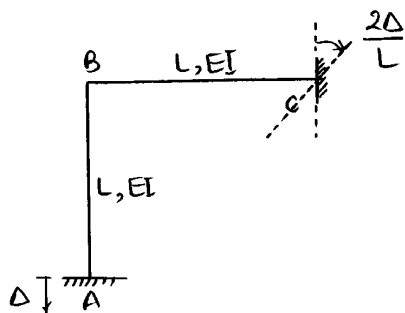


### - تحلیل سازه‌ها

۱- در اثر نشست تکیه‌گاه A به مقدار  $\Delta$  و دوران تکیه‌گاه C به مقدار  $\frac{2\Delta}{L}$ ، لنگر تکیه‌گاه A را به دست آورید؟



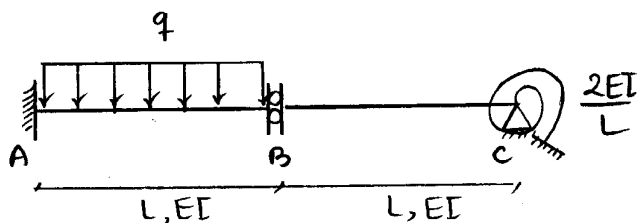
$$\frac{5EI\Delta}{4L^2} \quad (1)$$

$$\frac{EI\Delta}{L^2} \quad (2)$$

$$\frac{EI\Delta}{2L^2} \quad (3)$$

$$\frac{3EI\Delta}{2L^2} \quad (4)$$

۲ - اگر در تحلیل تیر نامعین شکل زیر یکی از مجهولات اضافی را  $M_B$  انتخاب کنیم، رابطه‌ی سازگاری تغییر مکان مربوطه بر اساس کدام رابطه نوشته می‌شود؟ (چپ:  $L$  راست:  $R$ )



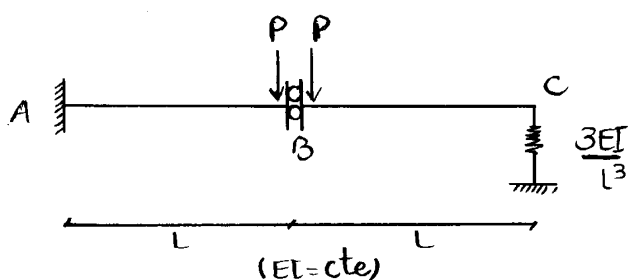
$$\theta_{BL} + \theta_{BR} = 0 \quad (1)$$

$$\theta_{BL} = \theta_{BR} = 0 \quad (2)$$

$$M_{BL}\theta_{BL} = M_{BR}\theta_{BR} \quad (3)$$

$$\theta_{BL} - \theta_{BR} = 0 \quad (4)$$

۳ - اختلاف خیز طرفین مفصل برشی در سازه‌ی مقابل کدام است؟



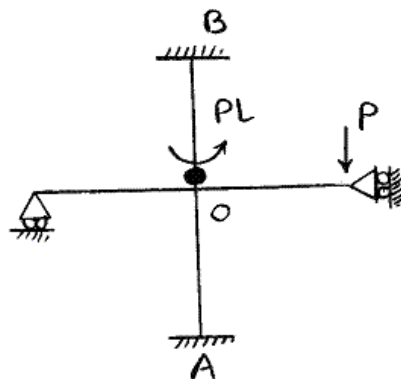
$$\frac{PL^3}{EI} \quad (1)$$

$$\frac{2PL^3}{3EI} \quad (2)$$

$$\frac{4PL^3}{3EI} \quad (3)$$

$$0 \quad (4)$$

۴ - در سازه‌ی مقابل اگر طول و مشخصات تمامی اعضا به ترتیب  $L$  و  $EI$  باشد، لنگر تکیه‌گاه A و B به ترتیب برابر است با:



$$0, 0 \quad (1)$$

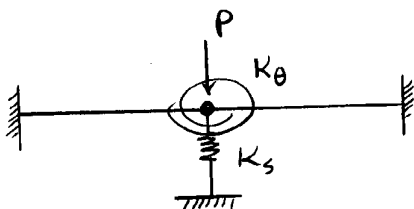
$$0, \frac{2PL}{7} \quad (2)$$

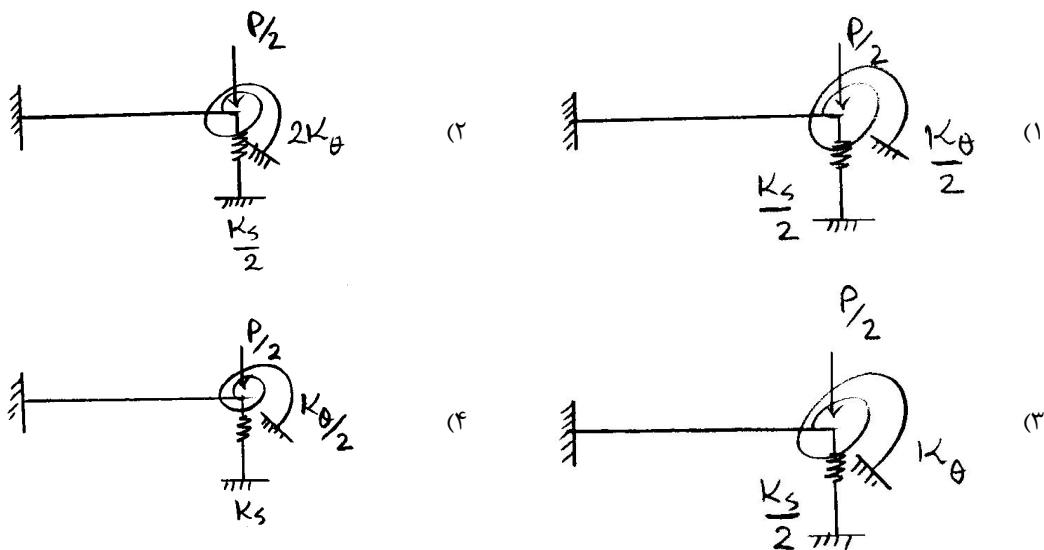
$$\frac{PL}{2}, \frac{2PL}{7} \quad (3)$$

$$\frac{PL}{2}, \frac{4PL}{7} \quad (4)$$

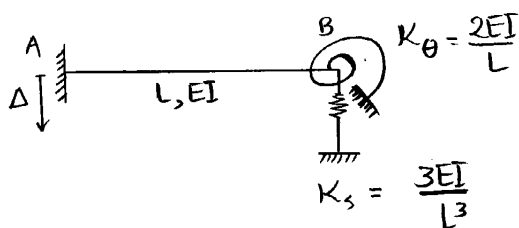
[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۵ - به جای تحلیل تیر مقابل از کدام یک از تیرهای زیر می‌توان استفاده نمود؟





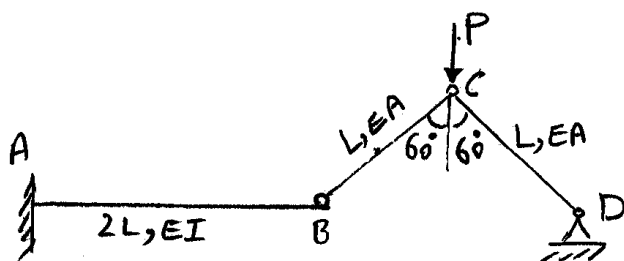
۶ - در صورتی که تکیه‌گاه A به مقدار  $\Delta$  به سمت پایین نشست کند، واکنش قائم تکیه‌گاه A کدام است؟



- (۱)  $\frac{2EI\Delta}{L^3}$   
 (۲)  $\frac{6EI\Delta}{7L^3}$   
 (۳)  $\frac{5EI\Delta}{6L^3}$   
 (۴)  $\frac{EI\Delta}{3L^3}$

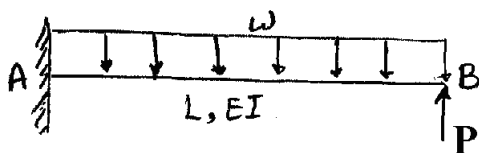
[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۷ - در شکل مقابل خیز قائم نقطه C کدام است؟  $\left(I = \frac{AL^2}{6}\right)$



