

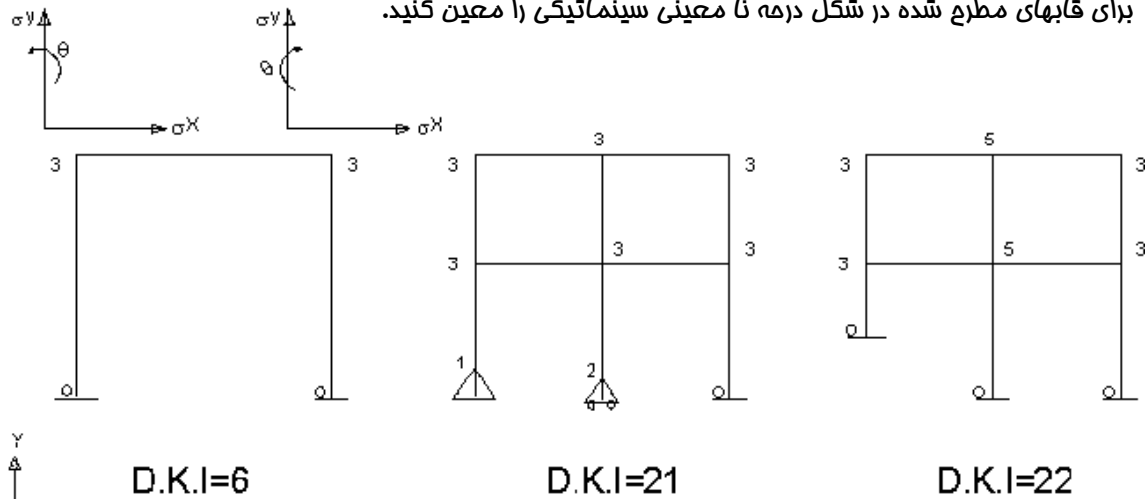
## ((مبمٹ شیب و اھت))

### تعین درجه نامعینی سینماتیکی :

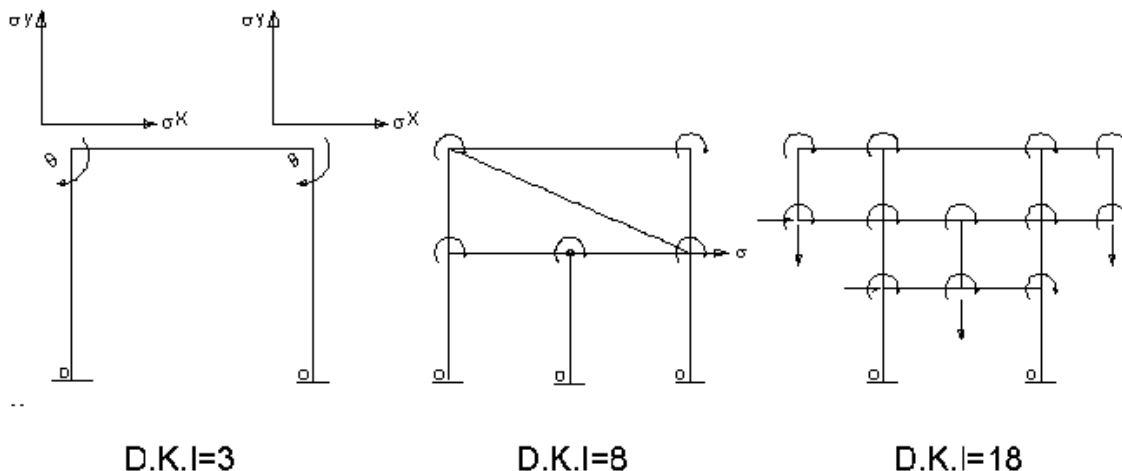
درجه نامعینی سینماتیکی کمیتی عددی است و برابر مجموع تغییر مکانها و دورانهای گره های موجود یک قاب .

### مثال:

برای قابهای مطرح شده در شکل درجه نامعینی سینماتیکی را معین کنید.

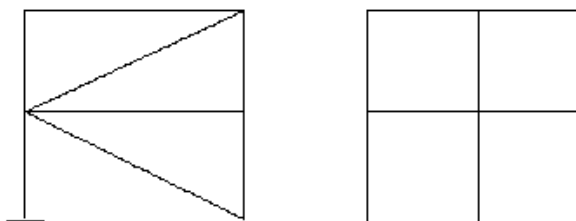


از آنجاییکه انرژی تغییر فرم در قابهای مسطح ناشی از تغییر فرم فمش بوده و تغییر فرمهای محوری و برشی برای آن کم است ، لذا جزو فرضیات اساسی روش شیب و اھت آنستکه از تغییر فرمهای محوری در مقایسه با تغییر فرم فمشی صرف نظر میشود و تغییر فرم محوری را برابر صفر می گیریم .با این فرض درجه نامعینی سینماتیکی اصلاح شده قابهای مسطحه در روش شیب و اھت بصورت زیر مناسبه می گردد.



## تمرین:

D.K.I اشکال پائین را ببایید؟

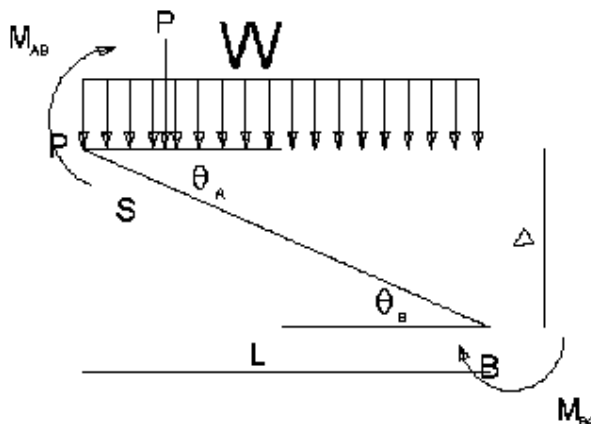


D.K.I=?

برای یافتن روابط تئوری شیب وافت بایستی که بتوانیم ارتباط بین لنگرهای انتهای و دورانه‌های انتهای تغییر مکان جابجایی و بارگذاری را پیدا کنیم. به نمودی که بعد از آنالیز مطابق این روش لنگرها را پیدا کرد. اگر بتوانیم این لنگرها را مناسبه کنیم خواهیم دید که سازه نامعین را تبدیل به یک سازه معین می‌کنیم و می‌توان به راحتی با نوشتن تعادل گره‌ها و اعضای قاب نیروهای داخلی دیگر را که شامل نیروی مموری و برشی می‌باشد پیدا کرد. عوامل بوجود آورنده لنگرهای انتهای مفتضراً تحت عنوان:

$$1 - \theta_A \quad 2 - \theta_B \quad 3 - \Delta \quad 4 - \text{بارگذاری می باشد.}$$

به کمک اصل اجتماع اثر قوا روابط شیب وافت عبارت است از:



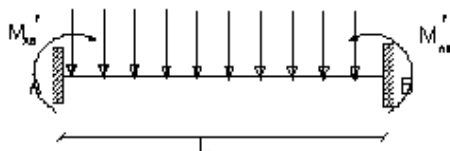
## روابط اصلی شیب وافت:

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - \frac{3\Delta}{L}) \pm M_{AB}^F$$

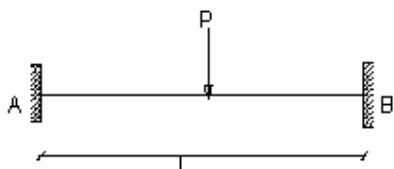
$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_A - \frac{3\Delta}{L}) \pm M_{BA}^F$$

شده و باتوجه به جداول پیوست کتابهای تحلیل سازه مورد استفاده قرار می گیرد.

