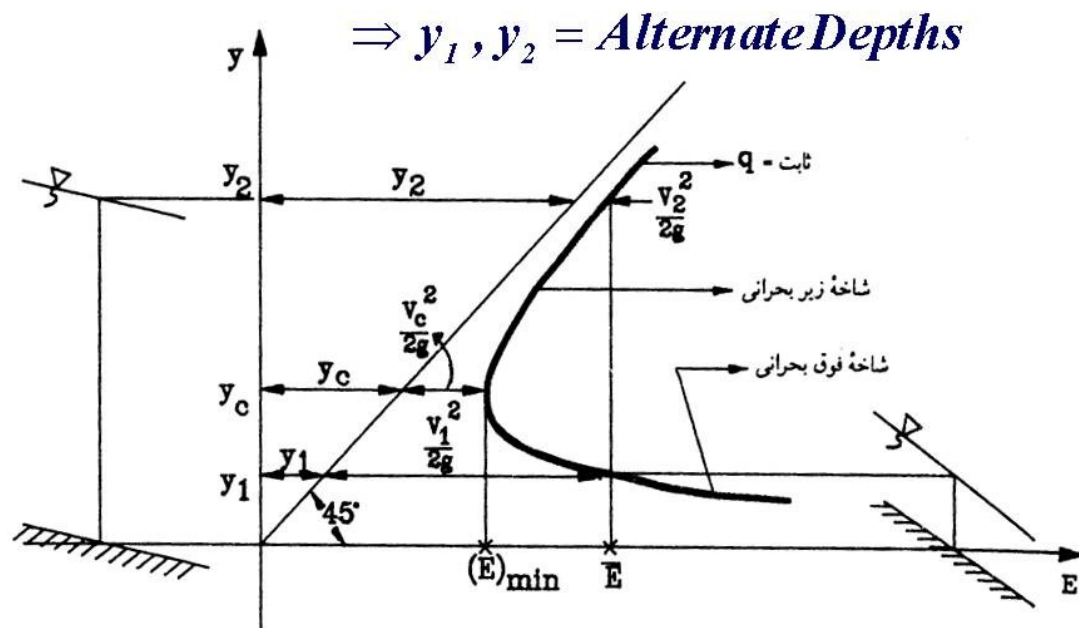
$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2q^2}{2gy^3} = 0 \Rightarrow \frac{q^2}{gy^3} = 1$$

$$y^3 = \left(\frac{q^2}{g} \right) \Rightarrow y = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

$$y = \left(\frac{V^2 y^2}{g} \right)^{1/3} = \frac{V^2}{gy} = 1 \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{gy}} = Fr = 1$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{2g} \right)^{1/3} \Rightarrow E_{min} = y_c + \frac{V_c^2}{2g} = y_c + \frac{V_c^2 y_c}{2gy_c} \Rightarrow E_{min} = \frac{3}{2} y_c$$

نکته دوم به ازاء هر انرژی مخصوص ثابت E امکان شکل گیری دو عمق جریان وجود دارد
 $(y_2 > y_c, Fr < 1), (y_1 < y_c, Fr > 1)$



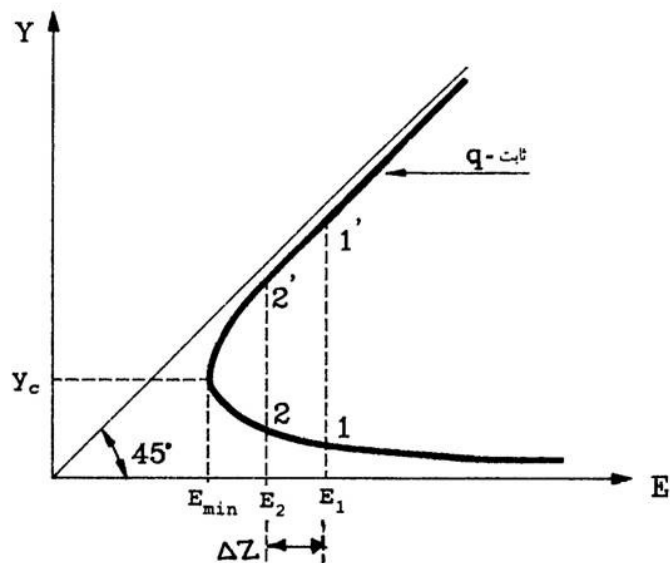
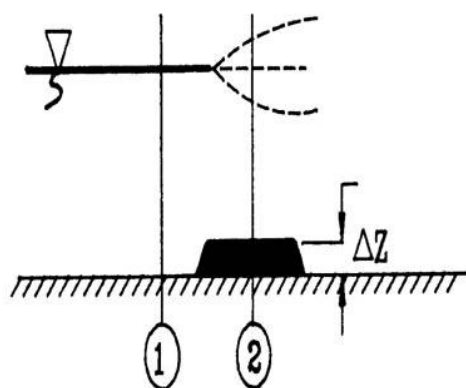
شکل ۵-۲: منحنی انرژی مخصوص بر حسب عمق جریان

تحلیل جریان ناشی از یک برآمدگی موضعی در کانال مستطیلی

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta Z$$

$$E_1 = E_2 + \Delta Z$$

$$\Rightarrow E_2 = E_1 - \Delta Z$$

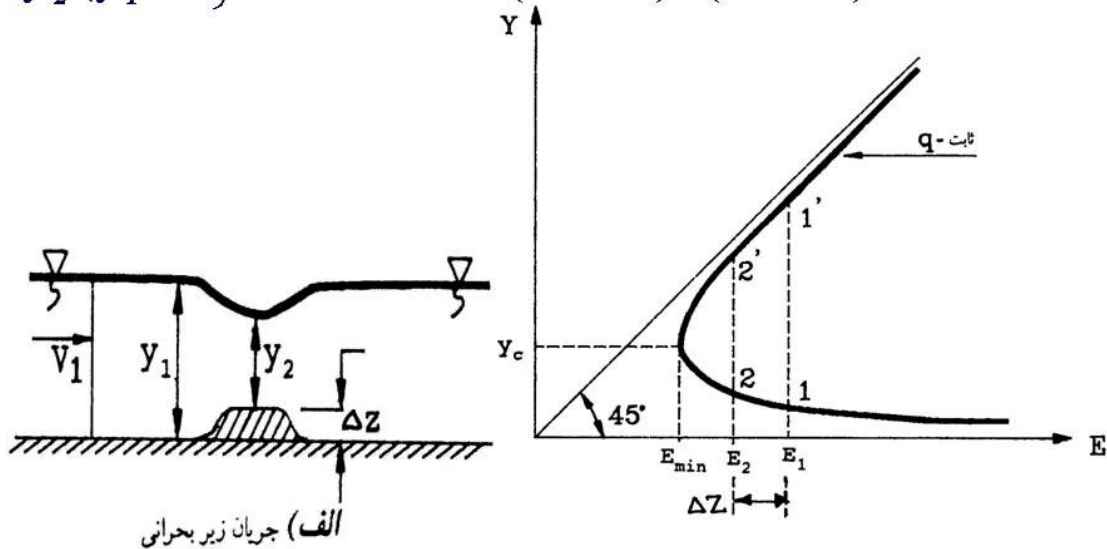


شکل ۷-۲: منحنی $E-y$

۱- در صورتیکه وضعیت جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی باشد (۱')

$$m_{curve} > 45^\circ \Rightarrow (y_2 + \Delta Z) < y_1$$

$$\left. \begin{array}{l} q = \text{Const.} \\ y_2 < y_1 \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 > V_1 \Rightarrow \left(\frac{V_2^2}{2g} \right) < \left(\frac{V_1^2}{2g} \right)$$



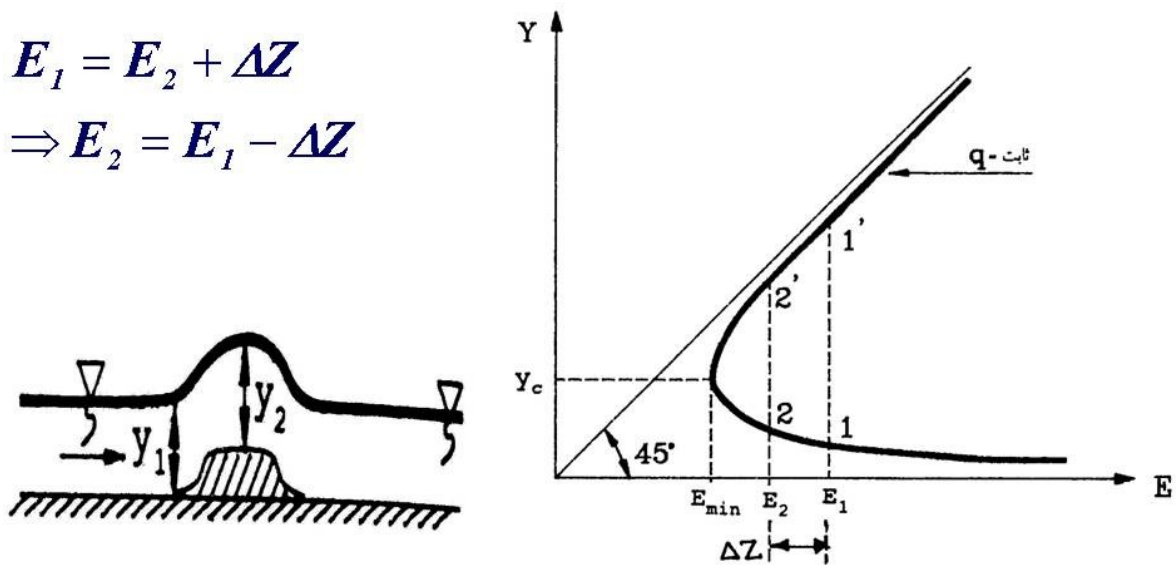
شکل ۷-۲: منحنی E-y

۲- در صورتیکه وضعیت جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد (۱)

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta Z$$

$$E_1 = E_2 + \Delta Z$$

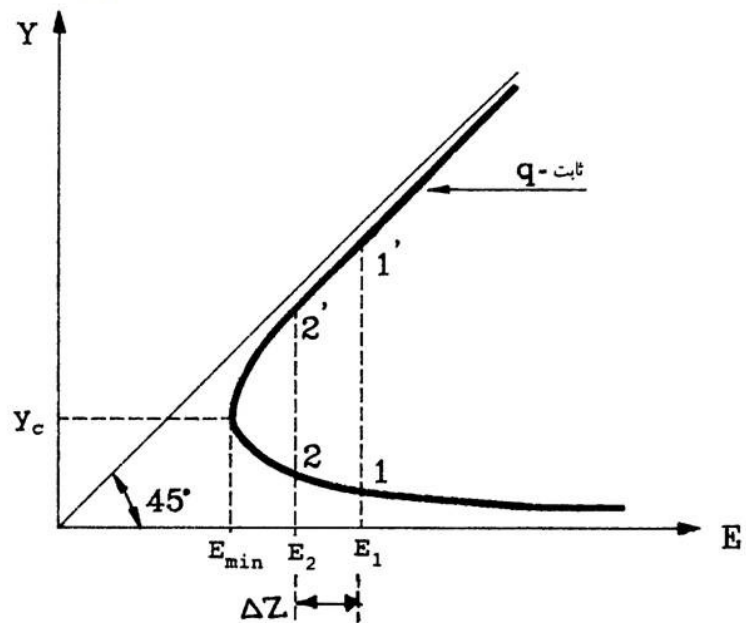
$$\Rightarrow E_2 = E_1 - \Delta Z$$



شکل ۷-۲: منحنی E-y

۳- جهش از یک شاخه منحنی به شاخه دیگر امکان فیزیکی ندارد

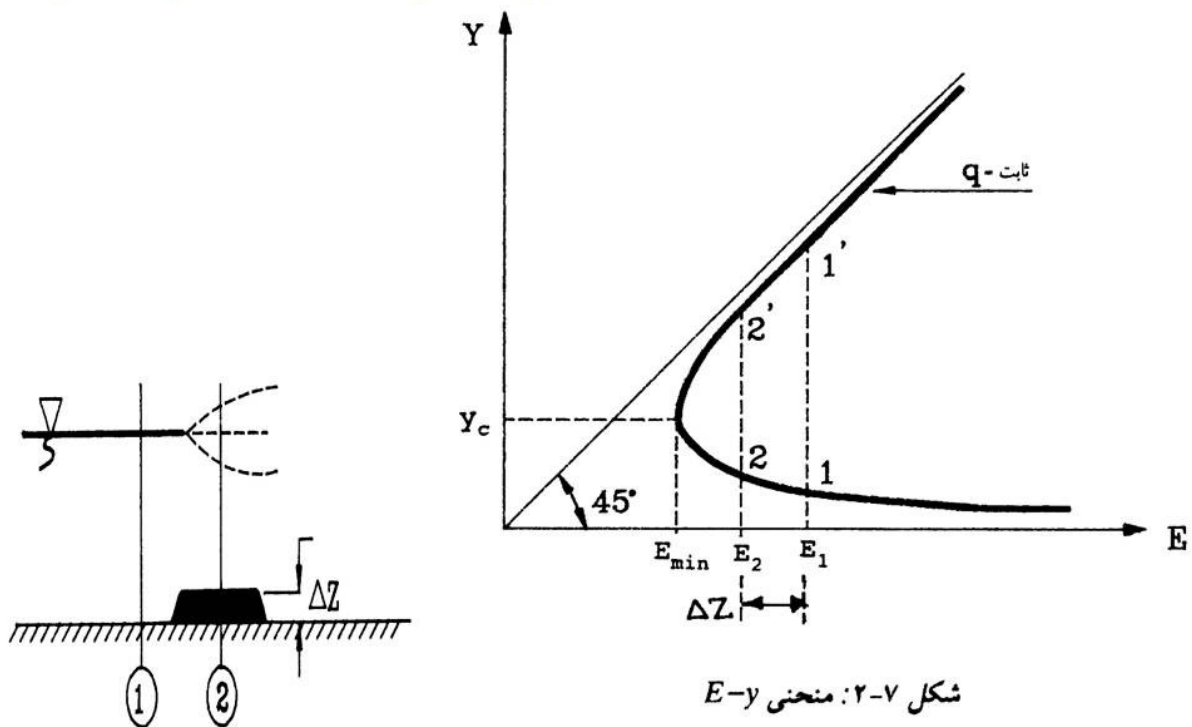
$$E_1 = E_2 + \Delta Z \Rightarrow E_2 = E_1 - \Delta Z$$



شکل ۷-۲: منحنی $E-y$

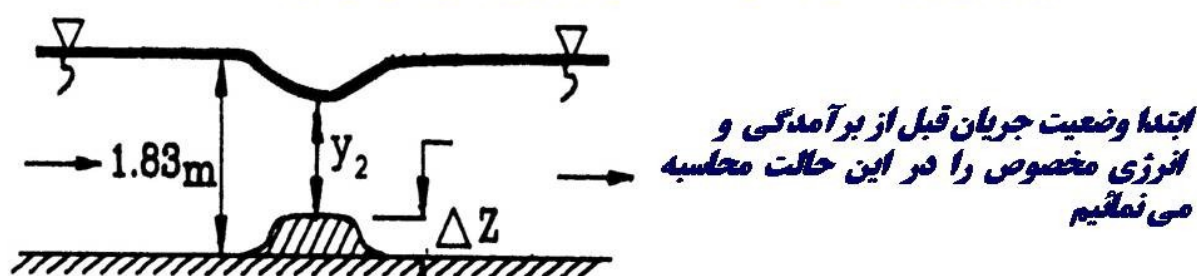
۴- در صورتیکه ارتفاع برآمدگی Δz بگونه ای باشد که E_2 از E_{min} کمتر شود

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \Rightarrow E_2 = E_1 - \Delta Z$$



شکل ۷-۲: منحنی $E-y$

مثال: آب به صورت یکنواخت با دبی ۹/۹۱ متر مکعب در ثانیه و عمق ۱/۸۳ متر در یک کانال مستطیلی به عرض ۳/۰۵ متر جاری است.
الف) حداقل ارتفاع برآمدگی چقدر باشد تا عمق y_2 برابر عمق بحرانی شود.



$$q = \frac{Q}{b} = \frac{9.91}{3.05} = 3.25 \text{ m}^3/\text{s.m}$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{3.25^2}{9.81} \right)^{1/3} = 1.025 \text{ m} \Rightarrow y_1 > y_c \Rightarrow Fr < 1$$

$$E_1 = y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = 1.83 + \frac{3.25^2}{2 \times 9.81 \times 1.83^2} \approx 1.99 \text{ m}$$

برای بحرانی شدن در مقطع ۲، بایستی انرژی مخصوص در این مقطع برابر E_{min} باشد

$$E_{min} = \frac{3}{2} y_c = \frac{3}{2} \times 1.025 = 1.54 \text{ m}$$

$$E_1 = E_2 + \Delta Z \Rightarrow E_1 = E_{min} + \Delta Z_c$$

$$\Delta Z_c = 1.99 - 1.54 = 0.45 \text{ m}$$

$$\text{If } \Delta Z_c = 0.45 \text{ m} \Rightarrow y_1 = 1.83 \text{ m}$$

$$y_2 = y_c = 1.025 \text{ m}$$

$$\text{افت سطح آب} = y_1 - (y_2 + \Delta Z_c) = 1.83 - (1.025 + 0.45) = 0.35 \text{ m}$$

ب - میزان افت در سطح آب را هنگامیکه ارتفاع برآمدگی نصف حالت الف باشد محاسبه نمایند

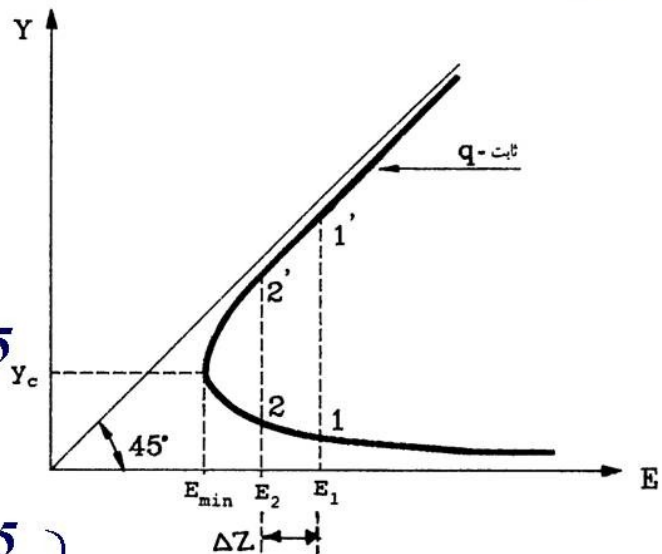
$$\Delta Z = \frac{0.45}{2} = 0.225 \text{ m}$$

$$E_2 = E_1 - \Delta Z$$

$$y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} = 1.99 - 0.225$$

$$y_2 + \frac{3.25^2}{2 \times 9.81 \times y_2^2} = 1.765$$

$$y_c < y_2 < y_1$$



$$\Rightarrow y_2 = 1.53 \text{ m}$$

سطح آب افت $= y_1 - (y_2 + \Delta Z_c) = 1.83 - (1.53 + 0.225) = 0.075 \text{ m}$