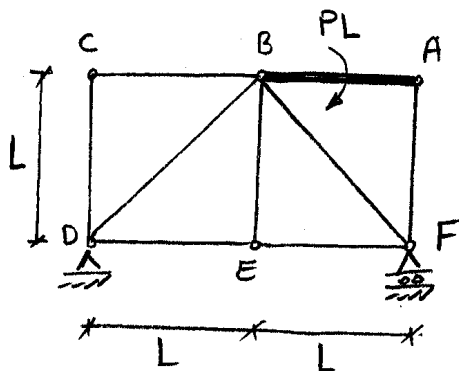
- (۱)  $\frac{12PL}{EA}$   
 (۲)  $\frac{10PL}{EA}$   
 (۳)  $\frac{3PL}{EA}$   
 (۴)  $\frac{6PL}{EA}$

۸ - در شکل زیر بار P چقدر باشد تا انرژی کرنشی ذخیره شده در سازه مینیمم شود؟



- (۱)  $\frac{1}{2}wL$   
 (۲)  $\frac{3}{8}wL$   
 (۳)  $\frac{5}{8}wL$   
 (۴)  $2wL$

۹ - در سازه زیر عضو AB صلب است و سختی محوری سایر اعضا ثابت و برابر EA می باشد. دوران عضو AB کدام است؟



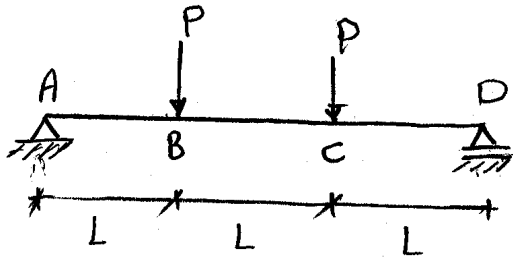
$$(1) \frac{(3+2\sqrt{2})P}{EA}$$

$$(2) \frac{(2+\sqrt{2})P}{EA}$$

$$(3) \frac{(3+2\sqrt{2})P}{2EA}$$

$$(4) \frac{(2+\sqrt{2})P}{2EA}$$

۱۰ - در شکل زیر اختلاف شیب بین A و B و همچنین فاصله نقطه C از مماس ترسیمی از نقطه A به ترتیب کدام است؟ (EI ثابت است).



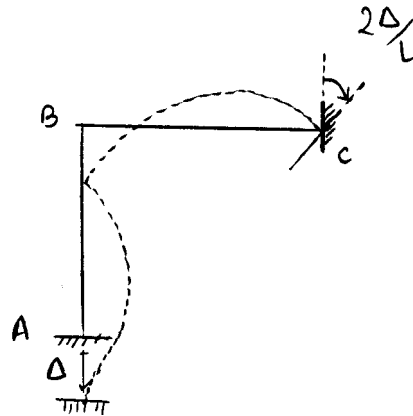
$$(1) \frac{2PL^3}{3EI}, \frac{PL^2}{2EI}$$

$$(2) \frac{7PL^3}{6EI}, \frac{PL^2}{EI}$$

$$(3) \frac{2PL^3}{3EI}, \frac{PL^2}{EI}$$

$$(4) \frac{7PL^3}{6EI}, \frac{PL^2}{2EI}$$

۱. گزینه ۱ درست است.



$$M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow \frac{2EI}{L}(2\theta_B) + \frac{2EI}{L}\left(2\theta_B + \frac{2\Delta}{L} + \frac{3\Delta}{L}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \theta_B = \frac{-5\Delta}{8L}$$

$$M_A = \frac{2EI}{L}(\theta_B) = \frac{-5EI\Delta}{4L^2}$$

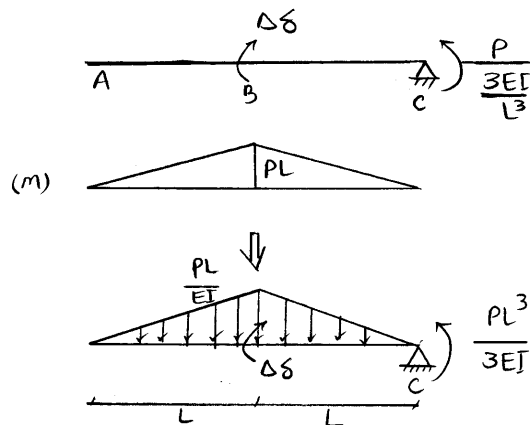
۰۲. گزینه ۴ درست است.

$$\theta_{BL} = \theta_{BR}$$

در محل یک مفصل برشی همواره شیب در سمت چپ و راست یکسان است، بنابراین:

۰۳. گزینه ۳ درست است.