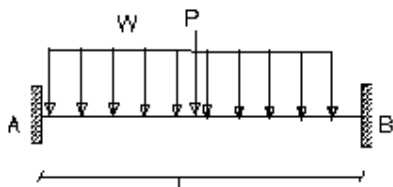
## بعنوان نمونه:



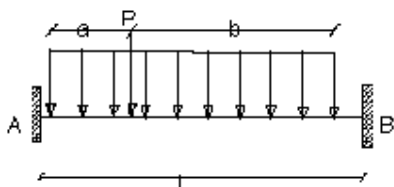
$$-M_{AB}^F = M_{BA}^F = \frac{wL^2}{12}$$



$$M_{AB}^F = M_{BA}^F = \frac{PL}{8}$$



$$M_{AB}^F = M_{BA}^F = \frac{wL^2}{12} + \frac{PL}{8}$$



$$M_{AB}^F = -\frac{wL^2}{12} - \frac{Pab^2}{L^2}$$

$$M_{BA}^F = \frac{wL^2}{12} + \frac{Pa^2b}{L^2}$$

## روش آنالیز قابهای مسطحه به کمک شیب وافت:

برای قاب مسطح مورد نظر یافتن درجه سینماتیکی ونوع قاب(مها)رندی شده یا نشده(راباید مشخص نمود.

برای یافتن لنگرهای انتهایی اعضای قاب بصورت زیر عمل می شود.

1-نوشتن معادلات شیب وافت برای کلیه اعضا

2-از آنجائیکه مجهولات موجود در معادلات شیب افست شامل دورانهاوتغییر مکانها می باشد که تعداد آنها

برابر درجه D.K.I است لذا امتیاج به تعداد معادلات اضافی برای یافتن این مجهولات خواهیم داشت.

3-این معادلات اضافی که بایستی به تعداد D.K.I باشد تمت عنوان معادلات تعادل مرسوم است.در هر گره به

ازای هردوران یک معادله تعادلی از نوع تعادل گره خواهیم داشت ودر ترا زهر طبقه به ازای هراانتقال جانبی یک

معادله تعادلی از نوع برش داریم.

4-به کمک معادلات تعادلی بند قبل مجهولات دوران وتغییر مکان را پیدا می کنیم ومقادیرشان را در معادلات

شیب وافت قرار می دهیم تالنگرهای انتهایی به دست آید.

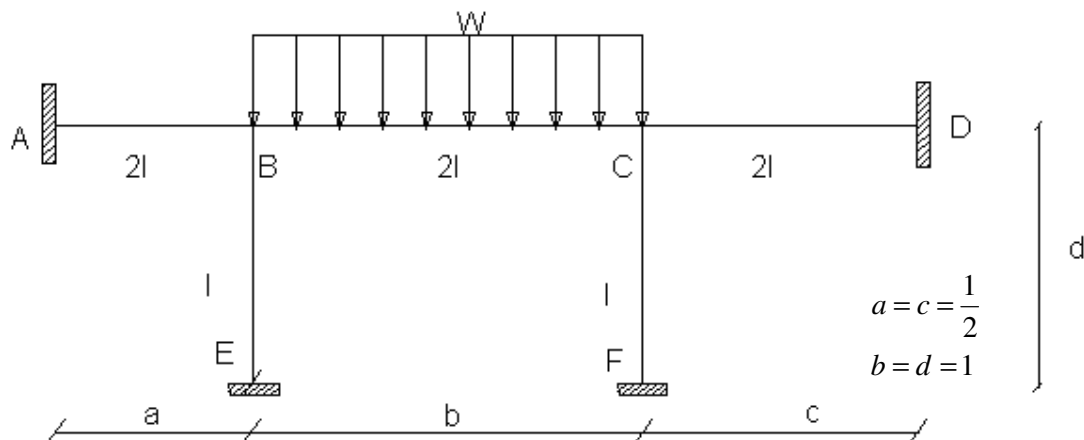
5-در تمامی شرایط بعد از یافتن لنگرهای انتهایی قاب نامعین تبدیل به قاب معین می شود و یافتن دیگر

نیروهای داخلی قابل محاسبه است.

## مثال :

برای قاب شکل زیر مطلوب است نوشتن معادلات شیب وافت ومعادلات تعادلی وسپس توضیح راجع به

یافتن لنگرهای انتهایی؟



مل:

D.K.I-1 دورانهای  $\theta_B, \theta_C$

2-قاب مهاربندی شده

3-رابطه شیب و افت

معادلات شیب و افت:

عضو AB:

$$\begin{cases} M_{AB} = \frac{\Delta EI}{L} (\theta_B) = \frac{\Delta EI \theta_B}{L} \\ M_{BA} = \frac{\Delta EI}{L} (\theta_B) = \frac{16 EI \theta_B}{L} \end{cases}$$

عضو BC:

$$\begin{cases} M_{BC} = \frac{4EI}{L} (2\theta_B + \theta_C) - \frac{WL^2}{12} \\ M_{CB} = \frac{4EI}{L} (2\theta_C + \theta_B) - \frac{WL^2}{12} \end{cases}$$

عضو CD:

$$\begin{cases} M_{CD} = \frac{8EI}{L} (2\theta_C) = \frac{16EI\theta_C}{L} \\ M_{DC} = \frac{8EI}{L} (2\theta_C) = \frac{8EI\theta_C}{L} \end{cases}$$

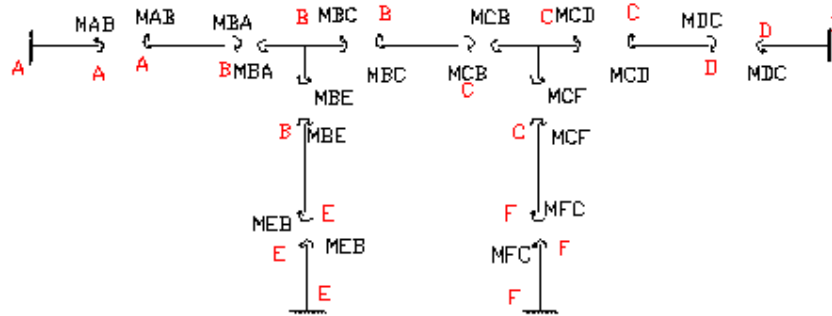
عضو BE:

$$\begin{cases} M_{BE} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B) = \frac{4EI\theta_B}{L} \\ M_{EB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B) = \frac{2EI\theta_B}{L} \end{cases}$$