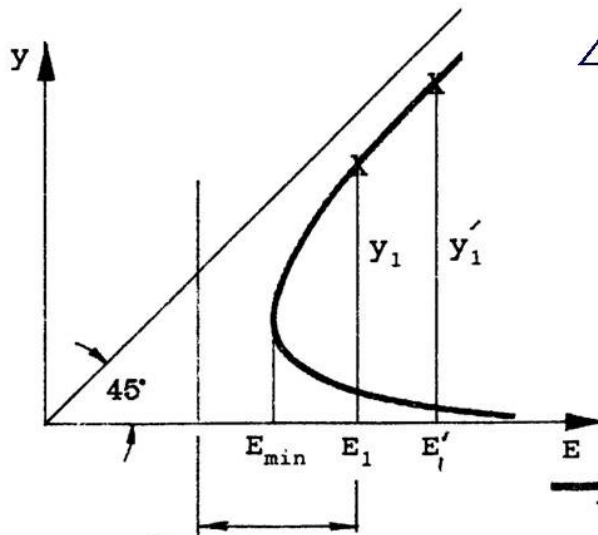
ج - در صورتیکه ارتفاع برآمدگی دو برابر حالت الف انتخاب گردد

$$\Delta Z = 2 \Delta Z_c = 2 \times 0.45 = 0.9 \text{ m}$$

$$E'_1 = E_2 + \Delta Z$$

$$E'_1 = E_{min} + \Delta Z$$

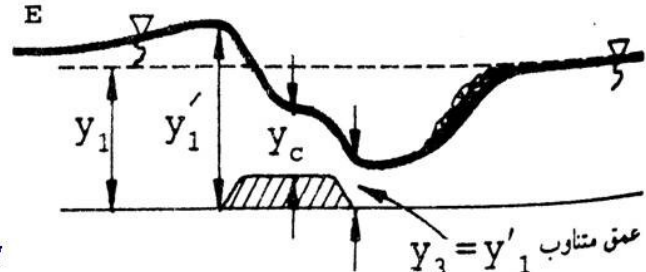
$$E'_1 = 1.54 + 0.9 = 2.44$$



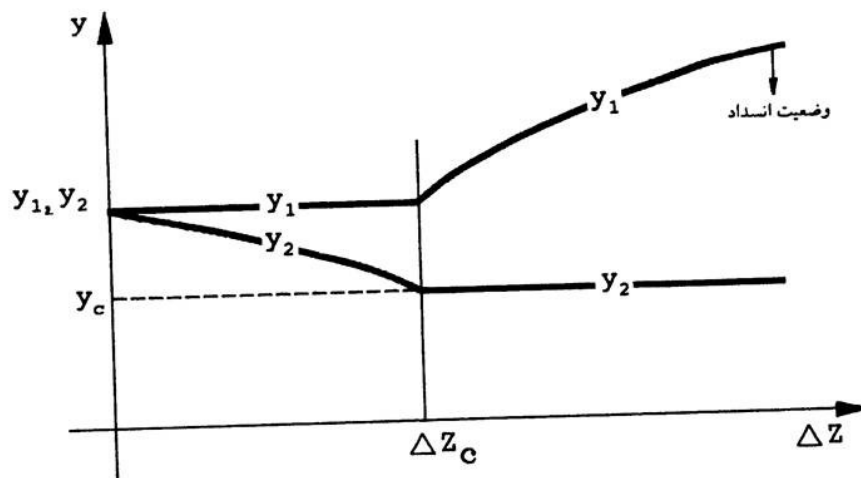
$$y'_1 + \frac{q^2}{2gy_1'^2} = 2.44$$

$$\Rightarrow y'_1 + \frac{3.25^2}{2 \times 9.81 \times y_1'^2} = 2.44$$

$$y'_1 > y_1 \Rightarrow y'_1 = 2.35 \text{ m}$$



$$\Delta z > \Delta z_c$$



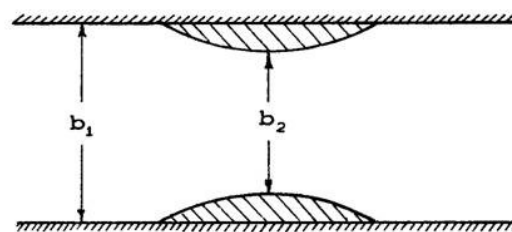
$$y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} + \Delta Z = y_2 + \frac{q^2}{2gy_3^2}$$

$$E_2 + \Delta Z = E_3$$

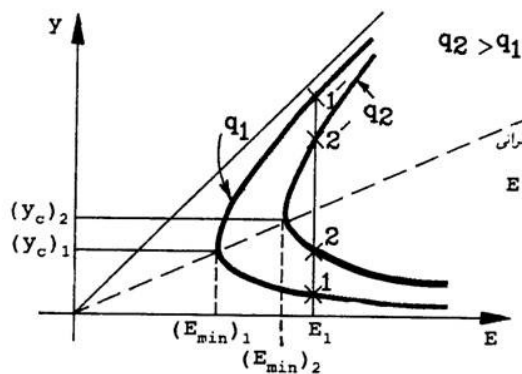
$$E_3 = E_1 = E_2 + \Delta Z$$

جریان ناشی از یک تنگنای موضعی در کانال مستطیلی

$$y_1 + \frac{q_1^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^2}$$



شکل ۲-۳: پلان کانال مستطیلی با تنگ شدگی در عرض

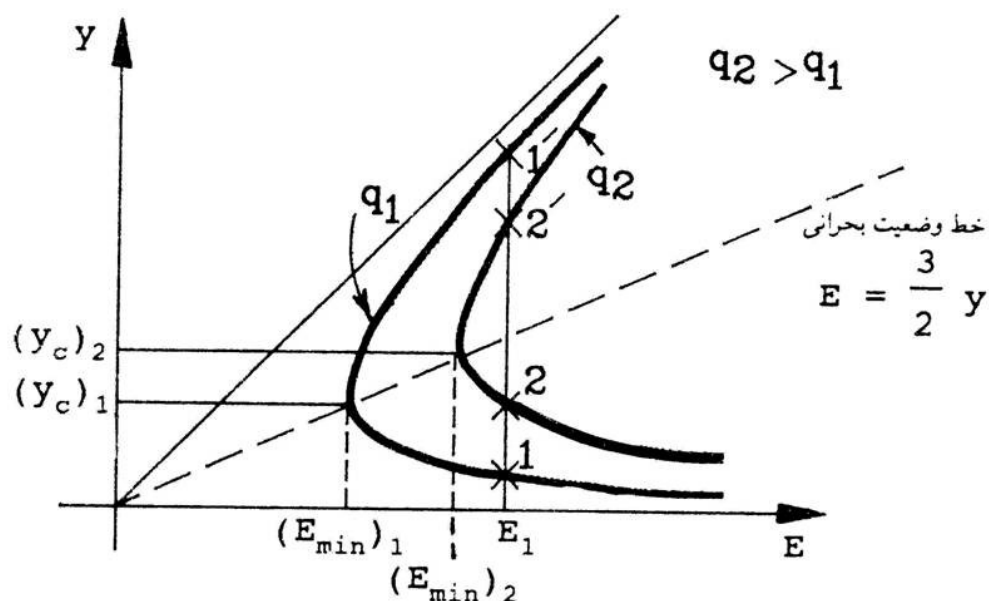


$$\left. \begin{array}{l} E_1 = E_2 \\ q_2 > q_1 \end{array} \right\} \Rightarrow (y_c)_2 > (y_1)_1$$

$$\Rightarrow E_{min\ 2} > E_{min\ 1}$$

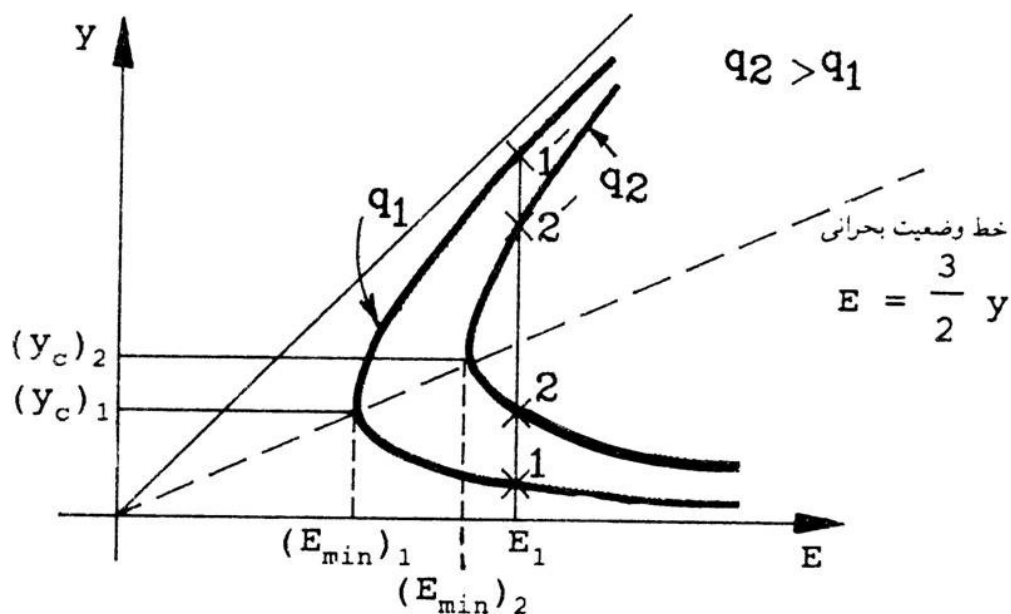
شکل ۲-۱۲: منحنی های E-y در عبور آب از یک تنگنا

۱- چنانچه وضعیت جریان قبل از تنگنا زیر بحرانی باشد، جریان کاهش عمق داشته عمق ۱' به عمق ۲ تبدیل می شود.



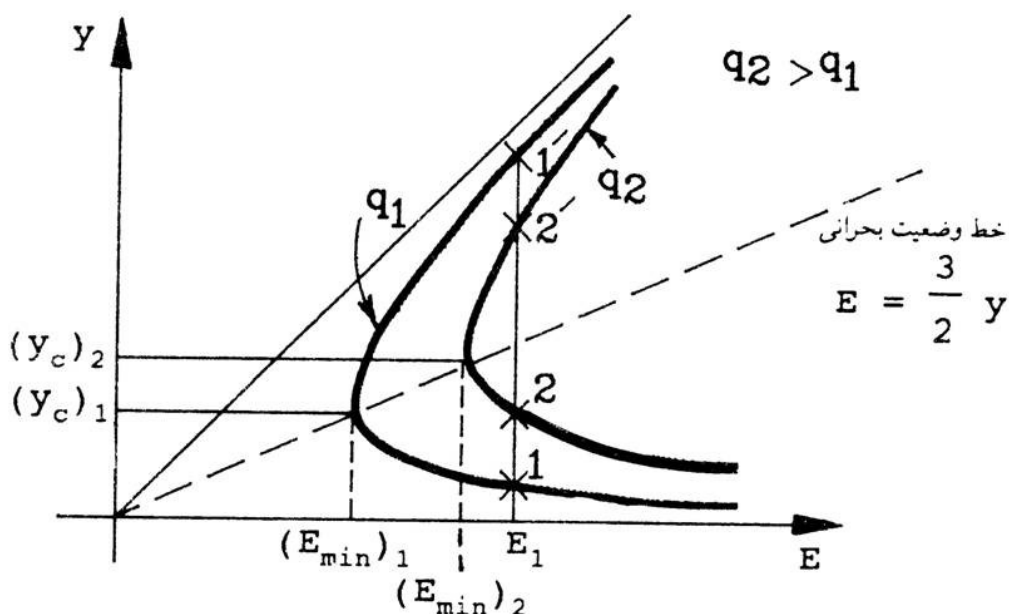
شکل ۱۲-۲: منحنی های $E-y$ در عبور آب از یک تنگنا

۲- در صورتیکه وضعیت جریان قبل از تنگنا فوق بحرانی باشد، عمق ۱ به ۲ تبدیل شده، افزایش عمق رخ خواهد داد.



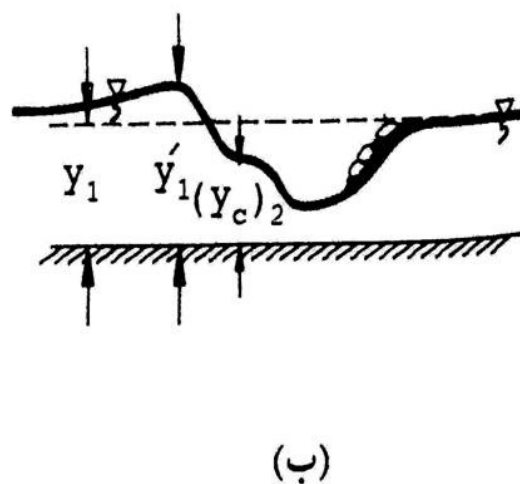
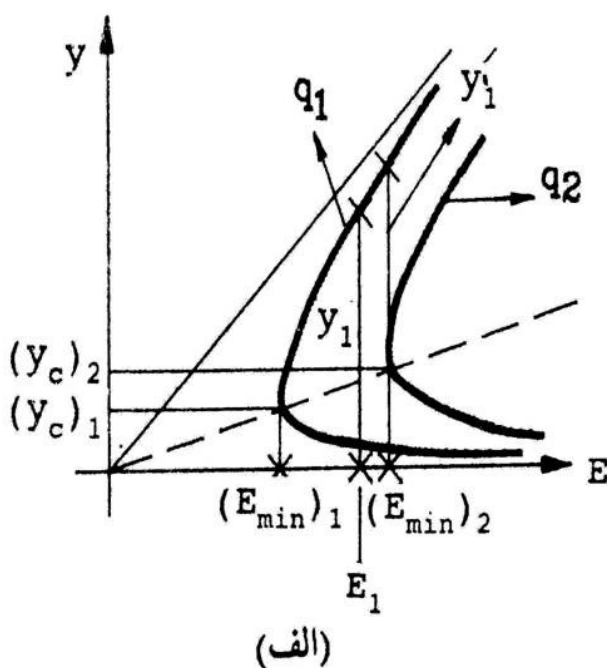
شکل ۱۲-۲: منحنی های $E-y$ در عبور آب از یک تنگنا

۳- جهش از یک شاخه منحنی به شاخه دیگر از نظر فیزیکی امکانپذیر نمی باشد.

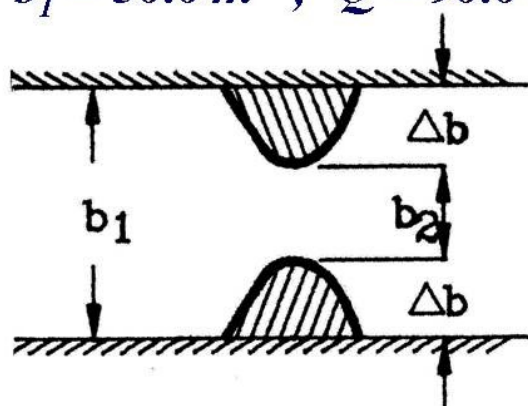


شکل ۱۲-۲: منحنی های $E-y$ در عبور آب از یک تنگنا

۴- هرگاه کاهش عرض بگونه ای باشد که منحنی $E-y$ با مشخصه q_2 در سمت راست خط قائم به معادله $E=E_1$ قرار گیرد ($E_1 < E_{min2}$) در این صورت هیچ نقطه از منحنی $E=y$ با مشخصه q_2 جواب مسئله نخواهد بود.



مثال: یک کانال مستطیلی با مشخصات زیر موجود می باشد. ماکزیمم عرض پیش آمدگی بایه های پل را بگونه ای تعیین نمایید که باعث تغییر وضعیت جریان آب در بالا دست نگردد. از افت انرژی موضعی صرف نظر شود. $b_1 = 30.0 \text{ m}$, $Q = 90.0 \text{ m}^3/\text{s}$, $y_1 = 2.5 \text{ m}$

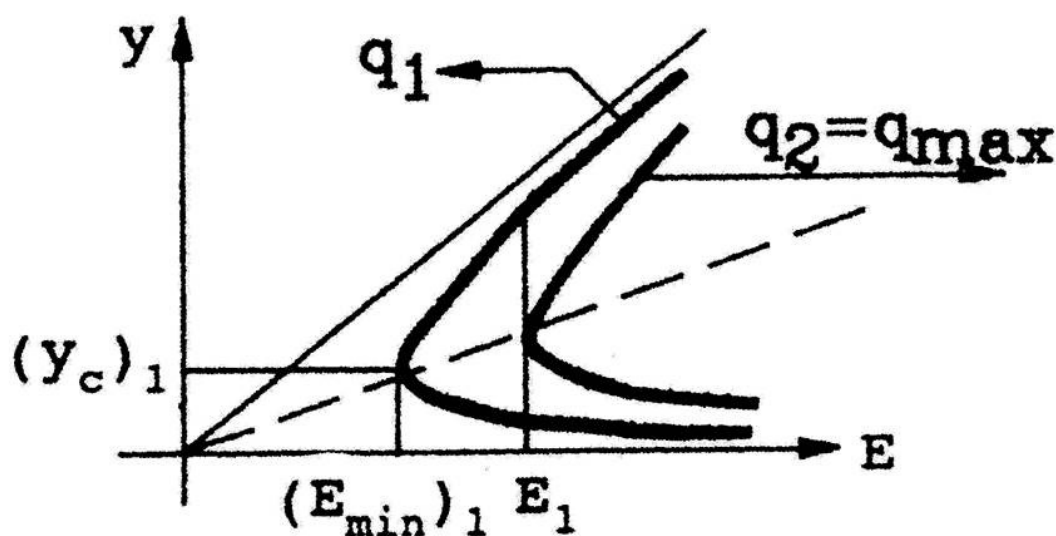


ابتدا وضعیت جریان قبل از تنگ شدگی را مشخص می کنیم

$$q_1 = \frac{Q}{b_1} = \frac{90}{30} = 3 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$$

$$q_1 = V_1 y_1 \Rightarrow 3 = V_1 \times 2.5 \Rightarrow V_1 = 1.2 \text{ m/s}$$

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{1.2}{\sqrt{9.81 \times 2.5}} = 0.242 < 1$$



$$E_1 = y_1 + \frac{q_1^2}{2gy_1^2} = 2.5 + \frac{3^2}{2 \times 9.81 \times 2.5^2} = 2.573 \text{ m}$$

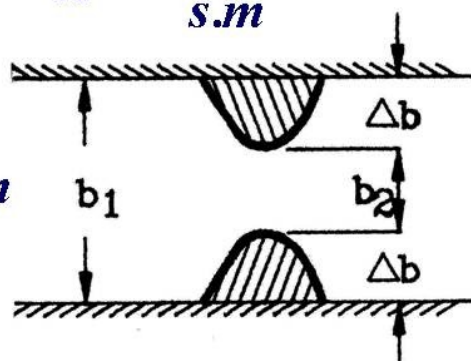
$$E_{min 2} = E_1 = 2.573 \text{ m}$$

عمق بحرانی در محل پل با توجه به مقدار انرژی مخصوص مینیمم عبارتست از

$$(y_c)_2 = \frac{2}{3} E_{min2} = \frac{2}{3} \times 2.573 = 1.71 \text{ m}$$

$$(y_c)_2 = \left(\frac{q_2^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 1.71 = \left(\frac{q_2^2}{9.81} \right)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow q_2 = 7 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$$

$$q_2 = \frac{Q}{b_2} \Rightarrow 7 = \frac{90}{b_2} \Rightarrow b_2 = 12.85 \text{ m}$$



$$(\Delta b)_{max} = \frac{b_1 - b_2}{2} = \frac{30 - 12.58}{2} = 8.57 \text{ m}$$

مثال: جریان آبی با دبی ۱۶ متر مکعب بر ثانیه و عمق ۲ متر در یک کانال مستطیلی به عرض ۴ متر برقرار است. در مقطع پایین دست، عرض مقطع به ۳/۵ کاهش داده و نیز کف کانال در همین محل به مقدار Δz بالا برده می شود.