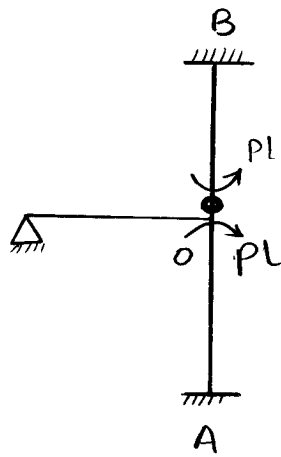
تیر مزدوج مطابق شکل روبه‌رو است:



[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow \Delta\delta = \frac{PL^3}{3EI} + \frac{PL}{EI} \times \frac{2L}{2} \times L = \frac{4PL^3}{3EI}$$

۴. گزینه ۳ درست است.



$$M_{OA} = \frac{PL \times K_{OA}}{\sum K} = \frac{PL \times \frac{4EI}{L}}{\frac{3EI}{L} + \frac{4EI}{L}} = \frac{4PL}{7}$$

$$M_A = \frac{2PL}{7}$$

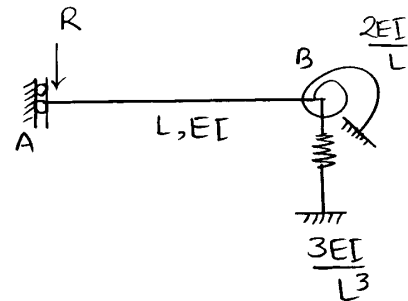
$$M_B = \frac{PL}{2}$$

۵. گزینه ۲ درست است.

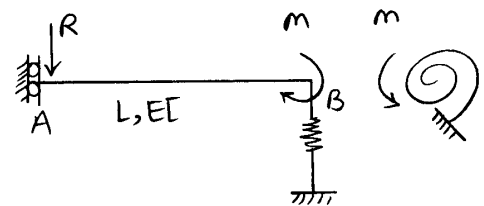
در صورت وجود فنر پیشی در روی محور تقارن در یک سیستم متقارن محوری مستقیم در سازه نیمه سختی آن را دو برابر سختی فنر در نظر می گیریم.

۶. گزینه ۱ درست است.

سازگاری:  $\Delta_A = \Delta$



[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)



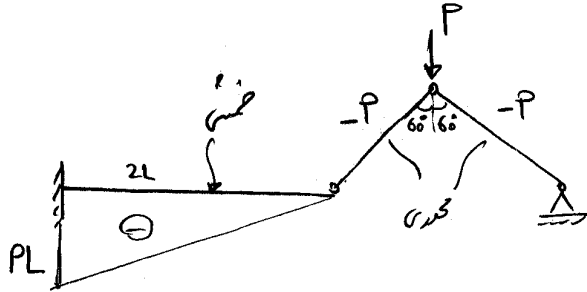
$$\theta_B = \theta_S \Rightarrow \frac{RL^2}{2EI} - \frac{mL}{EI} = \frac{m}{\frac{2EI}{L}} \Rightarrow m = \frac{RL}{3}$$

$$\Delta_A = \frac{RL^3}{3EI} + \frac{RL^3}{3EI} - \frac{mL^2}{2EI} = \frac{2RL^3}{3EI} - \frac{RL^3}{6EI} = \frac{RL^3}{2EI}$$

$$\frac{RL^3}{2EI} = \Delta \Rightarrow R = \frac{2EI\Delta}{L^3}$$

۷. گزینه ۴ صحیح می باشد.