عضو CF:

$$\begin{cases} M_{CF} = \frac{2EI}{L} (2\theta_C) = \frac{4EI\theta_C}{L} \\ M_{FC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_C) = \frac{4EI\theta_C}{L} \end{cases}$$

**نکته:** ابتدا تمام اعضا بیرون کشیده شده و لنگرها روی اعضا باید به صورت مثبت یعنی شکل روبرو باشد.



تعداد گره ها:

$$M_{BA} + M_{BC} + M_{BE} = 0 \quad (I) \quad \text{گره B}$$

$$M_{CB} + M_{CD} + M_{CF} = 0 \quad (II) \quad \text{گره C}$$

باتوجه به معادلات شیب وافت و جایگذاری در معادلات I و II داریم:

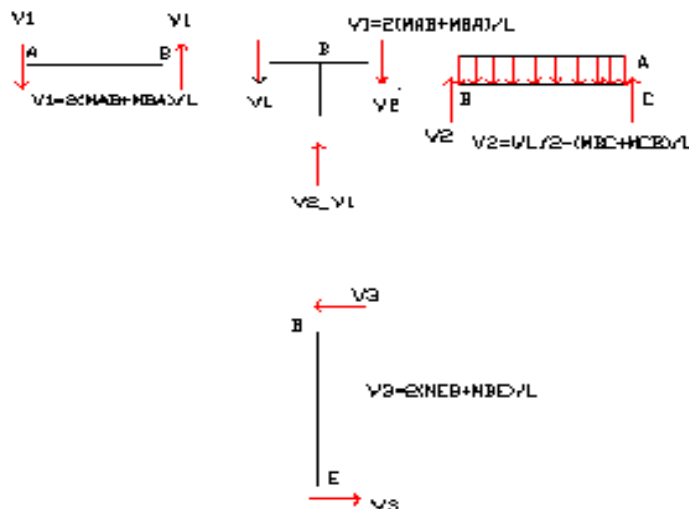
می توان از گره ها شروع کرد با این تفاوت که تمامی لنگرهای روی گره مثبت باشند یعنی به صورت زیر:

$$\frac{16EI\theta_B}{L} + \frac{8EI\theta_B}{L} + \frac{4EI\theta_C}{L} - \frac{4EI\theta_B}{L} - \frac{WL^2}{12} = 0$$

$$\frac{8EI\theta_C}{L} + \frac{4EI\theta_B}{L} + \frac{16EI\theta_C}{L} + \frac{4EI\theta_C}{L} + \frac{WL^2}{12} = 0$$

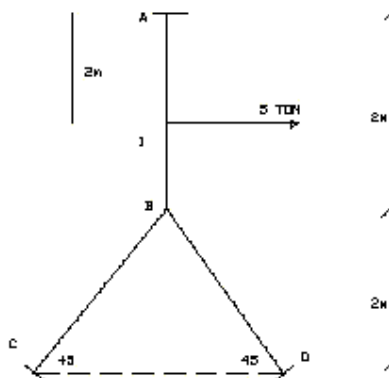
**توضیح:** باتوجه به مل دوم معادله دوم مجهول فوق دورانه های  $\theta_B$  و  $\theta_C$  را پیدا می کنیم. اکنون با معلوم بودن مقادیر

دورانها در معادلات شیب وافت قرار داده تا لنگرهای انتهایی کلیه اعضا پیدا گردد.



## تمرین:

قاب شکل را به روش شیب وافت آنالیز کنید.



## روش شیب وافت برای قابهای مسطحه در حالت انتقال جانبی:

1- معادله شیب وافت را برای کلیه اعضا بنویسید.

2- معادلات تعادلی شامل تعادل گره ها به ازای هردوران آزاد و تعادل برشی به ازای هر تغییر مکان آزاد

را مشخص کنید.

3- به کمک معادلات بالا مجهولات موجود در معادلات شیب وافت را بیابید.

## تذکره:

افتلاف بین قابهای با انتقال جانبی و بدون انتقال جانبی معادلات تعادلی از نوع برش است. برای نوشتن این

معادلات تغییر مکانهای جانبی مستقل از یکدیگر را تشخیص دهید. سپس بطور معمول پایه های قاب را در ممل

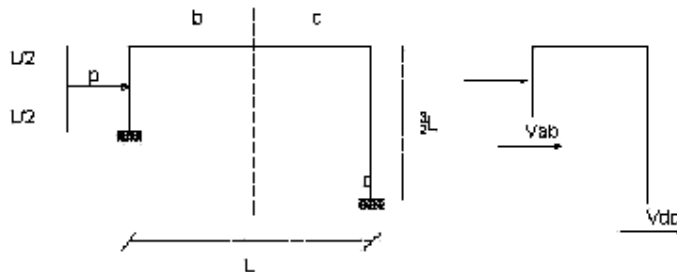
ایجاد تغییر مکانها قطع نمائید. نیروی برشی بوجود آمده را در ممل قطع مناسبه نمائید. تعادل این نیروها را بر آورد

سازید که همان معادلات تعادلی از نوع برش خواهد بود.

مثال :

برای قاب شکل زیر معادله تعادلی از نوع برش را پیدا نمایید.

D.K.I=3



$$V_{ab} + V_{dc} + P = 0$$

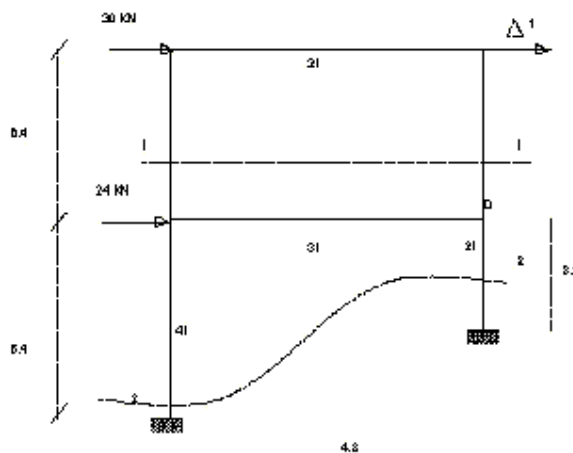
$$\left( \frac{M_{ab} + M_{ba}}{L} \right) - \frac{P}{2} + \frac{2}{3} \left( \frac{M_{cd} + M_{dc}}{L} \right) + P = 0 \quad \text{معادله برشی:}$$

مثال:

قاب دوطبقه شکل رابه روش

شیب وافت آنالیز کنید.