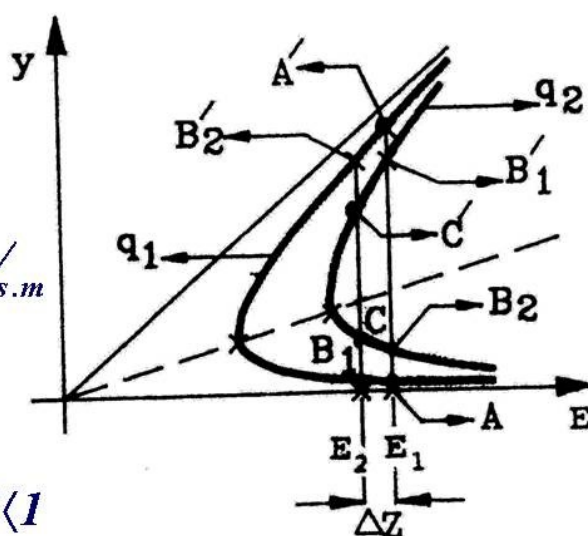
تغییرات سطح آب را در محل این تبدیل در دو حالت زیر بدست آورید.
الف) $\Delta z = ۰/۲ \text{ m}$

ابتدا مشخصات جریان در مقطع بالا دست را بدست می آوریم.

$$q_1 = \frac{Q}{b_1} = \frac{16}{4} = 4 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{q_1}{y_1} \Rightarrow V_1 = \frac{4}{2} = 2 \text{ m}^3/\text{s.m}$$

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{2}{\sqrt{9.81 \times 2}} = 0.45 < 1$$



$$(y_c)_1 = \left(\frac{q_1^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{4^2}{9.81} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.178 \text{ m}$$

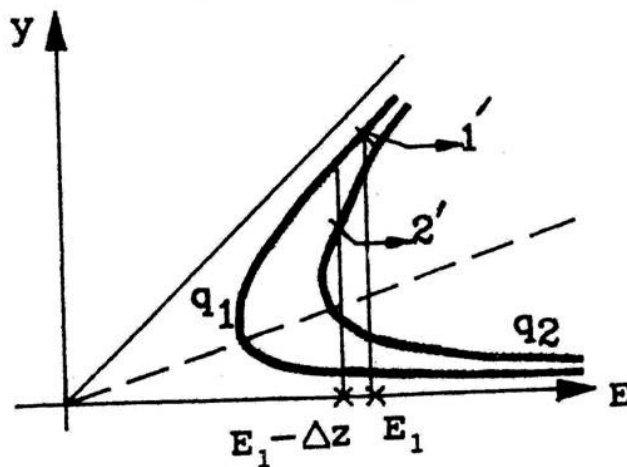
$$E_{min 1} = \frac{3}{2} (y_c)_1 = \frac{3}{2} \times 1.178 = 1.766 \text{ m}$$

مشخصات در مقطع پایین دست (محل تبدیل)

$$q_2 = \frac{Q}{b_2} = \frac{16}{3.5} = 4.57 \frac{\text{m}^3}{\text{s.m}}$$

$$(y_c)_2 = \left(\frac{4.57^2}{9.81} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.287 \text{ m}$$

$$E_{min 2} = \frac{3}{2} (y_c)_2 = \frac{3}{2} \times 1.287 = 1.93 \text{ m}$$



$$E_1 - \Delta Z = 2.204 - 0.2 = 2.004 \Rightarrow 2.004 > E_{min 2}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{q_2^2}{2gy_2^2} = 2.004$$

$$y_2 + \frac{4.57^2}{2 \times 9.81 \times y_2^2} = 2.004 \rightarrow y_2 = 1.575 \text{ m}$$

$$\Delta z = 0.35 \text{ m (ب)}$$

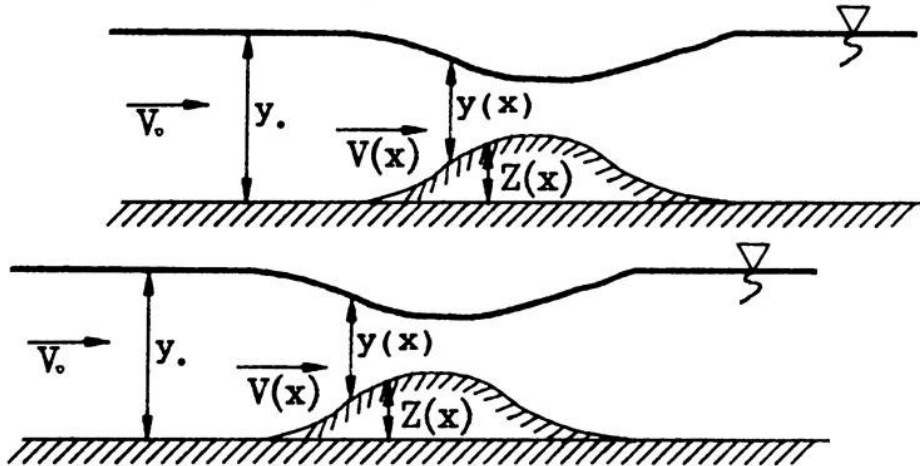
$$E_2 = E_1 - \Delta Z = 2.204 - 0.35 = 1.854 < E_{\min 2}$$

$$y_2 = (y_c)_2 = 1.287 \text{ m}$$

$$E_2 = E'_1 - \Delta Z \Rightarrow E_{\min 2} = E'_1 - \Delta Z$$

$$2.28 = y'_1 + \frac{q_1^2}{2gy_1'^2} = y'_1 + \frac{4^2}{2 \times 9.81 \times (y'_1)^2} \rightarrow y'_1 = 2.094$$

مثال: در یک کانال مستطیلی مطابق شکل جریان قبل از برآمدگی دارای عمق ثابت y_0 و سرعت V_0 باشد و نیز تغییر در ارتفاع کف، در امتداد طولی کانال توسط تابع $Z(x)$ بیان گردد، نحوه تغییرات سطح آب در روی این برآمدگی را بررسی نمایید. از افت انرژی صرف نظر می گردد.



$$y_0 + \frac{V_0^2}{2g} = Z(x) + y(x) + \frac{V(x)^2}{2g}$$

اگر از رابطه نسبت به x مشتق بگیریم:

$$\Rightarrow 0 = \frac{dZ}{dx} + \frac{dy}{dx} + \frac{V}{g} \frac{dV}{dx} \quad (I)$$

$$\text{Continuity Eq.} \rightarrow V_0 y_0 = V y \Rightarrow V dy + y dV = 0$$

$$\frac{-V dy}{dx} = \frac{y dV}{dx} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{dZ}{dx} + \frac{dy}{dx} - \frac{V}{gy} \frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{dZ/dx}{Fr^2 - 1}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dZ/dx}{Fr^2 - 1}$$

این رابطه نشان می دهد که :

- در صورتیکه جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی باشد ($Fr < 1$) و ارتفاع کف کانال افزایش یابد ($dZ/dx > 0$)، عمق جریان روی برآمدگی کاهش خواهد یافت ($dy/dx < 0$).

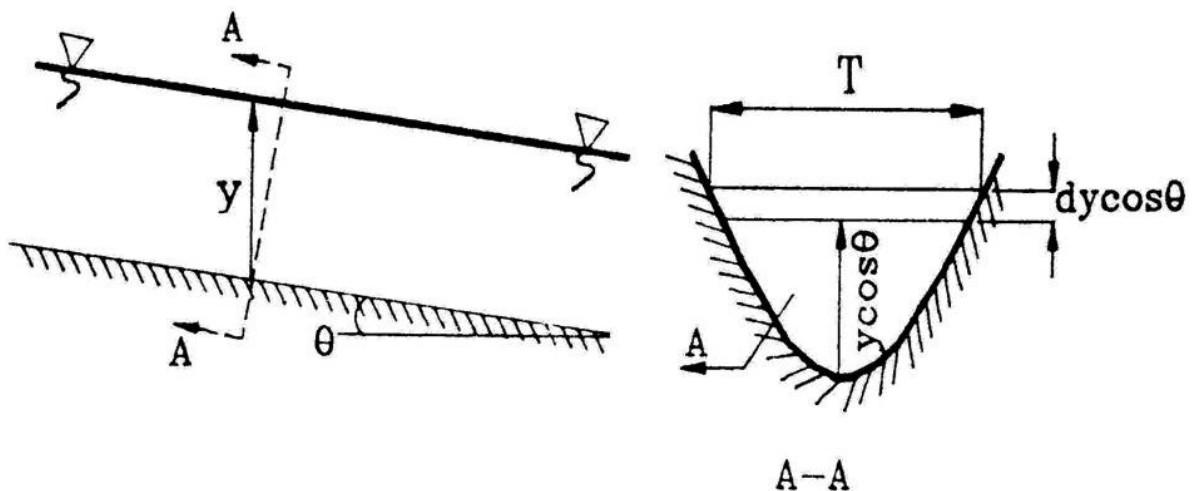
- در صورتیکه جریان قبل از برآمدگی زیر بحرانی باشد ($Fr < 1$) و ارتفاع کف کانال کاهش یابد ($dZ/dx < 0$)، عمق جریان روی برآمدگی افزایش خواهد یافت ($dy/dx > 0$).

- در صورتیکه جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد ($Fr > 1$) و ارتفاع کف کانال افزایش یابد ($dZ/dx > 0$)، عمق جریان روی برآمدگی افزایش خواهد یافت ($dy/dx > 0$).

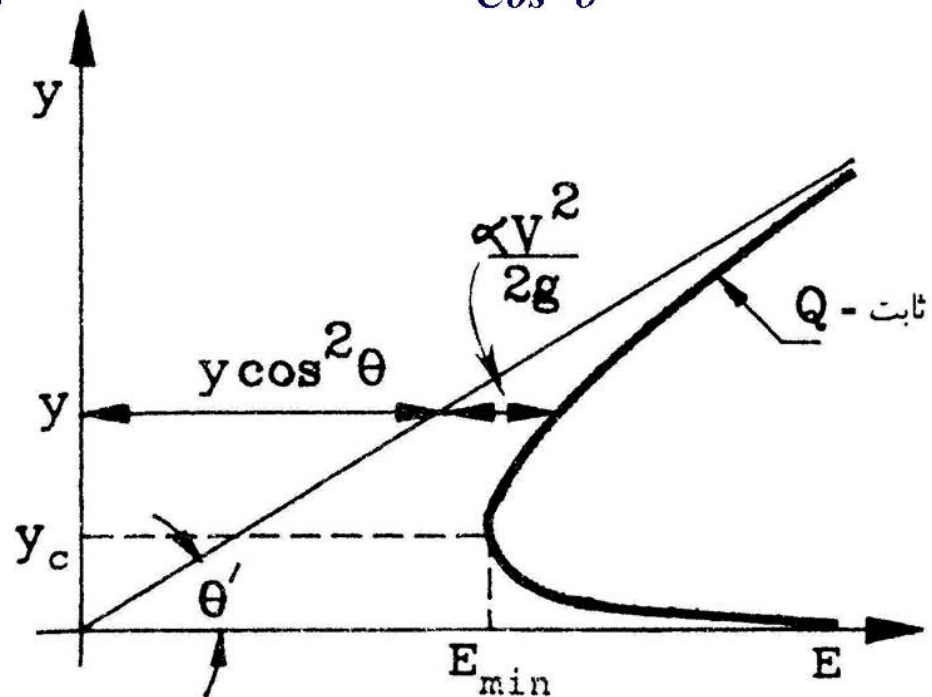
- در صورتیکه جریان قبل از برآمدگی فوق بحرانی باشد ($Fr > 1$) و ارتفاع کف کانال کاهش یابد ($dZ/dx < 0$)، عمق جریان روی برآمدگی کاهش خواهد یافت ($dy/dx < 0$).

منحنی E-y در حالت کلی و برای هر مقطع دلخواه

$$E = \alpha \frac{V^2}{2g} + y \cos^2 \theta = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$



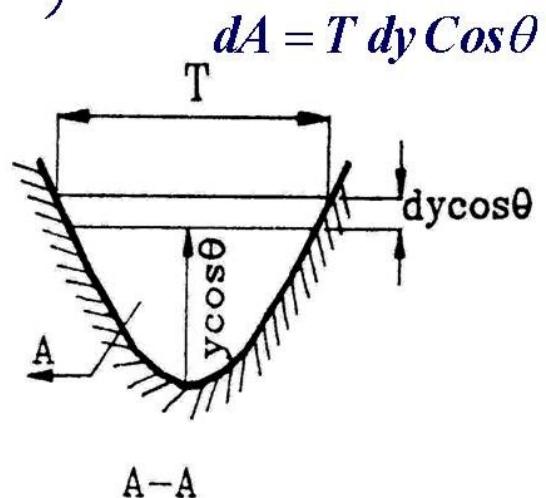
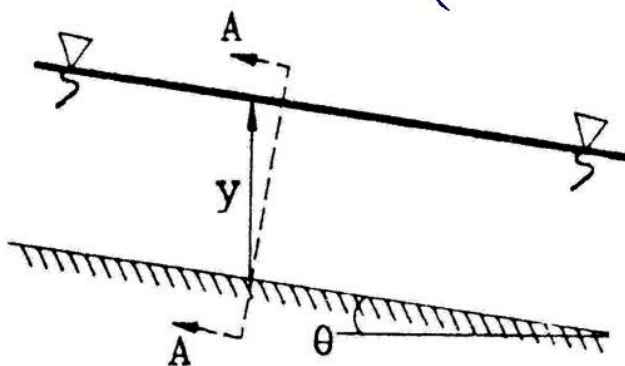
$$\left. \begin{array}{l} y = 0 \\ E = y \cos^2 \theta \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجانِب ها} \Rightarrow \theta' = \operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{\cos^2 \theta}$$



مشخصات نقطه بحرانی

$$E = y \cos^2 \theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta + \frac{\alpha Q^2}{2g} \left(\frac{-2A dA/dy}{A^4} \right) = \cos^2 \theta - \frac{\alpha Q^2 dA/dy}{gA^3}$$



$$\frac{dE}{dy} = \cos^2 \theta - \frac{\alpha Q^2 T \cos \theta}{g A^3}$$

$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3 \cos \theta} = 1$$

$$\frac{\alpha Q^2 T}{g A^3 \cos \theta} = 1 \Rightarrow \frac{\alpha V^2 T}{g A \cos \theta} = 1 \quad \frac{A}{T} = D \Rightarrow \frac{\alpha V^2}{g D \cos \theta} = 1$$

$$\frac{\alpha V^2}{g D \cos \theta} = 1 \Rightarrow \frac{V \sqrt{\alpha}}{\sqrt{g D \cos \theta}} = 1 \quad \Rightarrow Fr = \frac{V \sqrt{\alpha}}{\sqrt{g D \cos \theta}}$$

محاسبه مقدار مینیمم انرژی مخصوص

$$E_{min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{\alpha V_c^2}{2g} = y_c \cos^2 \theta + \frac{\alpha V_c^2 D_c \cos \theta}{2g D_c \cos \theta}$$

$$\frac{\alpha V^2}{g D \cos \theta} = 1 \Rightarrow \frac{V \sqrt{\alpha}}{\sqrt{g D \cos \theta}} = 1$$

$$E_{min} = y_c \cos^2 \theta + \frac{1}{2} D_c \cos \theta$$

مقطع بحرانی:

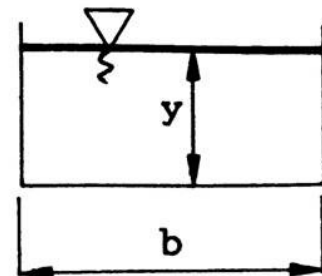
- در مقطع بحرانی: ۱- عدد فرود جریان برابر یک است. در نتیجه سرعت متوسط جریان برابر سرعت حرکت موج سطحی ناشی از اغتشاش موضعی در کانال می باشد.
- ۲- به ازاء یک دبی ثابت، انرژی مخصوص مینیمم است.
- ۳- به ازاء یک انرژی مخصوص ثابت، دبی عبوری ماکزیمم است.
- ۴- به ازاء یک دبی ثابت، نیروی مخصوص مینیمم است.
- ۵- به ازاء یک نیروی مخصوص ثابت، دبی عبوری ماکزیمم است.

مقطع مستطیلی:

$$\frac{\alpha Q^2 T}{g A^3 \cos \theta} = 1$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \Rightarrow \frac{Q^2}{g} = \frac{b^3 y_c^3}{b}$$

$$\Rightarrow y_c = \left(\frac{Q^2}{b^2 g} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}}$$



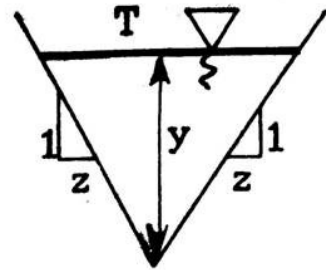
$$E_{min} = y_c + \frac{1}{2} D_c \Rightarrow y_c + \frac{1}{2} y_c = \frac{3}{2} y_c \quad Fr = \frac{V}{\sqrt{g D}} = \frac{V}{\sqrt{g y}}$$

مقطع مثلثی

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \Rightarrow \frac{Q^2}{g} = \frac{z^3 y_c^6}{2zy_c} \Rightarrow y_c = \left(\frac{2Q^2}{gz^2} \right)^{\frac{1}{5}}$$

$$E_{min} = y_c + \frac{1}{2} \left(\frac{y_c}{2} \right) = 1.25 y_c$$

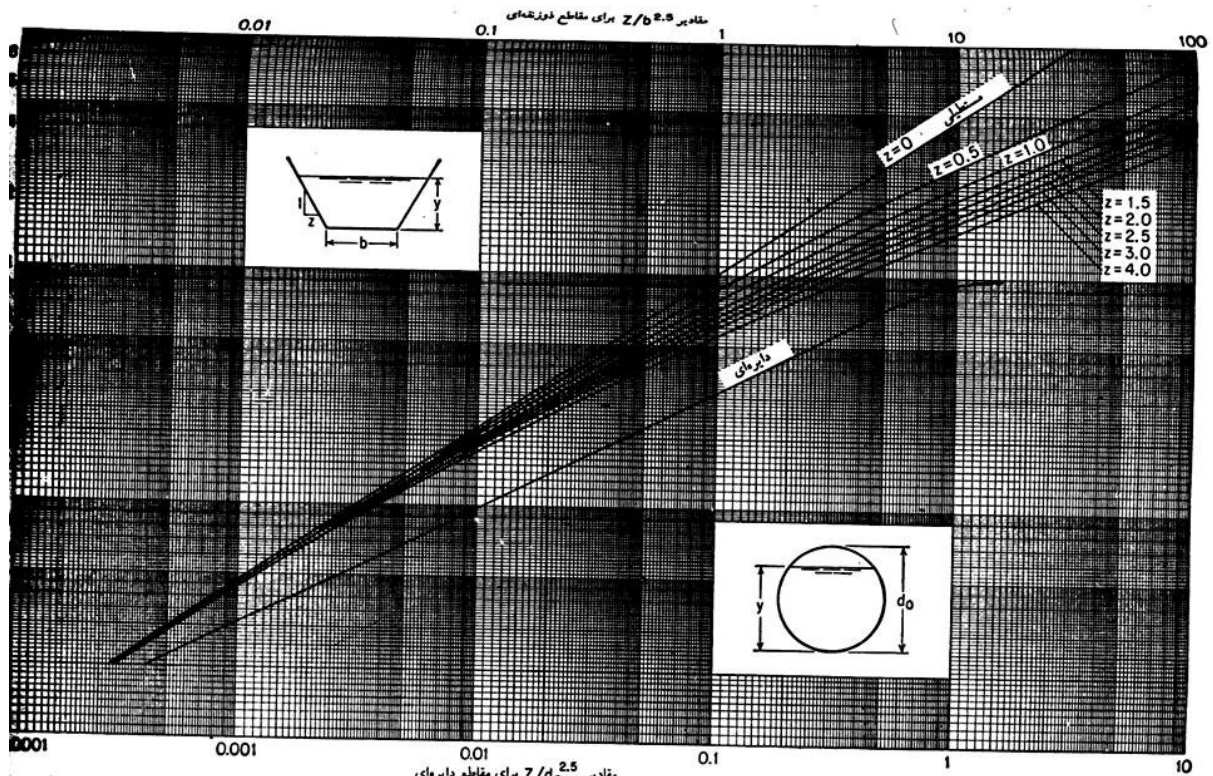
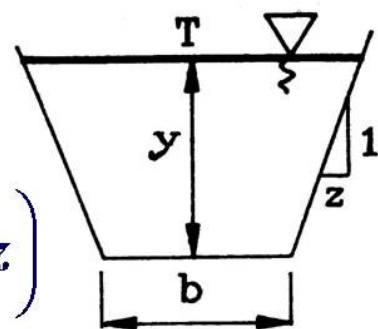
$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gD}} = \frac{V}{\sqrt{gy/2}} = \frac{V\sqrt{2}}{\sqrt{gy}}$$