با استفاده از روش کار حقیقی داریم:



$$P \frac{\Delta_c}{2} = \sum \int \frac{M^2}{2EI} dx + \sum \frac{N^2}{2EA} L$$

$$P \frac{\Delta_c}{2} = \frac{1}{2EI} \times \frac{(PL)^2 \times 2L}{3} + 2 \times \frac{P^2 L}{2EA}$$

$$\Rightarrow \Delta_c = \frac{2PL^3}{3EI} + \frac{2PL}{EA} \xrightarrow{I = \frac{AL^2}{6}} \Delta_c = \frac{6PL}{EA}$$

۸. گزینه ۲ صحیح می باشد.

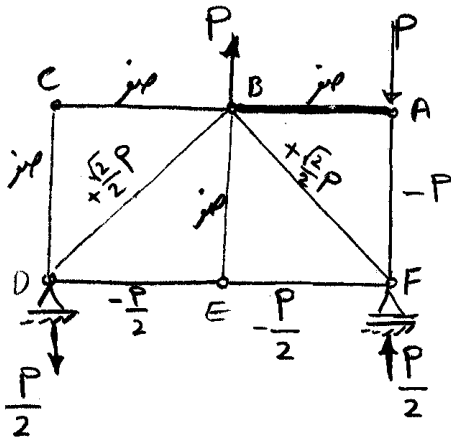
طبق قضیه کاستیگلیانو می دانیم  $\frac{\partial u}{\partial P} = \Delta_B$  است. مینیمم انرژی کرنشی زمانی اتفاق می افتد که  $\frac{\partial u}{\partial P} = 0$  شود، یعنی  $\Delta_B$  صفر شود.

$$\Delta_B = 0 \Rightarrow \frac{PL^3}{3EI} = \frac{\omega L^4}{8EI} \Rightarrow P = \frac{3}{8} \omega L$$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

۹. گزینه ۳ صحیح می باشد.

با توجه به اینکه بارگذاری روی یک جسم صلب را می توان با معادل استاتیکی جایگزین کرد، لنگر PL را به کوپل معادلش تبدیل کرده و سوال را از روش کار حقیقی حل می کنیم:



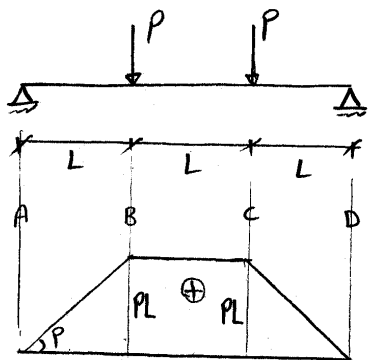
$$\frac{1}{2} M \times \theta_{AB} = \sum \frac{N^2 L}{2EA}$$

$$\times PL \times \theta_{AB} = \frac{(-P)^2 L}{2EA} + \frac{2 \times \left(-\frac{P}{2}\right)^2 \times L}{2EA} + \frac{2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} P\right)^2 \times \sqrt{2} L}{2EA}$$

$$\Rightarrow \theta_{AB} = \frac{3P}{2EA} + \frac{\sqrt{2} P}{EA} = \frac{(3 + 2\sqrt{2}) P}{2EA}$$

۱۰. گزینه ۴ صحیح می باشد.

برای محاسبه اختلاف شیب بین A و B طبق قضیه اول لنگر سطح و همچنین محاسبه فاصله نقطه C از مماس نقطه A طبق قضیه دوم لنگر سطح، ابتدا نمودار لنگر خمشی تیر را رسم می کنیم:



ثابت  $EI$

[www.nashr-estekhdam.ir](http://www.nashr-estekhdam.ir)

$$\theta_B - \theta_A = \int_A^B \frac{M}{EI} dx = \frac{M}{EI} \text{ سطح زیر نمودار از A تا B } = \frac{PL \times L}{2EI} = \frac{PL^2}{2EI}$$

$$t_{C/A} = \text{لنگر استاتیکی زیر نمودار از A تا C نسبت به نقطه C} = \frac{M}{EI} = \frac{PL \times L}{2EI} \times \frac{4}{3}L + \frac{PL \times L}{EI} \times \frac{L}{2} = \frac{7PL^3}{6EI}$$