لنگرهای انتهایی را برای آن بیابید.





$$M_{AB} = \frac{6EI}{4.8} (2\theta_D + \theta_C)$$

$$M_{EC} = \frac{8EI}{6.4} (\theta_C + \frac{3\Delta_2}{4})$$

$$M_{DF} = \frac{4EI}{3.2} (2\theta_D - \frac{3\Delta_2}{2})$$

$$M_{AC} = \frac{4EI}{6.4} (2\theta_A + \theta_C - \frac{3(\Delta_1 - \Delta_2)}{6})$$

$$M_{FD} = \frac{4EI}{3.2} (\theta_D - \frac{3\Delta_2}{2})$$

$$M_{CA} = \frac{4EI}{6.4} (2\theta_C + \theta_A - \frac{3(\Delta_1 - \Delta_2)}{6})$$

$$M_{BD} = \frac{4EI}{6.4}$$

$$M_{BD} = \frac{4EI}{6.4} (\theta_D + \theta_B - \frac{3(\Delta_1 - \Delta_2)}{6})$$

معادلات تعادلی:

تعادل گره:

$$M_{AB} + M_{AC} = 0 \quad M_{CD} + M_{CA} + M_{CE} = 0$$

$$M_{BA} + M_{BD} = 0 \quad M_{DC} + M_{DB} + M_{DE} = 0$$

تعادل برش:

$$\frac{M_{CA} + M_{AC}}{6.4} + \frac{M_{DB} + M_{BD}}{6.4} + 12 = 0 \quad \text{برش 1-1} :$$

$$\frac{M_{EC} + M_{CE}}{6.4} + \frac{M_{FD} + M_{DF}}{3.2} + 36 = 0 \quad \text{برش 2-2} :$$

اکنون درمعدلات تعادلی ازمعدلات شیب وافت قرار دهید که به شش مجهول فواید رسید بدین ترتیب دورانهاوتغییر مکانها را پیدا کنیدوسپس مقادیر معلوم فوق رادرمعدلات شیب وافت قرار دهید تالنگرهای انتهای پیدا گردد.

$$\begin{aligned} MAB=22.36 \quad MBA=19.92 \quad MCD=39.5 \quad MDC=49.3 \quad MAC=-22.4 \\ MCA=-21.5 \quad MBD=-19.9 \quad MDB=-13 \quad MCE=-18 \\ MEC=-27.9 \quad MDF=-36.3 \quad MFD=-55.96 \end{aligned}$$

### آنالیزقابهای مسطحه بابعضی پایه های مورب

یک شکل ظاهری برای تغییر مکانهای اعضا درنظرمی گیریم البته لازم نیست دقت کافی داشته باشد برای هرکدام از اعضا ترمی به نام  $(\Psi_{ij})$  تعریف می کنیم که عبارت فواید بودازتقسیم تغییر مکان جانبی عضو برطول عضو .

$$\left\{ \Psi_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{L_{ij}} \right.$$

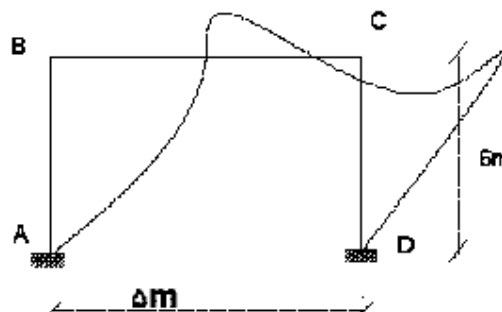
سپس فرمولهای زیر که پیدا گردیده اند برای دوملقه ازقاب درجهت عقربه های ساعت ویا جهت مثلثاتی بکار می بریم.

$$\begin{cases} \sum \Psi_{ij} (X_i - X_j) = 0 \\ \sum \Psi_{ij} (Y_i - Y_j) = 0 \end{cases}$$

مختصات افقی وقائم نقاط ابتدا وانتها می باشد.  $Y_j, Y_i, X_j, X_i$

### مثال:

تعداد تغییر مکانهای جانبی که مستقل ازیکدیگر می باشد چقدر فواید بود.



نتیجه گیری: برای مقایسه:  $\Delta_{BA} = \Delta_{CD} = \Delta$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{AB} = \Psi_{BA} = \frac{\Delta_{BA}}{L_{BA}} \\ \Psi_{BC} = \Psi_{CB} = \frac{\Delta_{CB}}{L_{CB}} \\ \Psi_{CD} = \Psi_{DC} = \frac{\Delta_{CD}}{L_{CD}} \end{array} \right.$$

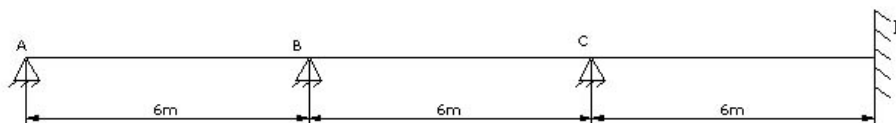
$$\sum (X_i - X_j) \Psi_{ij} \Rightarrow (0 - 0) \Psi_{AB} + (0 - \Delta) \Psi_{BC} + (5 - 5) \Psi_{CD} = 0$$

$$\sum (X_i - X_j) \Psi_{ij} \Rightarrow (0 - 6) \Psi_{AB} + 0 + (6 - 0) \Psi_{CD} = 0$$

$$\Psi_{BC} = 0 \Rightarrow \Delta_{CB} = \Delta_{BC} = 0$$

$$\Psi_{AB} = \Psi_{CD} \Rightarrow \Delta_{AB} = \Delta_{CD}$$

مثال :



گام اول :

$$\Delta_B = 1cm, \Delta_C = 0.5cm$$

$$\theta_D = -0.1rad$$

$$\psi_{AB} = \frac{1}{600}, \psi_{BC} = \frac{0.5 - 1}{600} = \frac{1}{1200}, \psi_{CD} = \frac{-0.5}{600} = -\frac{1}{1200}$$

گام دوم :

نوشتن معادلات شیب و فیز :

$$\langle \theta_A, \theta_B, \theta_C \rangle : \text{Unknown} \quad \langle \psi_{AB}, \psi_{BC}, \theta_D, \psi_{CD} \rangle : \text{known}$$

$$M_{AB}^F = M_{BA}^F = -\frac{6EI}{L} \psi_{AB}, \quad M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B - 3\psi_{AB}) + M_{AB}^F$$

لنگرهای گیرداری با استفاده از رابطه شیب - فیز تعیین می کنیم :

$$M_{AB}^F = M_{BA}^F = -\frac{400}{3} \text{ ton.m}$$

$$M_{BC}^F = M_{CB}^F = -\frac{6EI}{L} \psi_{BC} = \frac{200}{3} \text{ ton.m}$$

لنگرهای گیرداری با استفاده از هر رابطه ای قابل محاسبه است

$$M_{CD}^F = \frac{2EI}{L} (2\theta_C + \theta_D - 3\psi_{CD}) + M_{CD}^F \Rightarrow M_{CD}^F = -\frac{6EI}{L} \psi_{CD} + \frac{2EI}{L} \theta_D$$

$$M_{DC}^F = \frac{2EI}{L} (2\theta_D + \theta_C - 3\psi_{DC}) + M_{DC}^F \Rightarrow M_{DC}^F = -\frac{15800}{3} \text{ ton.cm} , \quad M_{CD}^F = -\frac{7800}{3} \text{ ton.cm}$$

در این تیپ مسائل که نشست و دوران داریم بایستی EI معلوم باشد . و همچنین نشست و دوران خودش نوعی بارگذاری است ، یعنی در اثر بارگذاری دچار تغییر شکل و نشست شده است.