مقطع خورتنه ای

$$Z = A\sqrt{A/T} = A\sqrt{D} = \frac{[(b + zy)y]^{3/2}}{(b + 2zy)^{1/2}}$$

$$\frac{Z}{(b)^{2.5}} = \frac{\left[\left(1 + \frac{zy}{b} \right) \left(\frac{y}{b} \right) \right]^{1.5}}{\left(1 + \frac{2zy}{b} \right)^{0.5}} = g \left(\frac{y}{b}, z \right)$$



مقطع دایره ای

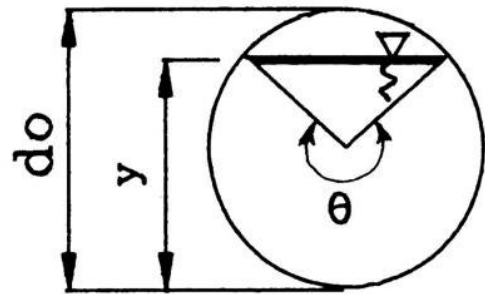
$$\theta = 2\cos^{-1}\left(1 - \frac{2y}{d_o}\right) = f\left(\frac{y}{d_o}\right)$$

$$Z = A\sqrt{D} = \frac{\sqrt{2}}{32} \frac{(\theta - \sin\theta)^{1.5}}{(\sin\theta/2)^{0.5}} d_o^{2.5}$$

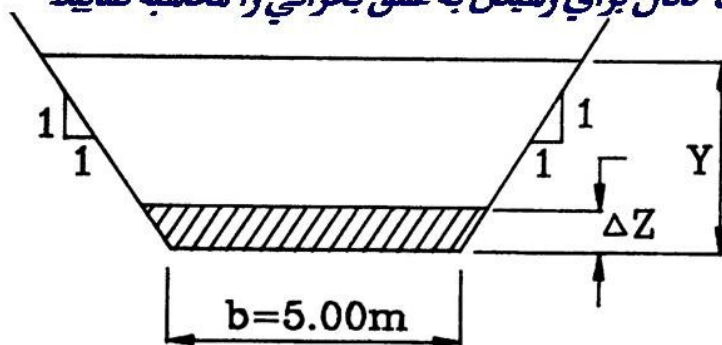
$$\frac{Z}{d_o^{2.5}} = \frac{\sqrt{2}}{32} \frac{(\theta - \sin\theta)^{1.5}}{(\sin\theta/2)^{0.5}} = g\left(\frac{y}{d_o}\right)$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \Rightarrow \frac{Q}{\sqrt{g}} = A_c \sqrt{D_c} = Z_c$$

$$\frac{Q}{\sqrt{g} d_o^{2.5}} = \frac{Z_c}{d_o^{2.5}} \Rightarrow \frac{Q}{\sqrt{g}} = A_c \sqrt{D_c} = Z_c$$



مثال: آب در یک کانال دوزنقه ای به عرض ۵ متر و شیب کناره های ۱:۱ با عمق ۵/۱ متر و سرعت ۱ متر بر ثانیه جاری است.
الف) حداقل ارتفاع برآمدگی در کف کانال برای رسیدن به عمق بحرانی را محاسبه نمایید



حل: ابتدا وضعیت جریان در بالادست برآمدگی تعیین می شود.

$$A_1 = (b + zy_1)y_1 = (5 + 1.5)1.5 = 9.75 \text{ m}^2$$

$$T_1 = (b + 2zy_1) = (5 + 2 \times 1.5) = 8 \text{ m}$$

$$\Rightarrow D_1 = \frac{A_1}{T_1} = 1.22 \text{ m}$$

$$Q = A_1 V_1 = 9.75 \times 1 = 9.75 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Fr_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gD_1}} = \frac{1}{\sqrt{9.81 \times 1.22}} = 0.29 < 1$$

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 1.551 \text{ m}$$

$$\Delta Z_c = E_1 - E_c \quad E_c = y_c + \frac{1}{2} D_c$$

عمق بحرانی بر روی برآمدگی با استفاده از نمودار و با فرض اینکه عرض کف برابر با ۵ باشد تعیین می گردد

$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = \frac{Q}{\sqrt{g} b^{2.5}} \Rightarrow \frac{9.75}{\sqrt{9.81} (5)^{2.5}} = 0.056$$

$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = 0.056 \xrightarrow{z=1} \frac{y_c}{b} = 0.135$$

$$\Rightarrow y_c = 0.135 \times 5 = 0.675 \text{ m}$$

$$D_c = \frac{(5 + 0.675) 0.675}{5 + 2 \times 0.675} = 0.603 \text{ m}$$

$$E_c = y_c + \frac{1}{2} D_c = 0.675 + \frac{1}{2} (0.603) = 0.977 \text{ m}$$

$$\Delta Z_c = 1.551 - 0.977 = 0.574 \text{ m}$$

بدیهی است فرض $b=5$ در محاسبه عمق بحرانی صحیح نمی باشد، لذا عرض کف با توجه به مقدار ΔZ_c تصحیح گشته و مجدداً عمق بحرانی محاسبه می گردد

$$b = 5 + 2 \Delta Z_c = 5 + 2 \times 0.574 = 6.148 \text{ m}$$

$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = \frac{Q}{\sqrt{g} b^{2.5}} \Rightarrow \frac{9.75}{\sqrt{9.81} (6.148)^{2.5}} = 0.0332$$

$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = 0.033 \xrightarrow{z=1} \frac{y_c}{b} = 0.1$$

$$\Rightarrow y_c = 0.1 \times 6.148 = 0.615 \text{ m}$$

$$D_c = \frac{(6.148 + 0.615)0.615}{6.148 + 2 \times 0.615} = 0.564 \text{ m}$$

$$E_c = y_c + \frac{1}{2} D_c = 0.615 + \frac{1}{2} (0.564) \approx 0.9 \text{ m}$$

$$\Delta Z_c = 1.551 - 0.9 = 0.654 \text{ m}$$

با مقدار $\Delta Z_c = 0.654 \text{ m}$ در سومین آزمون عمق بحرانی محاسبه می‌شود:

$$b = 5 + 2 \Delta Z_c = 5 + 2 \times 0.654 = 6.308 \text{ m}$$

$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = \frac{Q}{\sqrt{g} b^{2.5}} \Rightarrow \frac{9.75}{\sqrt{9.81} (6.308)^{2.5}} = 0.031$$

$$\frac{Z_c}{b^{2.5}} = 0.031 \xrightarrow{z=1} \frac{y_c}{b} = 0.099$$

$$\Rightarrow y_c = 0.099 \times 6.308 = 0.624 \text{ m}$$

$$D_c = \frac{(6.308 + 0.624)0.624}{6.308 + 2 \times 0.624} = 0.573 \text{ m}$$

$$E_c = y_c + \frac{1}{2} D_c = 0.624 + \frac{1}{2} (0.573) = 0.91 \text{ m}$$

$$\Delta Z_c = 1.551 - 0.91 = 0.64 \text{ m} \quad \text{OK.}$$

میزان پایین افتادگی سطح آب در محل برآمدگی برابر است با:

$$\Delta y = y_1 - (y_c + \Delta Z_c) = 1.5 - (0.573 - 0.64) = 0.236 \text{ m}$$

ب) در صورتیکه ارتفاع برآمدگی نصف حالت الف باشد، عمق جریان بر روی برآمدگی را تعیین کنید

$$\Delta Z = 0.5 \Delta Z_c = 0.5 \times 0.64 = 0.32 \text{ m}$$

$$\Delta Z < \Delta Z_c \quad E_2 = E_1 - \Delta Z = 1.5451 - 0.32 = 1.231 \text{ m}$$

$$b_2 = 5 + 2 \Delta Z = 5 + 2 \times 0.32 = 5.64 \text{ m}$$

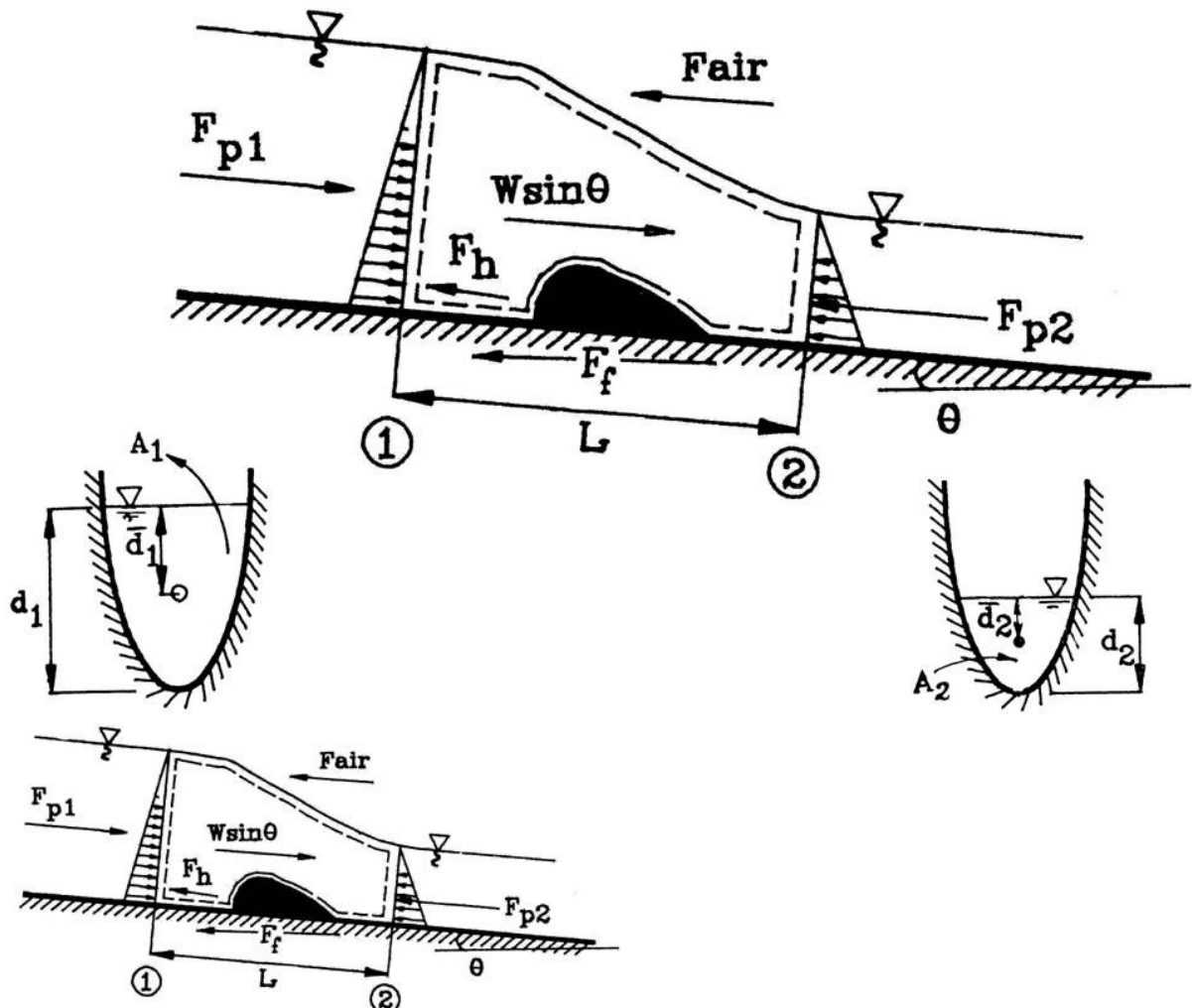
$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g} = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2}$$

$$1.231 = y_2 + \frac{(9.75)^2}{2 \times 9.81 \times [(5.64 + y_2)y_2]^2}$$

$$\Rightarrow y_2 = 1.155 \text{ m} \quad \Delta y = 1.5 - (1.155 + 0.32) = 0.025 \text{ m}$$

اصل اندازه حرکت در کانال های باز و کاربرد آن

اصل اندازه حرکت هنگامی مورد استفاده قرار می گیرد که نیروهای خارجی موثر بر حجم کنترل انتخابی از جریان مشخص و یا قابل صرف نظر کردن باشند.



$$F_{P1} - F_{P2} - F_f - F_h - F_{air} + W \sin \theta = \rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

F_{P1} و F_{P2} = نیروهای فشاری در مقاطع ۱ و ۲

F_f = نیروی اصطکاک در کف کانال

$W \sin \theta$ = مؤلفه وزن در

F_{air} = نیروی ناشی از مقاومت هوا بر روی جریان جهت شیب

F_h = نیروی ناشی از وجود مانع در مسیر جریان

$$F_{P1} - F_{P2} - F_{ext} = \rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

$$F_{P1} = \gamma \bar{d}_1 \cos \theta A_1$$

\bar{d}_1, \bar{d}_2 = فاصله مرکز سطح مقطع A_1, A_2 تا سطح آزاد مربوطه

$$F_{P2} = \gamma \bar{d}_2 \cos \theta A_2$$

$$\gamma \bar{d}_1 \cos \theta A_1 - \gamma \bar{d}_2 \cos \theta A_2 + F_{ext} = \rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

$$F_{ext} = \left[(\rho Q \beta_2 V_2 + \gamma \bar{d}_2 \cos \theta A_2) - (\rho Q \beta_1 V_1 + \gamma \bar{d}_1 \cos \theta A_1) \right]$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left(\frac{\beta_2 Q^2}{g A_2} + \bar{d}_2 \cos \theta A_2 \right) - \left(\frac{\beta_1 Q^2}{g A_1} + \bar{d}_1 \cos \theta A_1 \right)$$

$$\beta_1 = \beta_2 = 1 \text{ و } \cos \theta = 1$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \left(\frac{Q^2}{g A_2} + \bar{y}_2 A_2 \right) - \left(\frac{Q^2}{g A_1} + \bar{y}_1 A_1 \right)$$

$$F = \frac{Q^2}{g A} + \bar{y} A$$

نیروی مخصوص (specific Force)

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \frac{W \sin \theta - F_f - F_h}{\gamma} = F_2 - F_1$$

معادله اندازه حرکت برای یک کانال مستطیلی با عرض b ، $\cos \theta = 1$ ، و از مقادیر F_{air} و F_h صرف نظر شده است.

$$F_{P1} - F_{P2} - F_f - F_h - F_{air} + W \sin \theta = \rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

$$F_{P1} = \frac{1}{2} \gamma b y_1^2 \quad F_{P2} = \frac{1}{2} \gamma b y_2^2$$

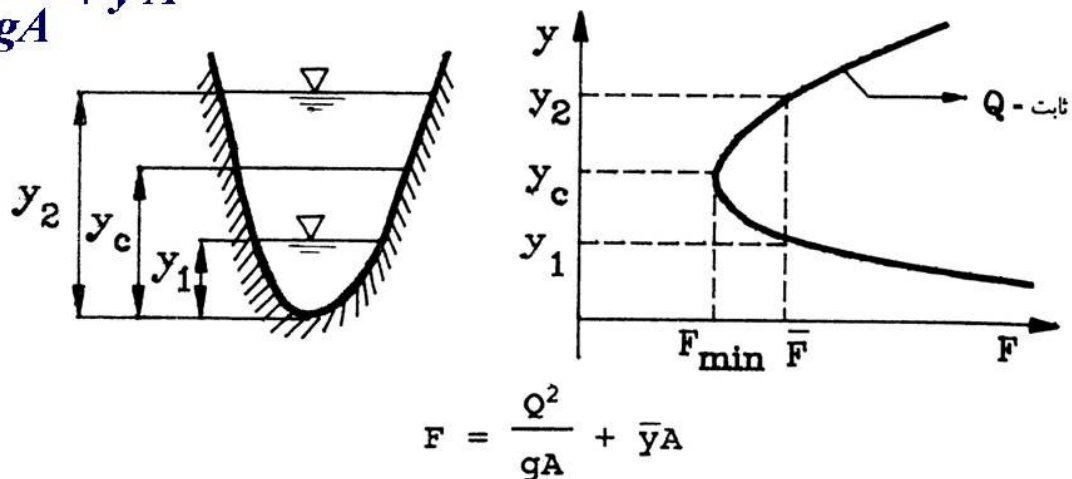
$$Q = AV = \frac{1}{2} (V_1 + V_2) b \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$W = \gamma b L \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) \quad \sin \theta = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{L} \right)$$

$$F_f = \gamma b h'_f \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) \quad \text{مقدار انرژی داخلی از بین رفته بر حسب ارتفاع آب} \quad h'_f$$

$$\beta_1 \frac{V_1^2}{2g} + y_1 + Z_1 = \beta_2 \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + Z_2 + h'_f$$

$$F = \frac{Q^2}{gA} + \bar{y} A$$



از منحنی $F-y$ نتیجه گیری های زیر حاصل می گردد

الف - مقدار F_{min} (حداقل نیروی مخصوص) در عمقی حاصل می گردد که همان عمق بحرانی است

$$F = \frac{Q^2}{gby} + by \times \frac{y}{2} = \frac{Q^2}{gb} \left(\frac{1}{y} \right) + b \frac{y^2}{2}$$

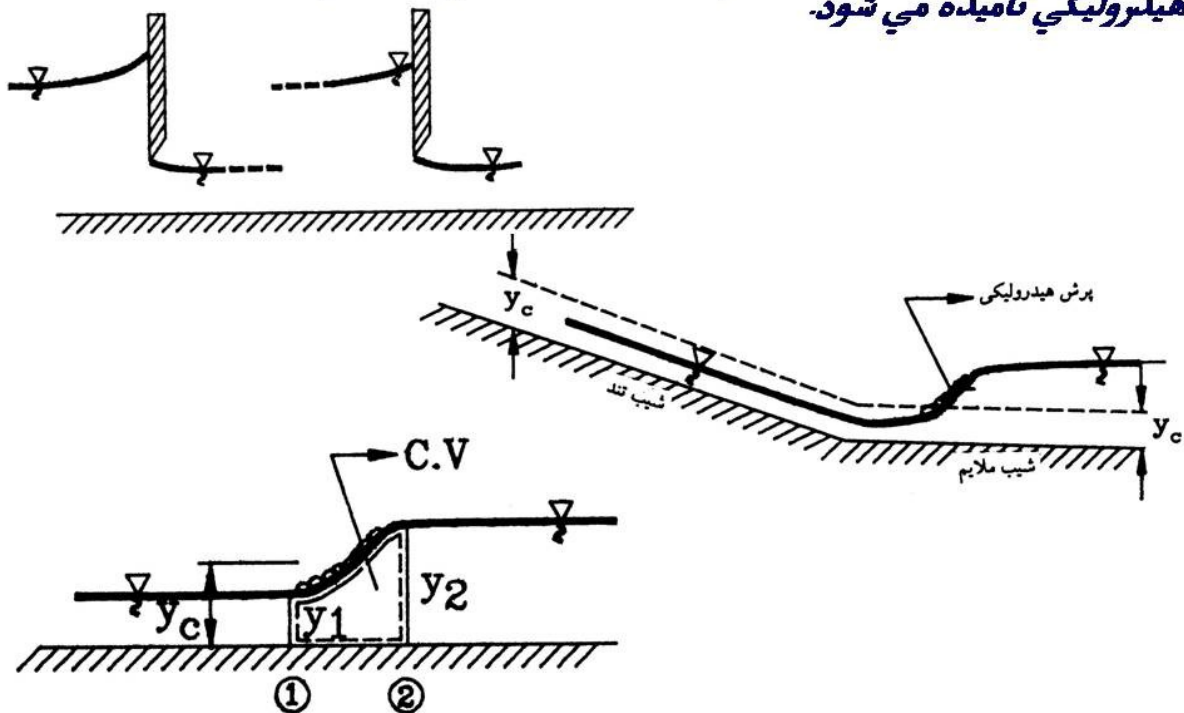
$$\frac{dF}{dy} = \frac{Q^2}{gb} \left(-\frac{1}{y^2} \right) + by = 0 \Rightarrow y = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} = y_c$$

$$F_{min} = \frac{Q^2}{gby} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{bq^2}{gy_c} + \frac{by_c^2}{2} = \frac{3}{2} by_c^2$$

ب - به ازاء هر نیروی مخصوص ثابت (F) دو عمق از جریان مشخص می شود که یکی وضعیت فوق بحرانی و دیگری وضعیت زیر بحرانی از جریان را نشان می دهند و اعماق مزدوج نامیده می شوند

پرش هیدرولیکی

هرگاه به دلیلی تبدیل سریع جریان از فوق بحرانی به زیر بحرانی پیش آمده، انبساط سریع جریان در این فاصله توأم با آشفتگی و افت انرژی موضعی زیادی می باشد که این پدیده پرش هیدرولیکی نامیده می شود.