**معادلات شیب و فیز :**

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B) - \frac{400}{3} \quad \text{یا} \quad \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B) - 3 \times \frac{1}{600}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_A) - \frac{400}{3} , \quad M_{BC} = \frac{2EI}{L} (2\theta_B + \theta_C) + \frac{200}{3}$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_C + \theta_B) + \frac{200}{3}$$

در این قسمت بایستی توجه داشت که چون لنگر گیرداری بر اساس  $\psi_{ij}$  محاسبه گشته است ، بنابراین از ترم  $\psi_{ij}$  بایستی در معادلات صرف نظر کرد چرا که قبلاً برای لنگرهای گیرداری دفالت داده شده است و یا اینکه لنگرهای گیرداری را صفر در نظر گرفته (زیرا بار خارجی ندارد) و  $\theta$  در معادلات شیب و فیز از ترم  $\psi_{ij}$  استفاده کرد .

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} \left( 2\theta_A + \theta_B - 3 \times \frac{1}{600} \right) + 0$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L} (2\theta_A + \theta_B) - \frac{400}{3} \quad \text{یا} \quad M_{ij} = \frac{2EI}{L} (2\theta_i + \theta_j - 3\psi_{ij}) + M_{ij}^F$$

1

2

یکی از اینها (1 یا 2) باید حذف شود .

در تکیه گاهی که دوران داشته ایم و لنگر گیرداری برای آن محاسبه شده بایستی ترم  $\theta$  را در صورت استفاده از لنگر گیرداری برابر صفر قرار دهیم . بخاطر بسته بودن برای حل مسئله اگر از لنگر گیرداری استفاده کنیم می توانیم به راحتی  $EI=1$  در نظر گرفته و مسئله را حل کرد . ( زیرا ترم  $\psi$  ناشی از EI نیز هست . ) با توجه به EI چنین نشست (رف داده است )

$$M_{AB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_A + \theta_B) - \frac{400}{3}, \quad M_{BC} = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_C) + \frac{200}{3}$$

$$M_{CD} = \frac{2EI}{L}(2\theta_C) - \frac{7800}{3}, \quad M_{BA} = \frac{2EI}{L}(2\theta_B + \theta_A) - \frac{400}{3}$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{L}(2\theta_C + \theta_B) + \frac{200}{3}, \quad M_{DC} = \frac{2EI}{L}(\theta_C) - \frac{15800}{3}$$

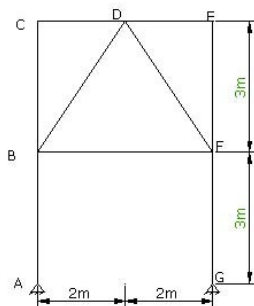
اثر  $\theta_D$  در لنگرهای گیرداری است.

در مسایل شیب و فیز بایستی اثر هر یک از ترم های معادله  $(M_{ij}^F, \psi_{ij}, \theta_j, \theta_i)$  در نظر گرفته شود.

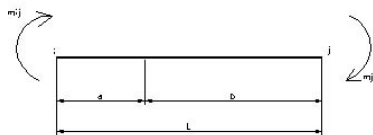
$$\frac{2EI}{600} = 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} 2\theta_A + \theta_B = \frac{400}{3} \quad \theta_A = \frac{12800}{39 \times 2}, \theta_B = -\frac{7600}{39}, \theta_C = \frac{7 \times 7600}{78} \\ \theta_A + 4\theta_B + \theta_C = \frac{200}{3} \quad M_{AB} = 0, M_{BA} = -M_{BC} = -359 \text{ ton.cm} \\ \theta_B + 4\theta_C = \frac{7600}{3} \quad M_{CB} = -M_{CD} = 1235 \text{ ton.cm}, M_{DC} = -4590 \text{ ton.cm} \end{array} \right.$$

مثال :

مطلوبست تعیین درجه آزادی قاب شکل زیر.

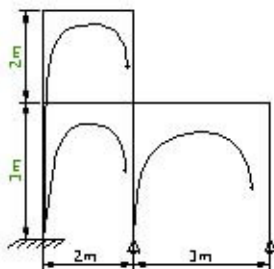


$$t = 2 \times 7 - (2 \times 0 + 2 \times 2 + 0 + 9) = 1$$



$$\alpha = \frac{a}{L}, \quad \alpha' = \frac{b}{L} \quad \text{قرارداد :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{ij} = \frac{3EI}{L_{ij}} \times \frac{\alpha}{1-3\alpha\alpha'} (\alpha\theta_i + \alpha'\theta_j - \psi_{ij}) + M_{ij}^F \\ M_{ji} = \frac{3EI}{L_{ij}} \frac{\alpha'}{1-3\alpha\alpha'} (\alpha\theta_i + \alpha'\theta_j - \psi_{ij}) + M_{ji}^F \end{array} \right.$$



مثال :

مطلوبست تعیین لنگرهای قاب زیر :

گام اول :

$$t = 2 \times 8 - (2 \times 1 + 2 \times 1 + 2 + 8) = 16 - 14 = 2$$

گام دوم :

برای ملقه I داریم :

$$\begin{aligned} y \uparrow \quad 3\psi_{AB} + 0\psi_{BE} - 3\psi_{ED} &= 0 \Rightarrow \psi_{AB} = \psi_{ED} \quad I \\ x \rightarrow \quad 0\psi_{AB} + 2\psi_{BE} - 0\psi_{ED} &= 0 \Rightarrow \psi_{BE} = 0 \end{aligned}$$

گام دوم :

برای ملقه II داریم :

$$\begin{aligned} y \uparrow \quad 3\psi_{DE} + 0\psi_{EH} - 3\psi_{HG} &= 0 \Rightarrow \psi_{DE} = \psi_{HG} \quad II \\ x \rightarrow \quad 0\psi_{DE} + 3\psi_{EH} - 0\psi_{HG} &= 0 \Rightarrow \psi_{EH} = 0 \\ \text{از } I, II \Rightarrow \psi_{AB} = \psi_{ED} = \psi_{HG} &= \psi_1 \end{aligned}$$

برای ملقه III داریم :

$$\begin{aligned} y \uparrow \quad 3\psi_{AB} + 2\psi_{BC} - \psi_{EF} + 0\psi_{CF} - 3\psi_{DE} &= 0 \rightarrow \psi_{BC} = \psi_{EF} = \psi_2 \\ x \rightarrow \psi_{CF} &= 0 \end{aligned}$$

$$\langle \theta_B, \theta_C, \theta_F, \theta_E, \theta_D, \theta_H, \theta_G, \psi_1, \psi_2 \rangle$$

*un known*

$$\langle \theta_A = 0, \psi_{CF} = 0, \psi_{BE} = 0, \psi_{EH} = 0 \rangle$$

*known*

گام سوم :

کاربرد روابط شیب - اخت برای اعضای سازه :

$$\begin{aligned} M_{AB}^F &= M_{BA}^F = M_{CB}^F = M_{BC}^F = M_{CF}^F = M_{FC}^F = M_{EF}^F = M_{FE}^F = M_{BE}^F = M_{EB}^F = M_{ED}^F = M_{DE}^F = \\ M_{EH}^F &= M_{HE}^F = M_{HG}^F = M_{GH}^F = 0 \end{aligned}$$

زیرا هیچگونه باری بر روی قاب وجود ندارد .