$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = \frac{W \sin \theta - F_f - F_h}{\gamma} = F_2 - F_1$$

$$F_{ext} = W \sin \theta - F_f = 0 \Rightarrow F_2 = F_1$$

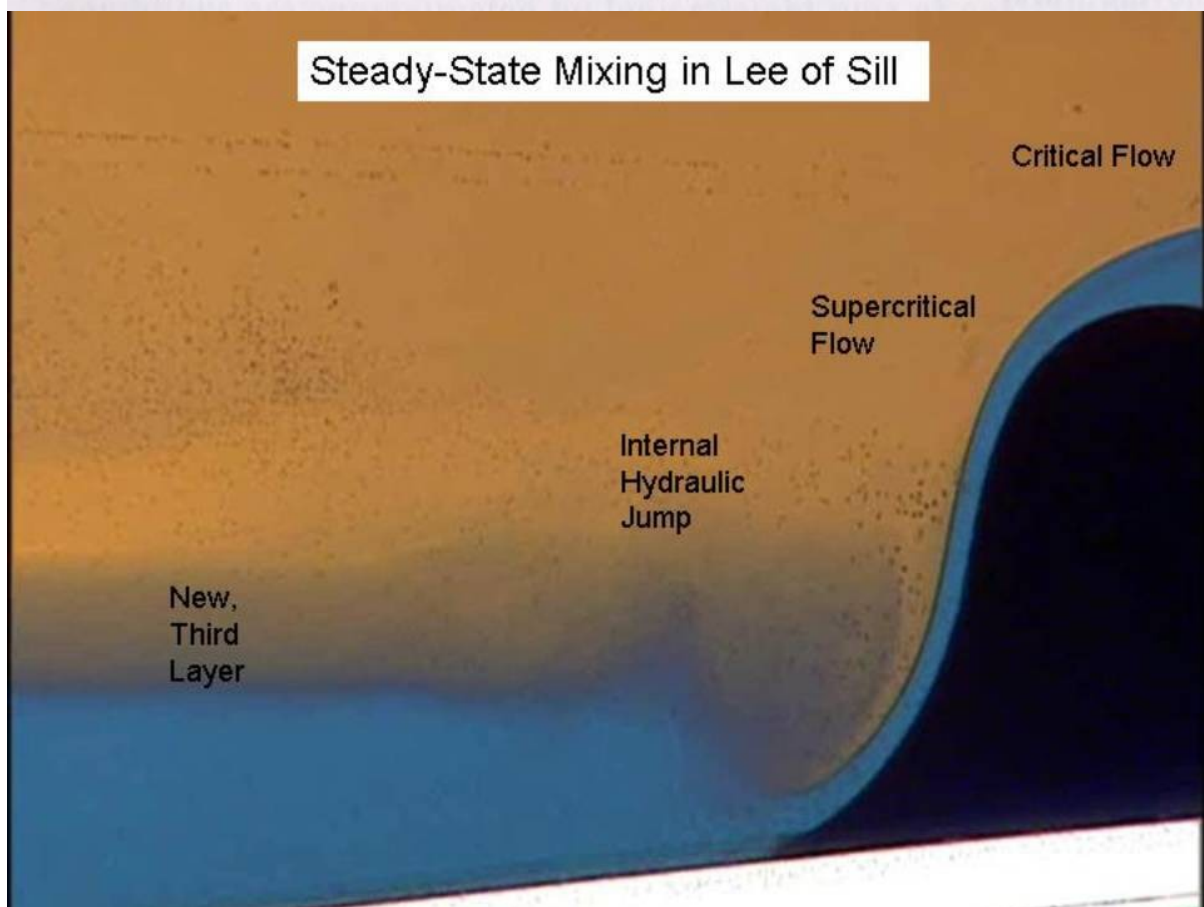
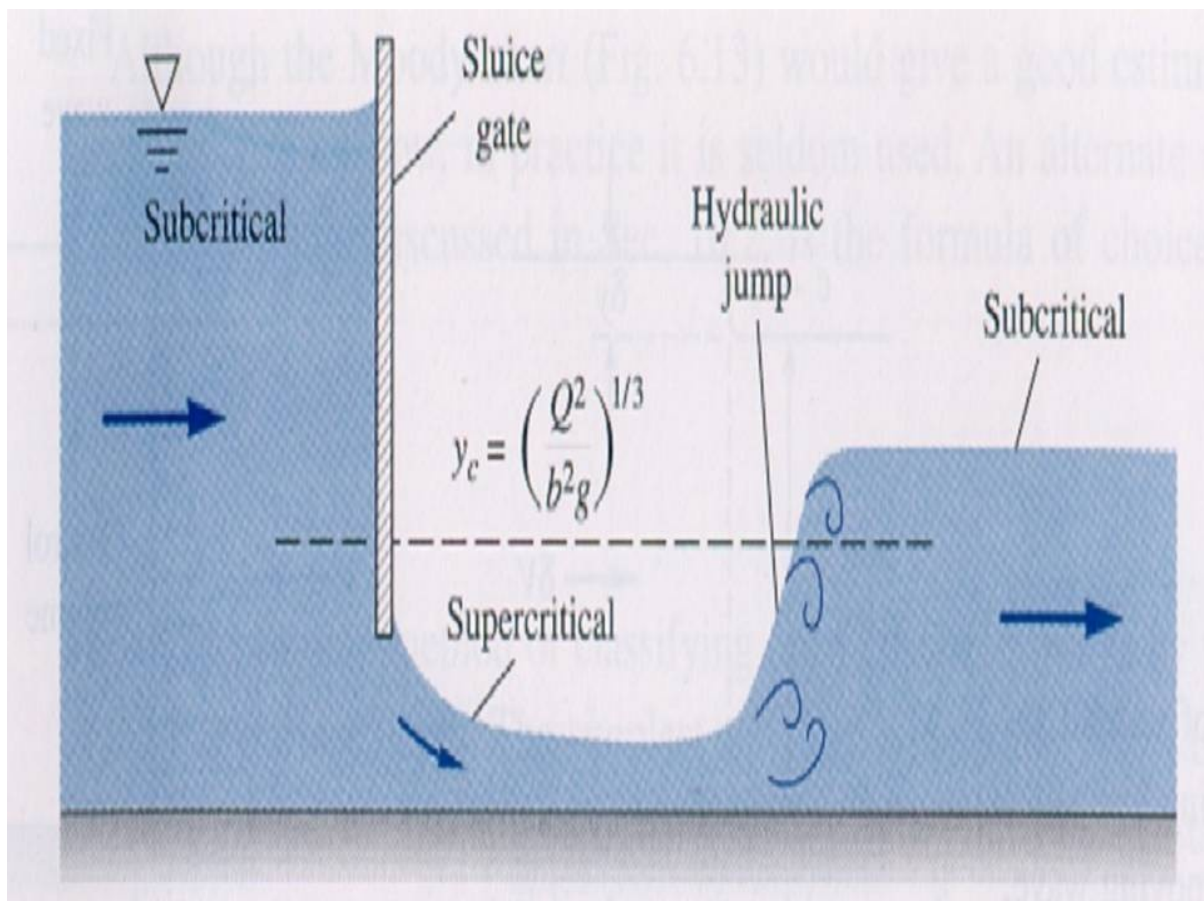
$$\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1 = \frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2 \quad \text{عمق اولیه پرش } y_1 \text{ و عمق ثانویه پرش } y_2$$

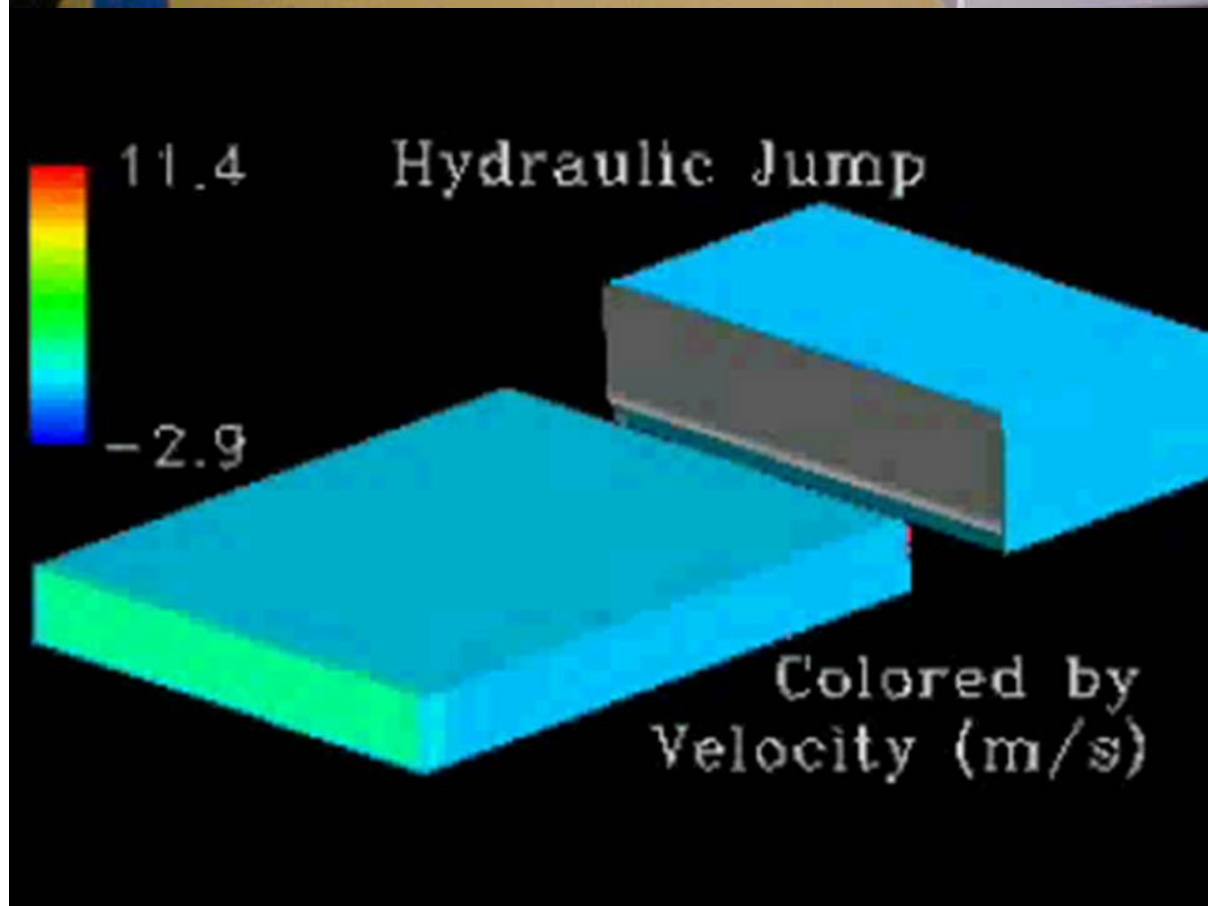
$$E_1 - \Delta E_j = E_2$$

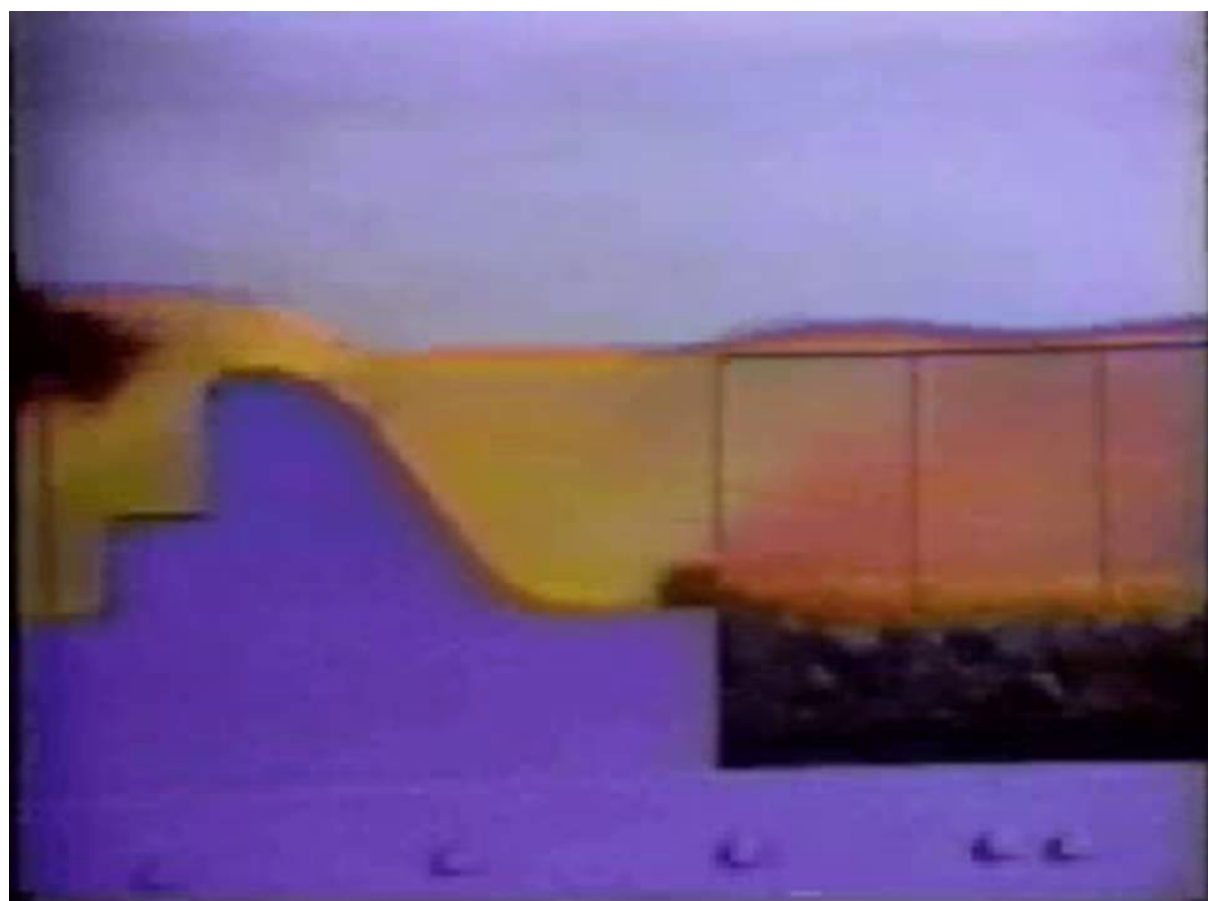
$$\Delta E_j = E_1 - E_2 = \left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right)$$

$$P_j = \gamma Q \Delta E_j$$

$$\eta = \frac{E_2}{E_1} \times 100$$









مثال: ارتباط بین دو عمق اولیه و ثانویه و نیز انرژی از دست رفته در پرش هیلرولیکی در یک کانال مستطیلی را بدست آورید.

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{2} = \frac{q^2}{gy_2} + \frac{y_2^2}{2}$$

$$\frac{q^2}{gy_1} \left(\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} \right) = \frac{1}{2} (y_2^2 - y_1^2) = \frac{1}{2} (y_2 - y_1)(y_2 + y_1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{q^2}{gy_1 y_2} &= \frac{1}{2} (y_1 + y_2) \\ q = V_1 y_1 = V_2 y_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{V_1^2 y_1^2}{gy_1 y_2} = \frac{1}{2} (y_1 + y_2)$$

$$\frac{V_1^2}{g} = \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{y_1} \right) (y_1 + y_2) \Rightarrow \frac{V_1^2}{g} = Fr_1^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{y_2}{y_1} \right) \left(\frac{y_2}{y_1} + 1 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right)$$

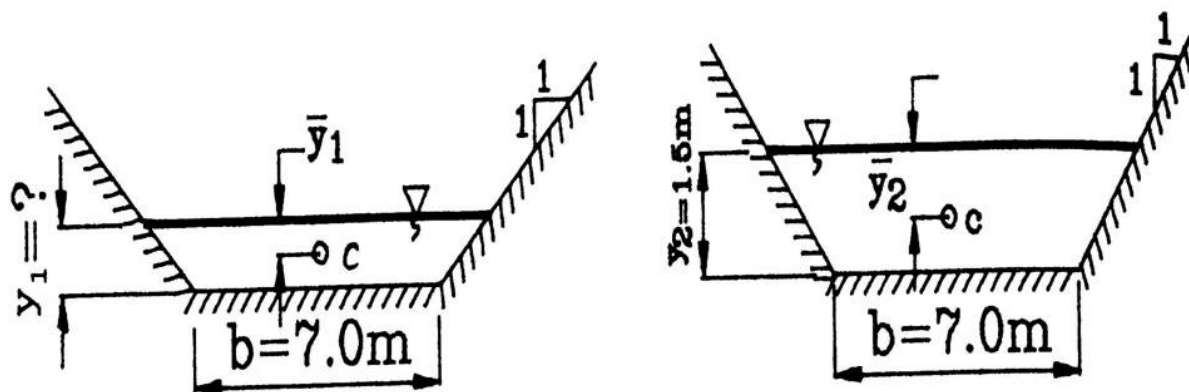
$$\Rightarrow \frac{y_1}{y_2} = \left(\sqrt{1 + 8Fr_2^2} - 1 \right)$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \left(\sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{y_1}{2} \right)^2 + \frac{2q^2}{gy_1}}$$

$$\Rightarrow y_1 = -\frac{y_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{y_2}{2} \right)^2 + \frac{2q^2}{gy_2}}$$

مثال: آب با دبی ۱۰ متر مکعب بر ثانیه در یک کانال دوزنقه ای به عرض کف ۷ متر و شیب
 کناره های ۱:۱ جاری است.
 اگر عمق ثانویه پرش هیدرولیکی در این کانال ۵/۱ متر باشد عمق اولیه مربوطه را تعیین کنید
 افت انرژی در طول پرش را نیز بدست آورید



$$A_2 = y_2(b + zy_2) = 1.5(7 + 1.5) = 12.75 \text{ m}^2$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{10}{12.75} = 0.784 \text{ m/s}$$

$$T_2 = b + 2zy_2 = 7 + 2 \times 1.5 = 10.0 \text{ m}$$

$$D_2 = \frac{A_2}{T_2} = \frac{12.75}{10} = 1.275 \text{ m}$$

$$Fr_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gD_2}} = \frac{0.784}{\sqrt{9.81 \times 1.275}} = 0.222 < 1$$

$$A_2 \bar{y}_2 = zy_2 \times y_2 \times \frac{y_2}{2} + by_2 \times \frac{y_2}{2} = \frac{zy_2^3}{3} + \frac{by_2^2}{2}$$

$$A_2 \bar{y}_2 = \frac{1.5^3}{3} + \frac{7(1.5)^2}{2} = 9 \text{ m}^3$$

$$F_1 = F_2 \Rightarrow \frac{100}{9.81y_1(7 + y_1)} + \frac{y_1^3}{3} + \frac{7y_1^2}{2} = \frac{100}{9.81 \times 12.75} + 9$$

$$\frac{10.194}{y_1(7+y_1)} + \frac{1}{3}y_1^3 + 3.5y_1^2 = 9.8 \quad \Rightarrow y_1 = 0.146 \text{ m}$$

$$A_1 = y_1(b + zy_1) = 0.146(7 + 0.146) = 1.043 \text{ m}^3$$

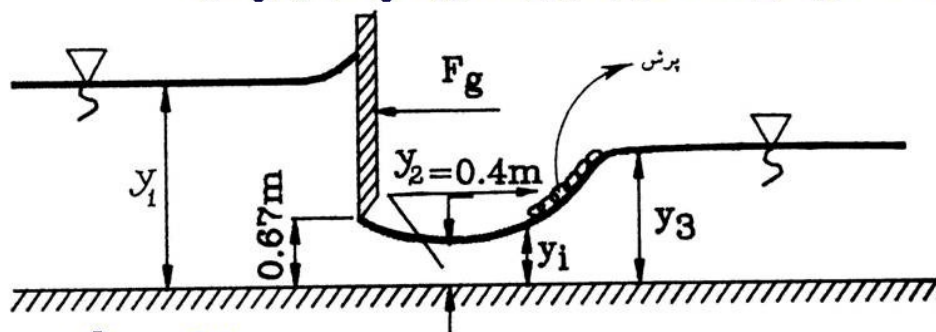
$$E_1 = y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} = 0.146 + \frac{100}{2 \times 9.81 \times 1.043^2} = 4.83 \text{ m}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} = 1.5 + \frac{100}{2 \times 9.81 \times 1.043^2} = 1.53 \text{ m}$$

$$\Delta E_j = E_1 - E_2 = 4.83 - 1.53 = 3.3 \text{ m}$$

مثال: در مسیر یک کانال مستطیلی به عرض ۵ متر که در آن آبی با دبی $20 \text{ m}^3/\text{s}$ جریان دارد، یک دریچه کشویی به گونه ای قرار می گیرد که فاصله آن از کف کانال $17/0$ متر می باشد چنانچه عمق جریان در مقطع انقباض برابر $4/0$ متر و جریان در قسمت پایین دست دریچه یکنواخت، با عمقی معادل $5/2$ متر فرض گردد، موارد زیر را تحقیق و محاسبه کنید

الف - اثبات نمایید که در پایین دست دریچه پرش هیدرولیکی انجام می شود



$$q = \frac{Q}{b} = \frac{20}{5} = 4 \text{ m}^3/\text{s.m}$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{16}{9.81} \right)^{1/3} = 1.177 \text{ m}$$

$$0.4 \langle 1.177 \Rightarrow Fr \rangle 1 \Rightarrow y_i = \sqrt{\frac{y_3^2}{4} + \frac{2q^2}{gy_3}} - \frac{y_3}{2}$$

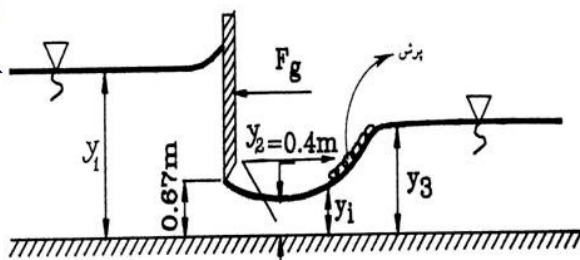
$$2.5 \rangle 1.177 \Rightarrow Fr \langle 1 \Rightarrow y_i = \sqrt{\frac{2.5^2}{4} + \frac{2 \times 16}{9.81 \times 2.5}} - \frac{2.5}{2} = 0.443 \rangle 0.4$$

ب. افت انرژی در طول پرش را بدست آورده و توان مصرفی در طول پرش را محاسبه نمایید.

$$\Delta E_j = \frac{(y_3 - y_i)^3}{4y_3y_i} = \frac{(2.5 - 0.443)^3}{4 \times 2.5 \times 0.443} = 1.97 \text{ m}$$

ج. اگر افت انرژی موضعی در جریان آب از زیر دریچه تا مقطع انقباض برابر با ۰.۵٪ ارتفاع معادل انرژی سرعتی در مقطع انقباض باشد عمق آب قبل از دریچه را محاسبه کنید.

$$E_1 - \Delta E = E_2 \Rightarrow E_1 = E_2 + \Delta E$$

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{1.05q^2}{2gy_2^2}$$


$$y_1 + \frac{16}{2 \times 9.81 \times y_1^2} = 0.4 + \frac{1.05 \times 16}{2 \times 9.81 \times 0.4^2}$$

$$\Rightarrow y_1 = 5.73 \text{ m}$$

د. نیروی وارد بر دریچه را محاسبه نمایید.

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = F_2 - F_1 \Rightarrow \frac{W \sin \theta - F_f - F_h}{\gamma} = F_2 - F_1$$

$$\frac{F_{ext}}{\gamma} = F_2 - F_1 \Rightarrow \frac{-F_g}{\gamma} = F_2 - F_1$$

$$F_g = \gamma(F_2 - F_1)$$

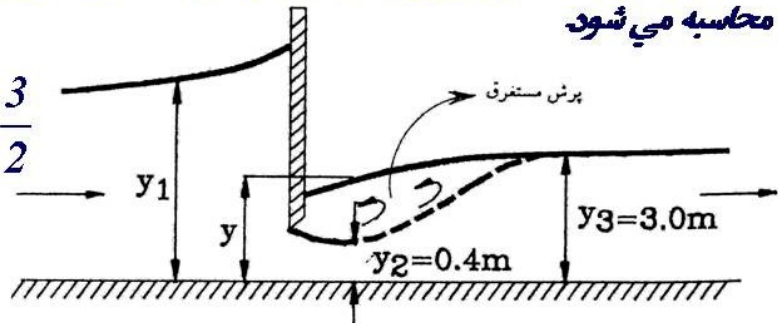
$$F_1 = \frac{Q^2}{gA_1} + \bar{y}_1 A_1 = \frac{20^2}{9.81 \times 5 \times 5.73} + 5 \times 5.73 \times \frac{5.73}{2} = 83.51 m^3$$

$$F_2 = \frac{Q^2}{gA_2} + \bar{y}_2 A_2 = \frac{20^2}{9.81 \times 5 \times 0.4} + 5 \times 0.4 \times \frac{0.4}{2} = 20.79 m^3$$

$$F_g = 9806(83.51 - 20.79) = 615.06 KN$$

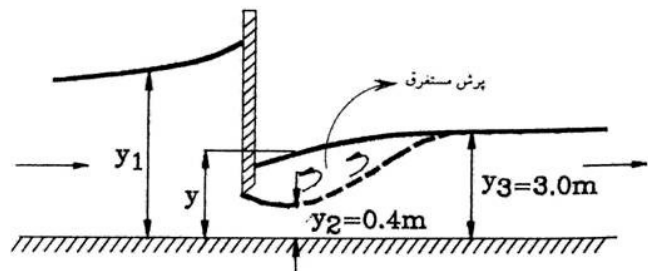
۵- در صورتیکه عمق پایین دست درجه در ۳ تثبیت گردد، عمق اولیه پرش به صورت زیر محاسبه می شود.

$$y_1 = \sqrt{\frac{3^2}{4} + \frac{2 \times 16}{9.81 \times 3}} - \frac{3}{2} = 0.327 m$$



$$\frac{1}{2} \gamma y_1^2 - \frac{1}{2} \gamma y_3^2 = \rho q (V_3 - V_2)$$

$$q = V_1 y_1 = V_2 y_2 = V_3 y_3$$

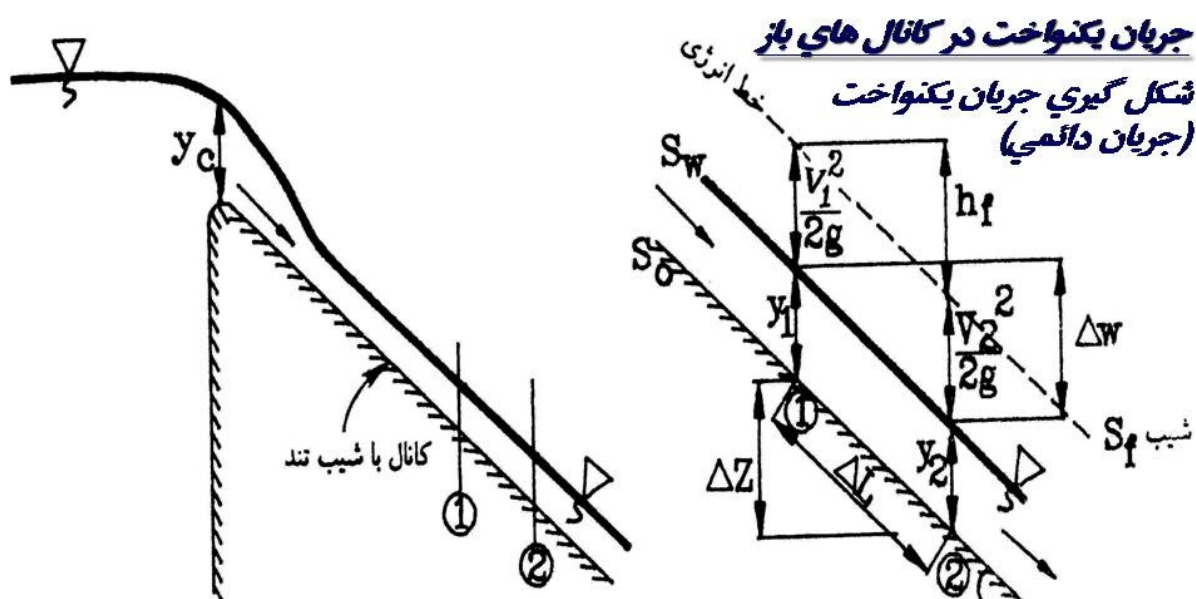


$$y_1^2 - y_3^2 + \frac{2q^2}{g} \left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_3} \right) = 0$$

$$Fr_3 = \frac{V_3}{\sqrt{gy_3}} = \frac{q}{y_3 \sqrt{gy_3}} \Rightarrow q^2 = gy_3^3 Fr_3^2$$

$$y = y_3 \sqrt{1 + 2Fr_3^2 \left(1 - \frac{y_3}{y_2} \right)}$$

$$y = 3 \sqrt{1 + 2 \times \left(\frac{4}{3 \sqrt{9.81 \times 3}} \right)^2 \left(1 - \frac{3}{0.4} \right)} = 1.39 m$$



الف - به ازاء دبی ثابت عمق و سرعت در امتداد طولی جریان ثابت است

$$\left. \begin{aligned} y_1 = y_2 &\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0 \\ V_1 = V_2 &\Rightarrow \frac{dV}{dx} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{جریان یکنواخت دائمی}$$

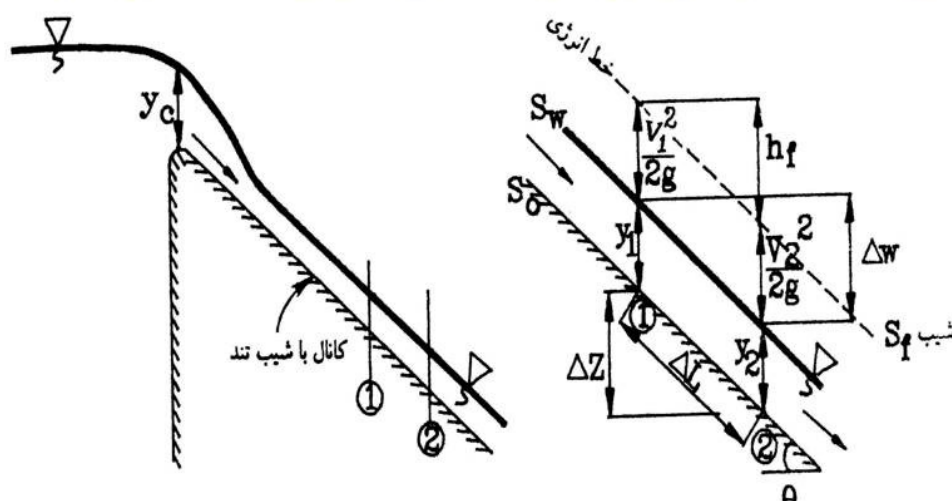
جریان یکنواخت دائمی = جریان یکنواخت = جریان نرمال ($y = y_n$)

جریان یکنواخت بحرانی $y_n = y_c$

جریان یکنواخت زیر بحرانی $y_n > y_c$

جریان یکنواخت فوق بحرانی $y_n < y_c$

ب - در صورتیکه فاصله دو مقطع ۱ و ۲ در امتداد جریان برابر ΔL باشد میتوان نوشت:



شیب خط انرژی = شیب سطح آب = شیب کف کانال

$$S_o = S_w = S_f = S$$

$$\frac{\Delta Z}{\Delta L} = \frac{\Delta W}{\Delta L} = \frac{h_f}{\Delta L} = S = \sin \theta$$

ΔZ = تغییر ارتفاع کف کانال

ΔW = تغییر ارتفاع سطح آب

h_f = افت انرژی

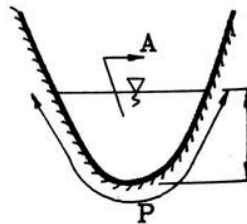
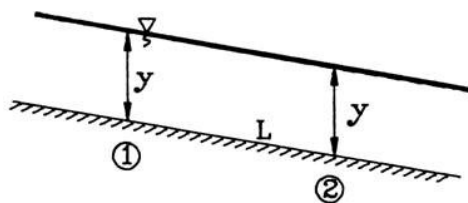
سرعت متوسط در جریان های یکنواخت

۱- رابطه شزی

فرضیات:

۱- جریان یکنواخت

۲- کانال منشوری با مقطع دلخواه



Momentum Eq. with $\beta_1 = \beta_2 = 1 \Rightarrow$

$$F_{P1} - F_{P2} - F_f + W \sin \theta = \rho Q (V_2 - V_1)$$

$$V_1 = V_2, \quad F_{P1} = F_{P2}$$

$$W \sin \theta - F_f = 0 \Rightarrow W \sin \theta = F_f \quad (I)$$

$$F_f = \tau_o PL$$

τ_o = تنش برشی متوسط در کف

$$W \sin \theta = \gamma AL \sin \theta \quad (II)$$

$$(II) \rightarrow (I) \Rightarrow \gamma AL \sin \theta = \tau_o PL \Rightarrow \tau_o = \gamma \frac{A}{P} \sin \theta$$

$$\tau_o = \gamma R \sin \theta = \gamma RS$$

فرض: تنش برشی متوسط جداره که عکس تنش حاصل از نیروی رانش بر کف کانال می باشد متناسب با مجذور سرعت متوسط جریان می باشد یعنی:

$$\tau_o = K \rho V^2$$

$$K \rho V^2 = \gamma RS \Rightarrow V = \frac{\sqrt{g}}{K} \sqrt{RS}$$

$$\frac{\sqrt{g}}{K} = C \Rightarrow V = C \sqrt{RS} \quad C = \frac{L^{1/2}}{T}$$

تعیین ضریب شری بر مبنای ضریب اصطکاک داری - وایسباخ

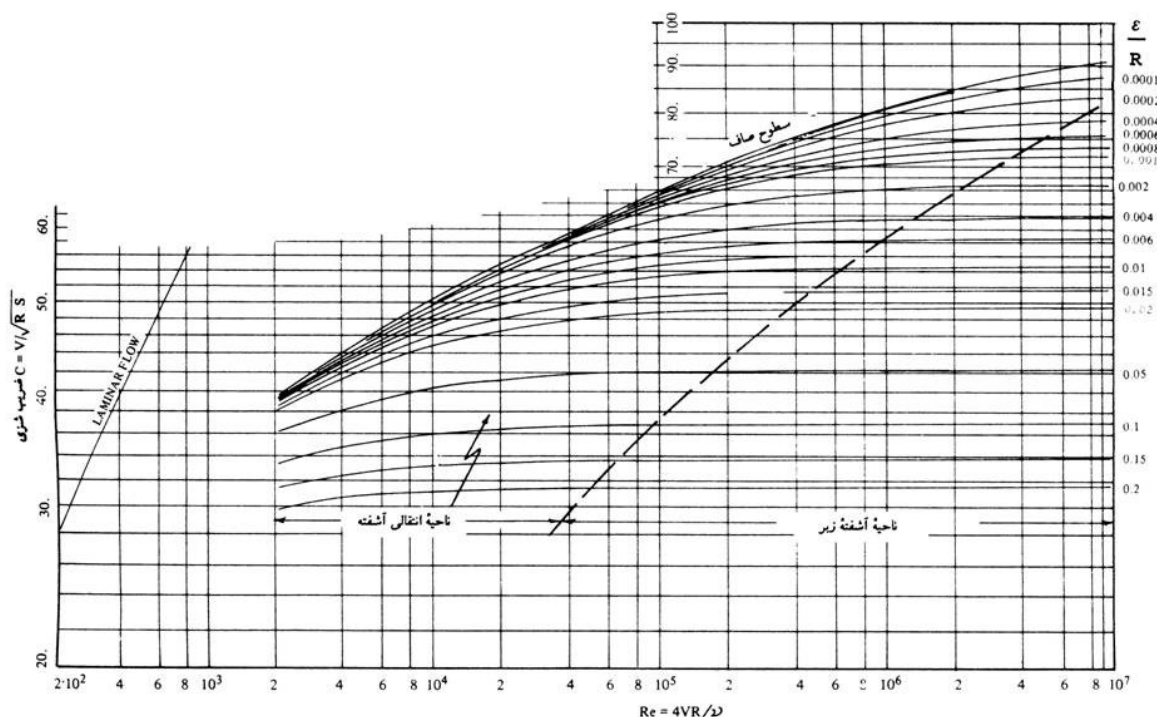
$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

f = ضریب اصطکاک بدون بعد داری - وایسباخ بوده که تابعی از عدد رینولدز جریان $(4pVR/\mu)$ و زبری نسبی $(\epsilon/4R)$ در لوله می باشد

$$\frac{h_f}{L} = S_f = \frac{f}{4R} \frac{V^2}{2g}$$

$$V = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{RS_f} \xrightarrow{\text{uniform flow}} V = \sqrt{\frac{8g}{f}} \sqrt{RS} \left. \vphantom{\sqrt{\frac{8g}{f}}} \right\} \Rightarrow C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

$$V = C \sqrt{RS}$$



تعیین ضریب شزی با استفاده از رابطه بیزن

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$$

R = شعاع هیدرولیکی

γ = ضریب زیری بستر کانال

تعیین ضریب شزی با استفاده از رابطه گانگلیت - کاتر

$$C = \frac{(23 + 0.00155/S) + \frac{1}{n}}{1 + (23 + 0.00155/S)^{1/n} \sqrt{R}}$$

n = ضریب زیری بستر کانال

S = شیب طولی کانال

تعیین سرعت متوسط در کانالها با استفاده از معادله مانینگ

$$C \propto R^{1/6} \Rightarrow C = \frac{1}{n} R^{1/6}$$

n = ضریب زیری بستر کانال در رابطه کاتر

$$V = C \sqrt{RS} \Rightarrow V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$(SI \rightarrow English) \Rightarrow \left(\frac{1}{n} \rightarrow \frac{1.486}{n} \right) \Rightarrow \frac{L^{1/3}}{T}$$



تخمین ضریب زبری مانینگ: ضریب زبری مانینگ کلیه عوامل موثر در مقاومت بستر کانال در مقابل جریان را در خود مستتر دارد.