$$2EI = 2 \Rightarrow EI = 1$$

$$M_{AB} = \frac{2EI}{3}(\theta_B - 3\psi_{AB}) = 1.33\theta_B - 2\psi_{AB}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{3}(2\theta_B - 3\psi_{AB}) = 2.66\theta_B - 2\psi_{AB}$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{2}(2\theta_B + \theta_C - 3\psi_{BC}) = 2\theta_B + \theta_C - 3\psi_2$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{2}(2\theta_C + \theta_B - 3\psi_{BC}) = 2\theta_C + \theta_B - 3\psi_2$$

$$M_{CF} = \frac{2EI}{2}(2\theta_C + \theta_F) = 2\theta_C + \theta_F$$

$$M_{FC} = \frac{2EI}{2}(2\theta_F + \theta_C) = 2\theta_F + \theta_C$$

$$M_{BE} = \frac{2EI}{2}(2\theta_B + \theta_E) = 2\theta_B + \theta_E$$

$$M_{EB} = \frac{2EI}{2}(2\theta_E + \theta_B) = 2\theta_E + \theta_B$$

$$M_{EH} = \frac{2EI}{3}(2\theta_E + \theta_H) = 2.66\theta_E + 0.67\theta_H$$

$$M_{HE} = \frac{2EI}{3}(2\theta_H + \theta_E) = 2.66\theta_H + 0.67\theta_E$$

$$M_{HG} = \frac{2EI}{3}(2\theta_H + \theta_G - 3\psi_{HG}) = 2.66\theta_H + 0.67\theta_G - 2\psi_1$$

$$M_{GH} = \frac{2EI}{3}(2\theta_G + \theta_H - 3\psi_{GH}) = 2.66\theta_G + 0.67\theta_H - 2\psi_1$$

$$M_{ED} = \frac{2EI}{3}(2\theta_E + \theta_D - 3\psi_{ED}) = 2.66\theta_E + 0.67\theta_D - 2\psi_1$$

$$M_{DE} = \frac{2EI}{3}(2\theta_D + \theta_E - 3\psi_{DE}) = 2.66\theta_D + 0.67\theta_E - 2\psi_1$$

$$M_{EF} = \frac{2EI}{2}(2\theta_E + \theta_F - 3\psi_{EF}) = 2\theta_E + \theta_F - 3\psi_2$$

$$M_{FE} = \frac{2EI}{2}(2\theta_F + \theta_E - 3\psi_{FE}) = 2\theta_F + \theta_E - 3\psi_2$$

### گام چهارم :

نوشتن معادلات تعادل گره ها

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_{AB} = 0 \quad (I)$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} + M_{BE} = 0 \quad (II)$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CB} + M_{CF} = 0 \quad (III)$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow M_{EF} + M_{ED} + M_{EB} = 0 \quad (V)$$

$$\sum M_F = 0 \Rightarrow M_{FC} + M_{FE} = 0 \quad (IV)$$

$$\sum M_H = 0 \Rightarrow M_{HE} + M_{HG} = 0 \quad (VI)$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow M_{DE} = 0 \quad (VII)$$

برای راحتی کار  $2EI$  را مساوی 2 در نظر می گیریم .

$$(II) \Rightarrow \frac{2}{3}(2\theta_B - 3\psi_{AB}) + 1(2\theta_B + \theta_C - 3\psi_{BC}) + 1(2\theta_B + \theta_E) = 0$$

$$6.66\theta_B - 2\psi_1 - 3\psi_2 + \theta_C + \theta_E = 0 \quad (1)$$

$$(III) \Rightarrow 1(2\theta_C + \theta_B - 3\psi_{BC}) + 1(2\theta_C + \theta_F) = 0$$

$$4\theta_C + \theta_B + \theta_F - 3\psi_2 = 0 \quad (2)$$

$$(IV) \Rightarrow (2\theta_F + \theta_C) + (2\theta_F + \theta_E - 3\psi_{FE}) = 0$$

$$4\theta_F + \theta_C + \theta_E - 3\psi_2 = 0 \quad (3)$$

$$(V) \Rightarrow (2\theta_E + \theta_F - 3\psi_{FE}) + \frac{2}{3}(2\theta_E + \theta_D - 3\psi_{ED}) + \frac{2}{3}(2\theta_E + \theta_H) + (2\theta_E + \theta_B)$$

$$\theta_B + 6.67\theta_E + \theta_F - 3\psi_1 - 2\psi_2 + 0.67\theta_D + 0.67\theta_H = 0 \quad (4)$$

$$(VI) \Rightarrow \frac{2}{3}(2\theta_E + \theta_H) + \frac{2}{3}(2\theta_H + \theta_G - 3\psi_1) = 0$$

$$1.33\theta_E + 1.33\theta_H + 0.67\theta_G - 2\psi_1 = 0 \quad (5)$$

$$I) \Rightarrow 1.33\theta_B - 2\psi_1 = 0 \quad (6)$$

$$(VII) \Rightarrow 6.7\theta_E - 2\psi_1 = 0 \quad (7)$$



### نوشتن روابط برش :

CF برای تیر :

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow H_{CB} + H_{FE} = 0$$

BE برای تیر :

$$\sum F_X = 0 \Rightarrow H_{BA} + H_{ED} = 0$$

BA برای ستون :

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow H_{BA} + H_{ED} = 0$$

BC برای ستون :

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow H_{CB} = -\frac{(M_{CB} + M_{BC})}{2} = -\frac{1}{2}(2\theta_C + \theta_B - 3\psi_2 + 2\theta_B + \theta_C - 3\psi_2)$$

EF برای ستون :

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow H_{EF} = -\frac{(M_{EF} + M_{FE})}{2} = -\frac{1}{2}(2\theta_E + \theta_F - 3\psi_2 + 2\theta_F + \theta_E - 3\psi_2)$$

ED برای ستون :

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow H_{ED} = -\frac{(M_{ED} + M_{DE})}{3} = -\frac{1}{3}(2.66\theta_E - 2\psi_1 + 0.67\theta_D + 2.66\theta_D)$$

$$H_{CB} + H_{FE} = 0 \Rightarrow -1.5\theta_C - 1.5\theta_B - 1.5\theta_E - 1.5\theta_F + 6\psi_2 = 0 \quad (8)$$

$$H_{BA} + H_{ED} = 0 \Rightarrow -1.33\theta_B - 1.11\theta_E + 2.6\psi_1 - 1.1\theta_D = 0 \quad (9)$$

از مل 9 معادله و 9 مجهول بدست آمده داریم :

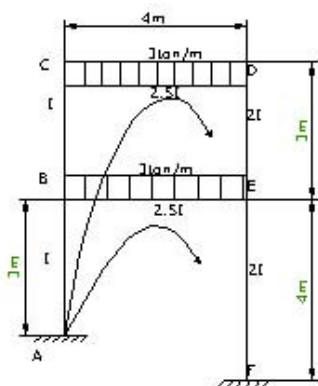
$$\begin{bmatrix} \theta_B & \theta_C & \theta_D & \theta_E & \psi_2 & \theta_F & \psi_1 & \theta_H & \theta_G \\ 6.66 & 1 & 0 & 1 & -3 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0.67 & 6.67 & -2 & 1 & -3 & 0.67 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.33 & 0 & 0 & -2 & 1.33 & 0.67 \\ 1.33 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.7 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ -1.5 & -1.5 & 0 & -1.5 & 6 & -1.5 & 0 & 0 & 0 \\ -1.33 & 0 & -1.11 & -1.11 & 0 & 0 & 2.6 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta_B \\ \theta_C \\ \theta_D \\ \theta_E \\ \psi_1 \\ \theta_F \\ \psi_2 \\ \theta_H \\ \theta_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

با مل ماتریس بالا مجهولات مسئله بدست می آید.

مثال :

مل :

گام اول :



$$t = 2j - (2S_F + 2S_H + S_R + M)$$

$$t = 2 \times 6 - (2 \times 2 + 2 \times 0 + 0 + 6)$$

$$t = 2$$

گام دوم :

در ملقه I داریم :

$$(I) \begin{cases} 0\psi_{AB} + 4\psi_{BE} + 0\psi_{EF} = 0 \rightarrow \psi_{BE} = 0 \\ 3\psi_{AB} + 0\psi_{BE} - 4\psi_{EF} = 0 \rightarrow \psi_{AB} = \frac{4}{3}\psi_{EF} = \frac{3}{4}\psi_1 \end{cases}$$

در ملقه II داریم :

$$(II) \begin{cases} 0\psi_{AB} + 0\psi_{BC} + 4\psi_{CD} + 0\psi_{DE} + 0\psi_{EF} = 0 \Rightarrow \psi_{CD} = 0 \\ 3\psi_{AB} + 3\psi_{BC} + 0\psi_{CD} - 3\psi_{DE} - 4\psi_{EF} = 0 \Rightarrow \psi_{BC} = \psi_{DE} = \psi_2 \end{cases}$$

$$M_{AB}^F = M_{BA}^F = M_{BC}^F = M_{CB}^F = M_{DE}^F = M_{ED}^F = M_{EF}^F = M_{FE}^F = 0$$

$$M_{BE}^F = M_{EB}^F = M_{CD}^F = -M_{DC}^F = \frac{-WL^2}{12} = -\frac{3 \times 4^2}{12} = -4t.m$$

کام سوم :

نوشتن معادلات شیب و فیز :

$$\begin{aligned}M_{AB} &= \frac{2EI}{3}(\theta_B - 3\psi_{AB}) \\M_{BA} &= \frac{2EI}{3}(2\theta_B - 3\psi_{AB}) \\M_{BC} &= \frac{2EI}{3}(2\theta_B + \theta_C - 3\psi_{BC}) \\M_{CB} &= \frac{2EI}{3}(2\theta_C + \theta_B - 3\psi_{CB}) \\M_{CD} &= \frac{2E(2.5I)}{4}(2\theta_C + \theta_D - 3\psi_{CD}) + m_{CD}^F \\M_{DC} &= \frac{2E(2.5I)}{4}(2\theta_D + \theta_C - 3\psi_{CD}) + m_{DC}^F \\M_{DE} &= \frac{2E(2I)}{3}(2\theta_D + \theta_E - 3\psi_{DE}) \\M_{ED} &= \frac{2EI(2I)}{3}(2\theta_E + \theta_D - 3\psi_{DE}) \\M_{EF} &= \frac{2EI(2I)}{4}(2\theta_E + \theta_F - 3\psi_{EF}) \\M_{FE} &= \frac{2EI(2I)}{4}(2\theta_F + \theta_E - 3\psi_{EF})\end{aligned}$$

برای راحتی کار  $2EI=3$  را در نظر گرفته لذا معادلات شیب و فیز فوق به صورت زیر درمی آید:

$$\begin{aligned}M_{AB} &= \theta_B - 3\psi_{AB} \\M_{BA} &= 2\theta_B - 3\psi_{AB} \\M_{BE} &= 1.875(2\theta_B + \theta_E) - 4 \\M_{EB} &= 1.875(2\theta_E + \theta_B) + 4 \\M_{BC} &= 2\theta_B + \theta_C - 3\psi_{BC} \\M_{CB} &= 2\theta_C + \theta_B - 3\psi_{BC} \\M_{CD} &= 1.875(2\theta_C + \theta_D) - 4 \\M_{DC} &= 1.875(2\theta_C + \theta_C) + 4 \\M_{DE} &= 2\theta_D + \theta_E - 3\psi_{DE} \\M_{ED} &= 2\theta_E + \theta_D - 3\psi_{DE} \\M_{EF} &= 1.5\left(2\theta_E - \frac{9}{4}\psi_{AB}\right) \\M_{FE} &= 1.5\left(\theta_E - \frac{9}{4}\psi_{AB}\right)\end{aligned}$$

$$*\theta_B, \theta_C, \theta_D, \theta_E, \psi_{AB}, \psi_{BC}*$$

un known

کام چهارم :

نوشتن معادلات تعادل گره ها :

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} + M_{BE} = 0 \quad (I)$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CB} + M_D = 0 \quad (II)$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow M_{DC} + M_{DE} = 0 \quad (III)$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow M_{EB} + M_{EF} + M_{ED} = 0 \quad (IV)$$

$$(I) \Rightarrow 7.75\theta_B + \theta_C + 1.875 - 3\psi_{AB} - 3\psi_{BC} = 4 \quad (1)$$

$$(II) \Rightarrow \theta_B + 2.75\theta_C + 1.875\theta_D - 3\psi_{BC} = 4 \quad (2)$$

$$(III) \Rightarrow 1.87\theta_C + 5.75\theta_D + \theta_E - 3\psi_{BC} = -4 \quad (3)$$

$$(IV) \Rightarrow 1.875\theta_B + \theta_D + 8.715\theta_E - 3.375\psi_{AB} - 3\psi_{BC} = -4 \quad (4)$$

نوشتن روابط برش :

$$\sum F_X = 0 \rightarrow H_{CB} + H_{DE} = 0 \quad (\text{الف})$$

$$\sum F_X = 0 \rightarrow H_{BA} + H_{EF} = 0$$

: AB

$$\sum M_A = 0$$

$$\rightarrow M_{AB} + M_B - H_{BA} \times 3 = 0$$

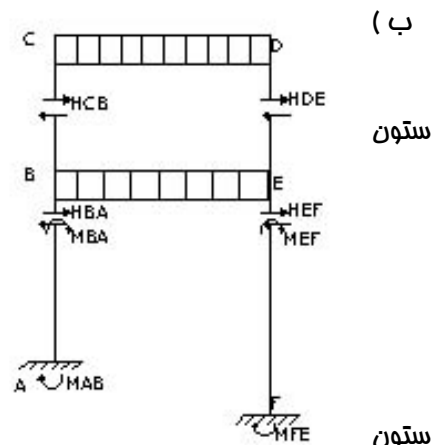
$$\rightarrow H_{AB} = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{3} \quad *$$