همچنین از تشابه فرمول دارسی - وایسباخ مشاهده می شود که این ضریب شدت افت انرژی را در یک جریان نشان می دهد.

راه مناسب در تخمین صحیح تر ضریب n شناخت عوامل موثر در این ضریب می باشد. این عوامل عبارتند از زبری بستر کانال (جنس کانال)، نامنظمی سطح مقطع، پوشش گیاهی (نوع و میزان تراکم آن)، شکل مسیر (مستقیم یا مارپیچی بودن مسیر)، وجود موانع در مسیر جریان و حتی عمق و دبی جریان، که علاوه بر تأثیر در افت طولی در مسیر جریان، تا حدودی در برگزیده افتهای ناشی از تغییر شکل جریان (افت های موضعی) نیز می باشند.

تأثیر گذشت زمان و تغییر فصول را نیز باید در تغییرات n در نظر داشت.

تعیین n توسط روابط تجربی

۱- رابطه استریکمر: مرسوم ترین و معمول ترین رابطه جهت برآورد ضریب مانینگ

$$n = \frac{d_{50}^{1/6}}{21.1}$$

d_{50} = اندازه متوسط دانه ها (شماره الکی که ۵۰٪ وزنی ذرات از آن عبور می کنند)

۲- رابطه میر (Meyer): در مورد رودخانه های کوهستانی که مصالح جدار آنها عمدتاً شامل مصالح درشت دانه است کاربرد دارد.

$$n = \frac{d_{90}^{1/6}}{26}$$

d_{90} = اندازه دانه ای است که ۱۰٪ وزنی ذرات از آن ریزتر می باشند (بر حسب متر)

محاسبات جریان یکنواخت

برقراری جریان یکنواخت در کانالها یک فرض ایده آل است، ولی در عمل طراحی کانال ها بر اساس روابط جریان یکنواخت صورت می گیرد.

ضریب انتقال

$$Q = \frac{A}{n} R^{2/3} \sqrt{S} \Rightarrow Q = \sqrt{S} \left(\frac{1}{n} A R^{2/3} \right)$$

$$Q = CA \sqrt{RS} \Rightarrow Q = \sqrt{S} (CA \sqrt{R})$$

فاکتور سطح: در صورتیکه در محاسبه جریان یکنواخت از رابطه مانینگ استفاده شود، عبارت $AR^{2/3}$ را فاکتور سطح گویند.

انواع مسایلی که در مطالعات هیدرولیکی جریان یکنواخت پیش می آیند

۱- در نوع اول n ، S و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص و سرعت V و یا دبی جریان Q مجهول هستند.

۲- در مسائل نوع دوم y_0 ، n و Q و مشخصات هندسی مقطع جریان معلوم ولی شیب کانال S مجهول می باشد.

۳- در این حالت y_0 ، S و Q و مشخصات هندسی مقطع جریان معین و ضریب زبری مانینگ n مجهول می باشد.

۴- در نوع چهارم n ، S و Q و مشخصات هندسی مقطع جریان مشخص، عمق نرمال y_0 مجهول می باشد.

۵- در نوع آخر n ، S ، Q و y_0 و هندسه عمومی کانال معلوم ولی مشخصات هندسی مقطع جریان باید محاسبه گردند.

مثال: یک کانال دوزنقه ای با عرض کف ۵ متر و شیب کناره های $1.5(H):1(V)$ دارای شیب طولی ۰.۰۰۳۵/۱۰۰ می باشد. عمق نرمال را برای دبی ۲۰ متر مکعب بر ثانیه محاسبه نمایید. ($n=0.015$)

$$A = (b + zy_0)y_0 = (5 + 1.5y_0)y_0$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}y_0 = 5 + 3.606y_0$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{(5 + 1.5y_0)y_0}{5 + 3.606y_0}$$

$$20 = \frac{1}{0.015} (0.00035)^{1/2} \left[\frac{(5 + 1.5y_0)y_0}{5 + 3.606y_0} \right]^{2/3} (5 + 1.5y_0)y_0$$

$$y_0 = 1.82 \text{ m} \Rightarrow \text{آزمون و خطا}$$

مثال: یک کانال بتنی ($n=0.015$) با مقطع دوزنقه ای دارای شیب کناره های ۱:۱ می باشد. اگر شیب طولی کانال ۰.۰۰۴/۱۰۰ باشد، عرض کف را چگونه ای محاسبه نمایید که کانال بتواند دبی ۱۰ متر مکعب بر ثانیه را در عمق نرمال ۵/۲ متر انتقال دهد.

$$A = (b + zy_0)y_0 = (b + 2.5)2.5$$

$$\Rightarrow R = \frac{A}{P} = \frac{(b + 1.5)2.5}{b + 7.071}$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2}y_0 = b + 7.071$$

$$100 = \frac{1}{0.015} (0.0004)^{1/2} \left[\frac{(5 + 2.5)2.5}{5 + 7.071} \right]^{2/3} (b + 2.5)2.5$$

$$b = 16.33 \text{ m} \Rightarrow \text{آزمون و خطا}$$

محاسبه عمق نرمال

روشهای محاسبه:

الف - روش عددی آزمون و خطا: در این روش معلومات مسئله در فرمول مانینگ قرار داده شده ، مجهول بر اساس قضاوت مهندسی و تجربه با آزمون و خطا پیدا می شود.

ب - روش استفاده از نمودارها یا جداول کمکی: در صورتیکه در یک مقطع مستطیلی فاکتور سطح در محاسبه جریان یکنواخت بر مقدار عرض کف به توان $8/3$ تقسیم گردد، پارامتر بدون بعد حاصل تابعی از y/b خواهد بود

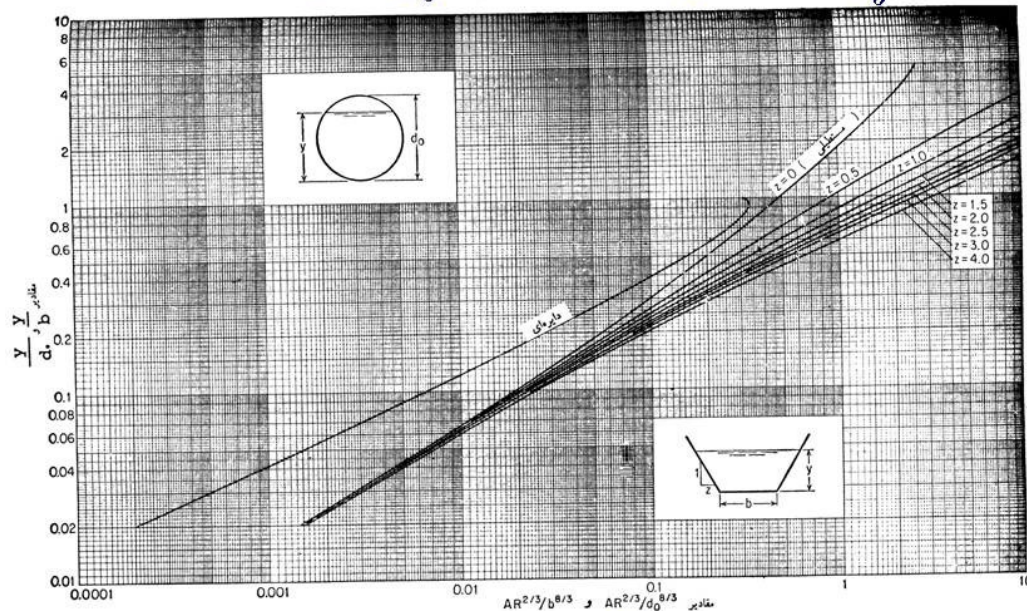
$$\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{A^{5/3}}{b^{8/3} P^{2/3}} = \frac{b^{5/3} y^{5/3}}{b^{8/3} (b + 2y)^{2/3}} = \frac{y^{5/3}}{b(b + 2y)^{2/3}}$$

$$\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}} = \frac{y^{5/3}}{b(b + 2y)^{2/3}} = \frac{y}{b} \left(\frac{y}{b + 2y} \right)^{2/3} = \frac{y}{b} \left(\frac{y/b}{1 + 2y/b} \right)^{2/3} = f_1 \left(\frac{y}{b} \right)$$

در مقاطع دوزنقه ای و دایره ای

$$\left(\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}} \right)^{2/3} = f_2 \left(\frac{y}{b}, Z \right) \quad \left(\frac{AR^{2/3}}{d_0^{8/3}} \right)^{2/3} = f_3 \left(\frac{y}{d_0} \right)$$

منحنی تغییرات $\frac{AR^{2/3}}{b^{8/3}}$ و $\frac{AR^{2/3}}{d_0^{8/3}}$ به ترتیب بر حسب $\frac{y}{d_0}$ و $\frac{y}{b}$ ترسیم می گردد.



$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow \frac{nQ}{\sqrt{S} d_0^{8/3}} = \frac{AR^{2/3}}{d_0^{8/3}}$$

مثال: در یک کانال دوزنقه ای به عرض کف ۶ متر، شیب کناره های ۱:۲ و ضریب مانینگ ۰.۲۵/۰ مطلوب است:

الف - تعیین شیب نرمال (S_n) اگر عمق نرمال ۵/۱ متر و دبی ۱۰ متر مکعب بر ثانیه در نظر گرفته شود.

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$y_o = 1.5 \text{ m} \Rightarrow A = (b + zy_o)y_o = (6 + 2 \times 1.5)1.5 = 13.5 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2} y_o = 6 + 2 \times 1.5\sqrt{1+4} = 12.71 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = 1.062 \text{ m}$$

$$10 = \frac{1}{0.025} (13.5)(1.062)^{2/3} S_n^{1/2} \Rightarrow S_n = 0.000315$$

ب - تعیین شیب بحرانی (S_c) و عمق نرمال (y_o) در صورتیکه دبی ۱۰ متر مکعب بر ثانیه در نظر گرفته شود.

$$y_c = y_o \Rightarrow Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S_c^{1/2}$$

$$\frac{Z_c}{b^{2/5}} = \frac{Q}{\sqrt{g} b^{2/5}} = \frac{10}{\sqrt{9.81} 6^{2/5}} = 0.036$$

$$\frac{Z_c}{b^{2/5}} = 0.036 \xrightarrow{\text{نمودار}} \frac{y_c}{b} = 0.1 \Rightarrow y_c = 0.6 \text{ m} = y_o$$

$$A = (b + zy_o)y_o = (6 + 2 \times 0.6)0.6 = 4.32 \text{ m}^2$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2} y_o = 6 + 2\sqrt{1+4} \times 0.6 = 8.6 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{4.32}{8.6} = 0.497 \text{ m}$$

$$10 = \frac{1}{0.025} (4.32)(0.497)^{2/3} S_c^{1/2} \Rightarrow S_c = 0.00846$$

ج - تعیین شیب بحرانی نرمال (S_{cn}) و مقدار دبی در صورتیکه عمق نرمال ۵/۱ متر در نظر گرفته شود.

$$y_c = y_o = 1.5 \text{ m}$$

$$A = (b + zy_o)y_o = 13.5 \text{ m}^2$$

$$T = b + 2zy_c = 6 + 2 \times 2 \times 1.5 = 12 \text{ m}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \Rightarrow \frac{Q^2}{9.81} = \frac{(13.5)^3}{12} \Rightarrow Q = 44.85 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} S^{1/2}$$

$$P = b + 2\sqrt{1+z^2} y_o = 6 + 2 \times 1.5\sqrt{1+4} = 12.71 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P} = 1.062 \text{ m}$$

$$44.85 = \frac{1}{0.025} (13.5)(1.062)^{2/3} S_{cn}^{1/2} \Rightarrow S_{cn} = 0.0063$$

زبری معادل

در کانالهایی که ضریب زبری مانینگ و به عبارتی جنس بدنه کانال در قسمتهای مختلف متفاوت باشد نیز می توان از رابطه مانینگ استفاده نمود ولی این امر مستلزم آنستکه برای بستر کانال یک زبری معادل معرفی گردد. بگونه ای که چنانچه این زبری معادل در فرمول مانینگ قرار داده شود دبی واقعی را بدست دهد.

روشهای مختلف در تخمین زبری معادل

۱ - رابطه هورتن - اینستین: در این رابطه فرض گردیده که هر جزئی مساحت (A_i) از مقطع تحت تأثیر پیرامون مرطوب (P_i) و ضریب زبری مانینگ (n_i) و همچنین سرعت متوسط در هر یک از جزئی مساحتها مساوی و برابر سرعت متوسط کل جریان بر مبنای زبری معادل باشد.

$$A_1 + A_2 + \dots + A_i + \dots + A_n = A$$

$$V_1 = V_2 = \dots = V_i = \dots = V_n = V$$

$$S_o^{1/2} = \frac{V_1 n_1}{R_1^{2/3}} = \frac{V_2 n_2}{R_2^{2/3}} = \dots = \frac{V n_e}{R^{2/3}}$$

n_e = زبری معادل مقطع

R_1, R_2, \dots = شعاع هیدرولیکی در هر یک از مساحتها جزئی

R = شعاع هیدرولیکی کل مقطع یعنی حاصل تقسیم مساحت مقطع بر پیرامون مرطوب کل

$$\frac{V_i n_i}{R_i^{2/3}} = \frac{V n_e}{R^{2/3}} \Rightarrow \left(\frac{A_i}{A} \right)^{2/3} = \frac{n_i P_i^{2/3}}{n_e P^{2/3}} \Rightarrow A_i = A \frac{n_i^{3/2} P_i}{n_e^{3/2} P}$$

$$\Rightarrow \sum A_i = A = A \frac{\sum n_i^{3/2} P_i}{n_e^{3/2} P} \Rightarrow n_e = \frac{\left(\sum n_i^{3/2} P_i \right)^{2/3}}{P^{2/3}}$$

۲- رابطه پاولوفسکی: در این رابطه فرض گردیده که نیروی رانش کل در یک بازه از کانال بر مبنای سرعت متوسط و پیرامون مرطوب کل معادل با جمع نیروی رانش در هر یک از مساحت های تفکیک شده باشد.

$$n_e = \frac{\left(\sum n_i^2 P_i \right)^{1/2}}{P^{1/2}}$$

۳- رابطه لوتر: در این رابطه فرض گردیده که دبی جریان در کل مقطع معادل با جمع دبی جریان در هر یک از مساحت های جزء می باشد.

$$n_e = \frac{PR^{5/3}}{\sum \left(\frac{P_i R_i^{5/3}}{n_i} \right)}$$

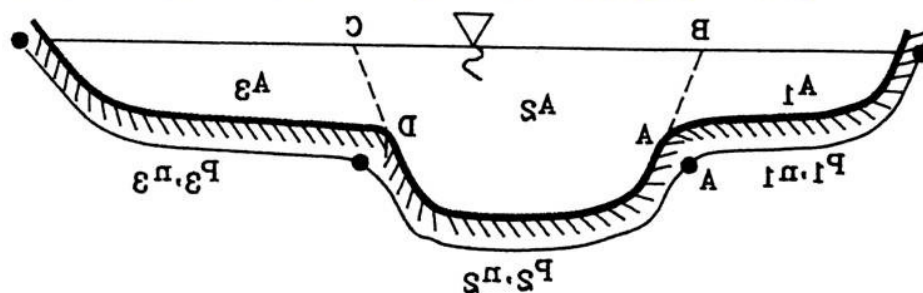
زبری معادل در مقطع مرکب
در تخمین دبی جریان در این گونه کانال ها و در هنگامیکه عمق جریان کم می باشد عبارتست از تقسیم مقطع به اجزاء کوچکتر و مقاطع منفرد و تعیین دبی در هر یک از این مقاطع و محاسبه مجموع آنها به عنوان دبی کل.

مثلاً چنانچه مطابق شکل مقطع مرکبی وجود داشته باشد، می توان آن را به سه مقطع جزء A_1 ، A_2 ، A_3 تقسیم نموده و دبی کل را از جمع دبی جریان در هر یک از مساحت های تفکیک شده تعیین نمود.

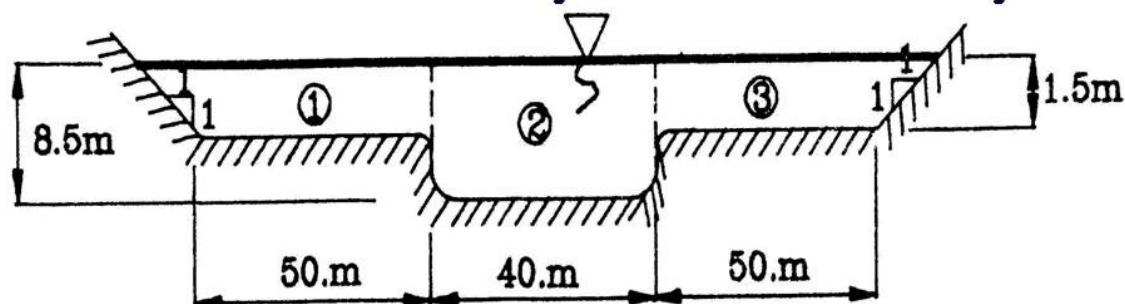
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 =$$

$$\frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} S^{1/2} + \frac{1}{n_2} A_2 R_2^{2/3} S^{1/2} + \frac{1}{n_3} A_3 R_3^{2/3} S^{1/2}$$

$$Q = (K_1 + K_2 + K_3) \sqrt{S} \quad \text{ضریب انتقال در هر یک از مقاطع } K_2, K_1, \dots$$



مثال: شکل زیر مقطع یک رودخانه را در زمان سیلاب نشان می دهد. با فرض اینکه ضریب زبری مانینگ در کانال اصلی ۰۳/۰ و در دشتهای سیلابی ۰۴/۰ باشد، دبی رودخانه را تخمین بزنید. شیب طولی رودخانه معادل ۰۰۵/۰ فرض می گردد.



نخست مشخصات جریان را در هر یک از مقاطع محاسبه می نماییم.

$$A_1 = A_3 = 50 \times 1.5 + \frac{1}{2} (1 \times 1.5 \times 1.5) = 76.125 \text{ m}^2$$

$$P_1 = P_3 = 50 + \frac{1.5}{\cos 45} = 52.12 \text{ m}$$

$$R_1 = R_3 = 1.46 \text{ m}$$

$$K_1 = K_3 = \frac{1}{n_1} A_1 R_1^{2/3} = \frac{1}{0.04} \times (76.125) (1.46)^{2/3} = 244926 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$A_2 = 40 \times 8.5 = 340 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 54 + 3 = 57 \text{ m}$$

$$R_2 = \frac{340}{57} = 5.965 \text{ m}$$

$$K_2 = \frac{1}{n_2} A_2 R_2^{2/3} = \frac{1}{0.03} \times (340) (5.965)^{2/3} = 37275.76 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q = (K_1 + K_2 + K_3) \sqrt{S} = (2 \times 2449.26 + 37275.76) \sqrt{0.005}$$

$$Q = 2982.17 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Rightarrow A = 492.25 \text{ m}^2$$

$$P = 158.24 \text{ m}$$

$$\Rightarrow R = 3.11 \text{ m}$$

$$\Rightarrow n_e = \frac{\left(\sum n_i^{3/2} P_i\right)^{2/3}}{P^{2/3}} \Rightarrow n_e = 0.0367 \Rightarrow Q = 2021 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Rightarrow n_e = \frac{\left(\sum n_i^2 P_i\right)^{1/2}}{P^{1/2}} \Rightarrow n_e = 0.0369 \Rightarrow Q = 2010 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Rightarrow n_e = \frac{PR^{5/3}}{\sum \left(\frac{P_i R_i^{5/3}}{n_i} \right)} \Rightarrow n_e = 0.0241 \Rightarrow Q = 3077 \text{ m}^3/\text{s}$$

بهترین مقطع هیدرولیکی
با توجه به اینکه پارامترهای هندسی متفاوتی در شکل هندسی یک مقطع نقش دارند چه تناسبی از ابعاد بهترین می باشد.

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$Q = \frac{1}{n} A \frac{A^{2/3}}{P^{2/3}} S^{1/2} = \frac{A^{5/3} S^{1/2}}{nP^{2/3}} \Rightarrow \text{if } P = \min \Rightarrow Q = \max$$

$$A = \frac{Q^{3/5} n^{3/5}}{S^{3/10}} P^{2/5} = K_1 P^{2/5}$$

بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی

$$A = by \Rightarrow b = \frac{A}{y} \quad P = b + 2y \Rightarrow P = \frac{A}{y} + 2y$$

$$\frac{dP}{dy} = 0 \Rightarrow -\frac{A}{y^2} + 2 = 0$$

$$A = 2y^2 \Rightarrow by = 2y^2 \Rightarrow b = 2y$$

بهترین مقطع هیدرولیکی مستطیلی به روش k_1

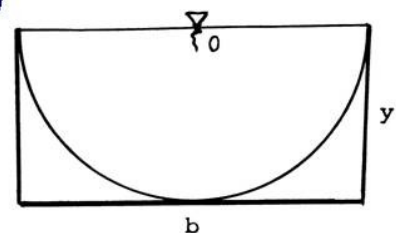
$$A = by$$

$$P = b + 2y \Rightarrow P = \frac{A}{y} + 2y = 2y + \frac{K_1 P^{2/5}}{y}$$

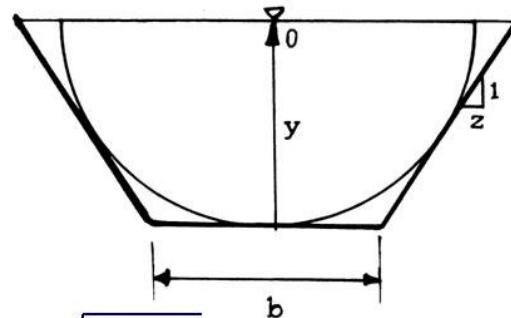
$$\frac{dP}{dy} = 2 + \frac{K_1}{y} \times \frac{2}{5} P^{-3/5} \frac{dP}{dy} + K_1 P^{2/5} \left(-\frac{1}{y^2} \right)$$

$$\frac{dP}{dy} = 0 \Rightarrow 0 = 2 - K_1 P^{2/5} \left(\frac{1}{y^2} \right)$$

$$2 - \frac{A}{y^2} = 0 \Rightarrow 2 - \frac{b}{y} = 0 \Rightarrow b = 2y$$



بهترین مقطع هیدرولیکی دوزنقه ای



$$A = (b + zy)y$$

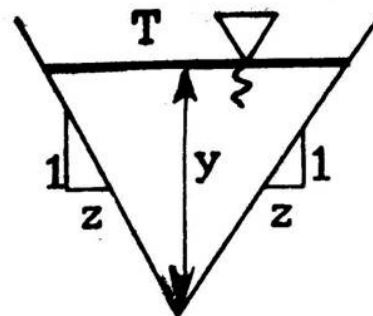
$$P = b + 2y\sqrt{1+z^2} = \frac{A}{y} - zy + 2y\sqrt{1+z^2}$$

$$\frac{dP}{dy} = 0 \Rightarrow -\frac{A}{y^2} - z + 2\sqrt{1+z^2} = 0$$

$$-\frac{(b+zy)y}{y^2} + 2\sqrt{1+z^2} - z = 0$$

$$b = 2y(\sqrt{1+z^2} - z)$$

بهترین مقطع هیدرولیکی مثلثی



$$A = zy^2$$

$$P = 2\sqrt{1+z^2}y$$

$$P^2 = 4(1+z^2)y^2 = 4(1+z^2)\frac{A}{z}$$

$$\frac{dP^2}{dz} = 0 \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{z^2}\right) = 0 \Rightarrow z = +1$$

مثلثی با زاویه رأس ۹۰ درجه

مثال: یک کانال با شیب طولی ۱:۲۰۰۰ در مصالحی از جنس رس ساخته می شود. اگر قرار باشد این کانال دبی ۶۰ متر مکعب بر ثانیه را منتقل نماید، هزینه نسبی دو مقطع زیر را با یکدیگر مقایسه نمایید.

فرض نمایید هزینه پوشش به ازاء هر متر مربع دو برابر هزینه حفاری به ازاء هر متر مکعب باشد. الف- مقطع مستطیلی با پوششی از بتن ($n = 0.14/0$)

$$b = 2y \Rightarrow A = 2y^2$$

$$R = \frac{2y^2}{2y + 2y} = 0.5y$$

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow 60 = \frac{1}{0.014} \left(\frac{1}{2000} \right)^{1/2} (0.5y)^{2/3} (2y^2)$$

$$y = 3.572 \text{ m}$$

$$b = 7.144 \text{ m}$$

در صورتیکه هزینه حفاری به ازاء هر متر مکعب x فرض شود و محاسبات را برای طول کانال انجام دهیم

$$\text{هزینه} = (3.572 \times 7.144)x + 14.288(2x)$$

$$\text{هزینه} = 54.096x$$

ب- مقطع دوزنقه ای ($z=0.5$) و بلون پوشش ($n = 0.25/0$)

$$b = 2y(\sqrt{1+z^2} - z) = 2y(\sqrt{1+1.5^2} - 1.5) = 0.606y$$

$$A = (b + zy)y = (0.606y + 1.5y)y = 2.106y^2$$

$$R = 0.5y$$

$$Q = \frac{1}{n} AR^{2/3} S^{1/2} \Rightarrow 60 = \frac{1}{0.025} \left(\frac{1}{2000} \right)^{1/2} (0.5y)^{2/3} (2.106y^2)$$

$$y = 4.354 \text{ m} \quad A = 39.93 \text{ m}^2$$

$$\text{هزینه} = 39.93x$$

مشخصات هیدرولیکی جریان در مقاطع دایروی

هدف بررسی جریان در کانالهای باز با سقف بسته همگرا است. مانند مقاطع دایره ای و مثلثی. یک کانال دایره ای شکل با قطر d_0 ، شیب طولی S ، و ضریب مانینگ n در حالت پر قابلیت انتقال دبی Q_0 را تحت سرعت V_0 خواهد داشت.

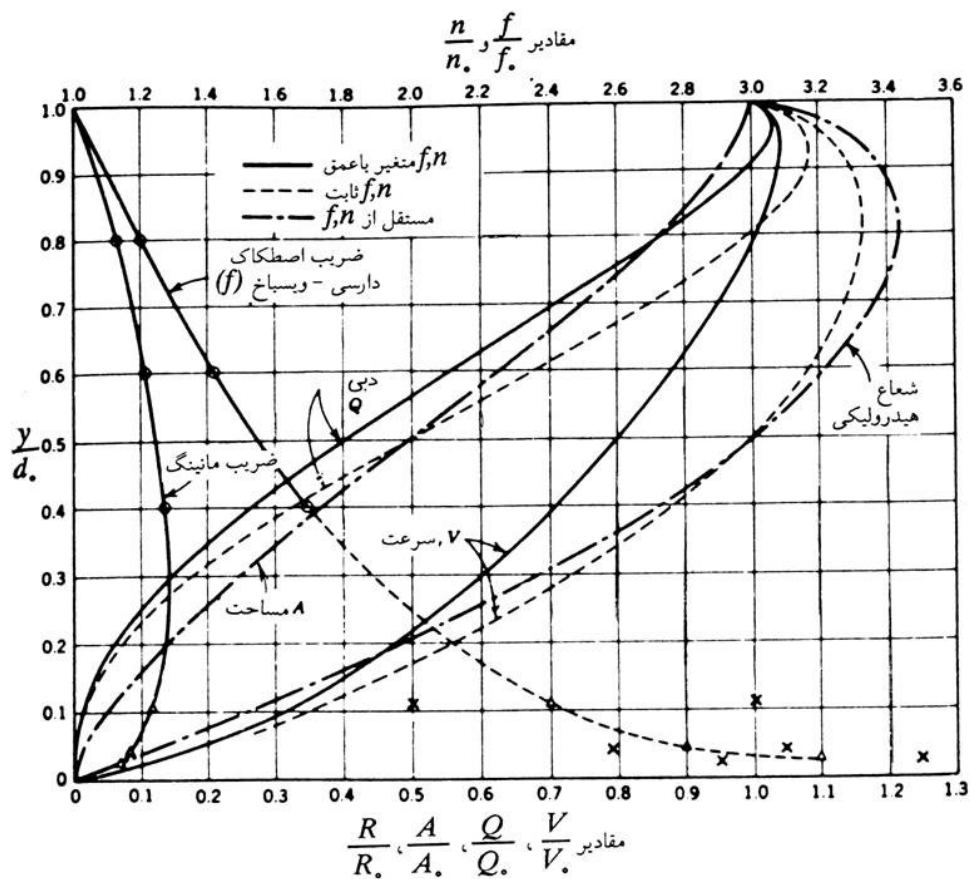
$$Q_0 = \frac{1}{n} A_0 R_0^{2/3} S^{1/2}$$

$$V_0 = \frac{1}{n} R_0^{2/3} S^{1/2}$$

به ازاء هر دبی دیگر که حالت جریان آزاد در کانال برقرار باشد می توان نوشت

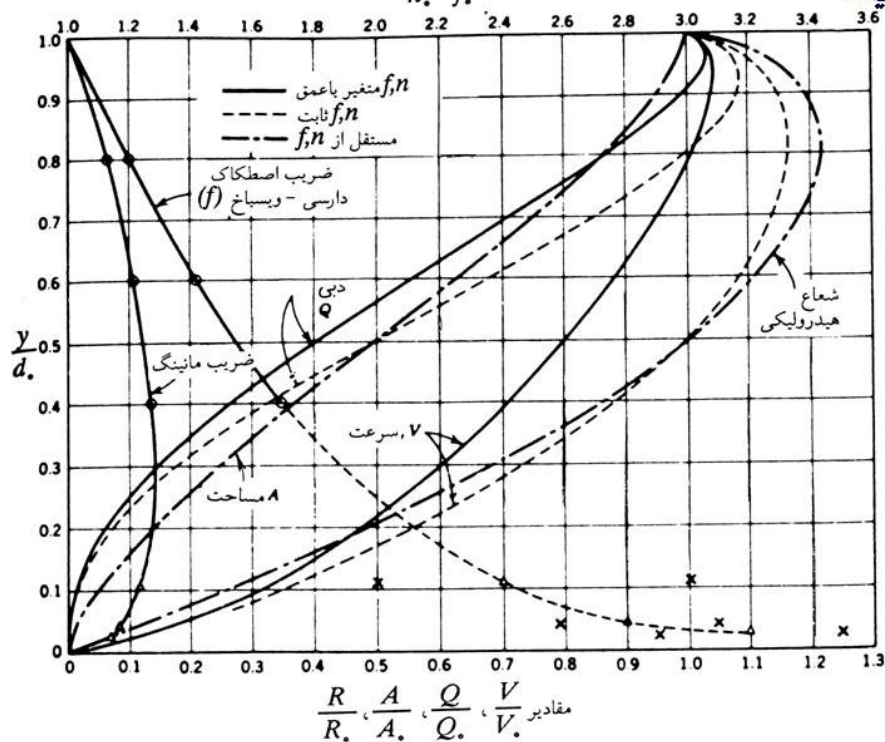
$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{AR^{2/3}}{A_0 R_0^{2/3}} \Rightarrow \frac{Q}{Q_0} = f_1\left(\frac{y}{d_0}\right)$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{R^{2/3}}{R_0^{2/3}} \Rightarrow \frac{V}{V_0} = f_2\left(\frac{y}{d_0}\right)$$

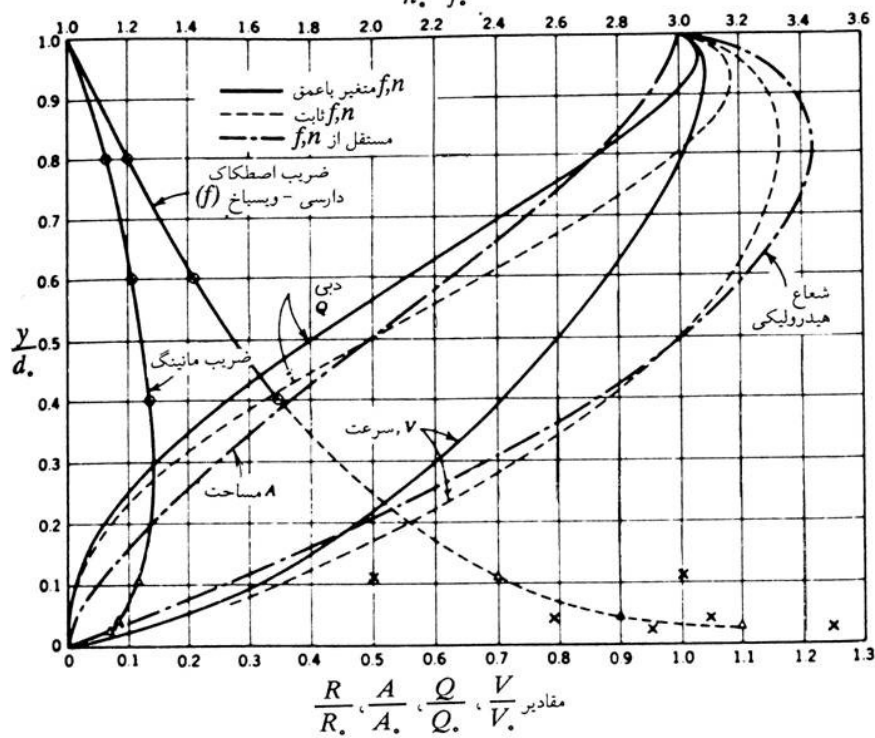


بررسی منحنی

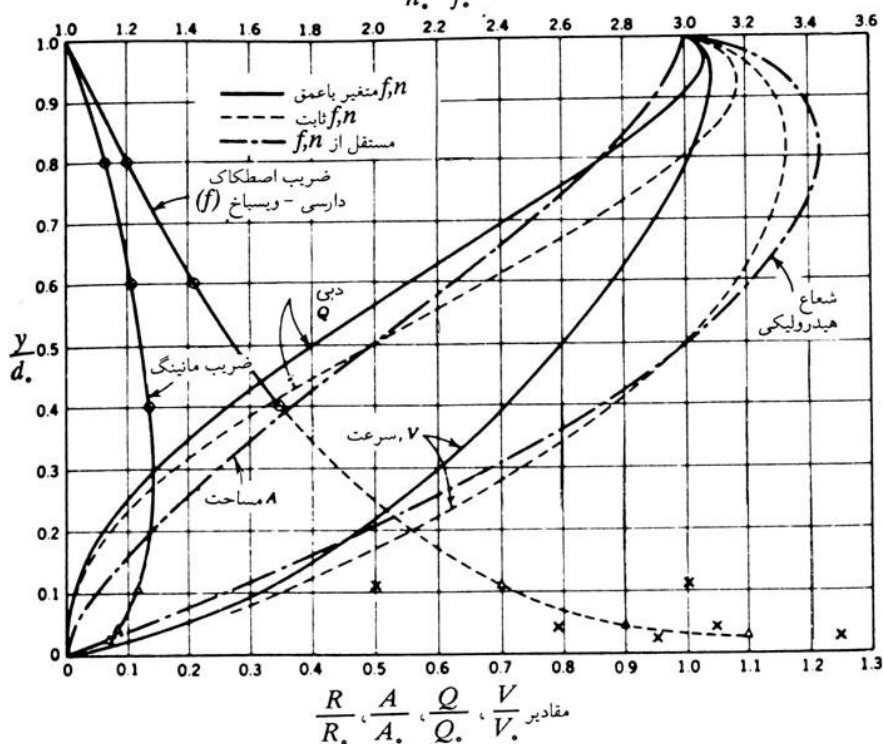
۱- برای یک کانال با شیب و زبری ثابت (در تمام مقطع) حداکثر سرعت در عمقی برابر $0.81d_0$ پیش می آید.



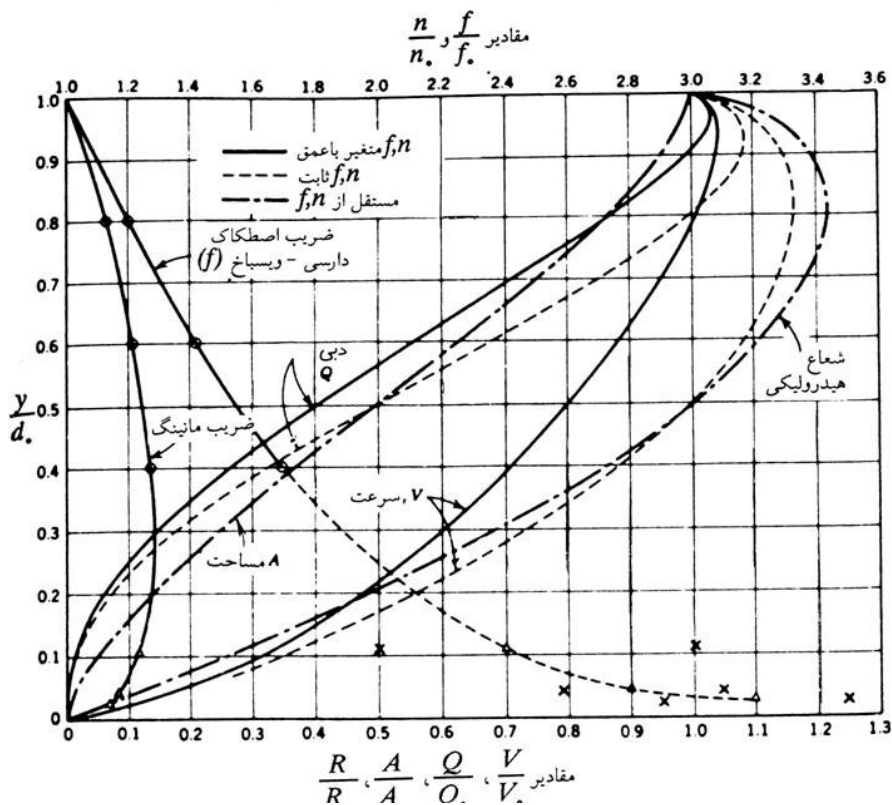
۲- برای یک کانال با شیب و زبری ثابت (در تمام مقطع) حداکثر دبی در عمقی برابر $0.938d_0$ انتقال می یابد (نه در حالت پر).



۳- برای هر دبی معین در عمق جریان که $y > 0.82d_0$ می توان دو عمق نرمال یکی بیش از $0.938d_0$ و دیگری کمتر از $0.938d_0$ متصور شد. مقادیر $\frac{n}{n_*}$ و $\frac{f}{f_*}$



۴- برای هر سرعت معین و در عمق های $y > 0.5d_0$ دو عمق بیشتر $0.81d_0$ و کمتر از $0.81d_0$ موجود است. مقادیر $\frac{n}{n_*}$ و $\frac{f}{f_*}$



برای بدست آوردن ضرایب $0.81d_0$ و $0.938d_0$

$$\frac{d\left(AR^{\frac{2}{3}}\right)}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta = 302.3^\circ \Rightarrow \frac{y}{d_0} = 0.938$$

$$\frac{d\left(R^{\frac{2}{3}}\right)}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta = 256.6^\circ \Rightarrow \frac{y}{d_0} = 0.81$$

در صورت استفاده از رابطه شزی فقط ضریب $938/0$ به $95/0$ تبدیل می گردد.

با توجه به آنکه ضریب مانینگ از عمق تأثیر می پذیرد اگر تغییرات آن را با عمق در نظر گرفته شود در اینصورت منحنی های رسم شده از تغییرات n/n_0 تأثیر می پذیرد و تغییر می نماید.

جریان متغیر تدریجی (دالمی) در کانالهای باز

جریان متغیر تدریجی: انحنا، جریان در آن کوچک بوده و تغییرات عمق در فاصله طولانی از مسیر جریان صورت می گیرد.