: EF

$$\sum M_E = 0$$

$$\rightarrow M_{EF} + M_{FE} - H_{FE} \times 4 = 0$$

$$\rightarrow H_{FE} = \frac{M_{FE} + M_{EF}}{4} \quad **$$



ستون CB :

$$\sum M_B = 0$$

$$\rightarrow M_{CB} + M_{BC} - H_{CB} \times 3 = 0$$

$$\rightarrow H_{CB} = \frac{M_{CB} + M_{BC}}{3} \quad ***$$

ستون DE :

$$\sum M_E = 0$$

$$\rightarrow M_{DE} + M_{ED} - H_{DE} \times 3 = 0$$

$$\rightarrow H_{DE} = \frac{M_{DE} + M_{ED}}{3} \quad ****$$

از قرار دادن روابط \* در روابط الف و ب نتیجه می شود :

$$\frac{M_{CB} + M_{BC}}{3} + \frac{M_{DE} + M_{ED}}{3} + \frac{M_{AB} + M_B}{3} + \frac{M_{FE} + M_{EF}}{4} = 0$$

از روابط بدست آمده بالا و صفحه قبل نتیجه می گیریم :

$$\theta_B + 1.125\theta_E - 3.687\psi_{AB} = 0 \quad (5)$$

$$\theta_B + \theta_C + \theta_D + \theta_E - 4\psi_{BC} = 0 \quad (5)$$

گام پنجم :

حل معادلات ایستایی بدست آمده برای تعیین مجهولات  $\theta$  و  $\psi$  و یا  $C\Delta$  .

از حل 6 معادله و 6 مجهول بالا بدست می آید :

$$\begin{bmatrix} \theta_B & \theta_C & \theta_D & \theta_E & \psi_{AB} & \psi_{BC} \\ 7.75 & 1 & 0 & 1.875 & -3 & -3 \\ 0 & 5.75 & 1.275 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1.875 & 5.75 & 1 & 0 & -3 \\ 1.875 & 0 & 1 & 8.715 & -3.375 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 1.125 & -3.675 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & -4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta_B \\ \theta_C \\ \theta_D \\ \theta_E \\ \psi_{AB} \\ \psi_{BC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -4 \\ -4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

توجه :

اگر بر روی سازه هیچ باری نداشته باشیم همیشه ماتریس بالا را می توانیم داشته باشیم . اگر در مسئله ای بارگذاری را عوض کنیم طرف راست ماتریس ها عوض می شود ولی طرف چپ آن دست نمی خورد .

$$\theta_B = 0.5158 \quad \text{واحد}$$

$$\theta_C = 0.9088 \quad \text{واحد}$$

$$\theta_D = 0.9041 \quad \text{واحد}$$

$$\theta_E = 0.4592 \quad \text{واحد}$$

$$\psi_{BC} = 0.0513 \quad \text{واحد} \quad \psi_{AB} = -0.00206 \quad \text{واحد}$$

## کام 6 :

$$M_{AB} = 0.516t.m, M_{BC} = 1.893t.m, M_{BA} = 1.032t.m, M_{CB} = -M_{CD} = 2.286t.m$$

$$M_{EF} = -1.377t.m, M_{FE} = -0.689t.m, M_{ED} = -1.868t.m, M_{DE} = -M_{DC} = -2.31t.m$$

## معادله برش شیب و فیز :

$$T_{ij} = -\frac{6EI}{L_{ij}^2} \times (\theta_i + \theta_j - 2\psi_{ij}) + T_{ij}^F$$

$$T_{ji} = -\frac{6EI}{L_{ji}^2} \times (\theta_j + \theta_i - 2\psi_{ji}) + T_{ji}^F$$

## نکته :

وقتی مفصل میانی داشته باشیم معادلات شیب فیز برای تمام اعضاء همان است بجز شیب و فیز عضو مورد نظر.

## مسائل تنش مرارتی :

$$t_1 > t_2$$

$$\Delta\theta_1 = \alpha(t_1 - t_m)L$$

$$\alpha L_2 = \alpha(t_m - t_2)L$$

$$(e + \Delta e_1) - (e - \Delta e_2) = \alpha(t_1 - t_2)e = \alpha(\Delta t)e$$

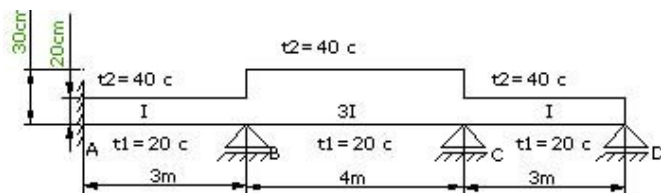
$$\theta_A^i = \frac{\alpha(\Delta t)e}{2h}$$

$$\theta_A^i = \frac{\alpha(\Delta t)e}{2h}$$

$$\theta_B^i = \frac{\alpha(\Delta t)e}{2h}$$

$$[m_{AB}^F = -m_{BA}^F = -\frac{EI(\Delta t)}{h}]$$

## مثال :



$$E = 2.1 \times 10^6$$

$$I = 2500 \text{ cm}^4$$

$$\alpha = 12 \times 10^6 / ^\circ \text{C}$$

$$M_{AB}^F = -M_{BA}^F = M_{CD}^F = -M_{DC}^F = -\frac{EI\alpha(20-40)}{20} = EI\alpha = 360$$

$$M_{BC}^F = -M_{CB}^F = M_{CD}^F = -E \frac{3I(20-40)}{30} = -EI \times 2 \times \alpha$$

معادلات شیب و فیز را می نویسیم ، داریم :

$$M_{AB} = \frac{2EI}{3}(\theta_B) + 630$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{3}(\theta_B) - 630$$

$$M_{BC} = \frac{6EI}{4}(2\theta_B + \theta_C) + 1260$$

$$M_{CB} = \frac{6EI}{4}(2\theta_C + \theta_B) - 1260$$

$$M_{CD} = \frac{2EI}{3}(2\theta_C + \theta_D) + 630$$

$$M_{DC} = \frac{2EI}{3}(2\theta_D + \theta_C) - 630$$

برای راحتی کار  $\frac{2EI}{12} = 1$  در نظر می گیریم .

در مرحله بعد معادلات تعادل را برای گره های می نویسیم داریم :

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$26\theta_B + 9\theta_C + 630 = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_{CD} + M_{CB} = 0$$

$$9\theta_B + 26\theta_C + 4\theta_D - 630 = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow M_{DC}$$

$$4\theta_C + 8\theta_D - 630 = 0 \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_B & \theta_C & \theta_D \\ 26 & 9 & 0 \\ 9 & 26 & 4 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta_B \\ \theta_C \\ \theta_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 630 \\ -630 \\ -630 \end{bmatrix}$$

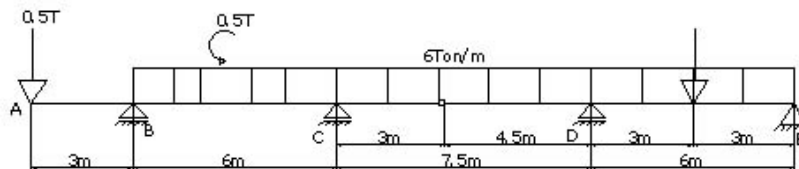
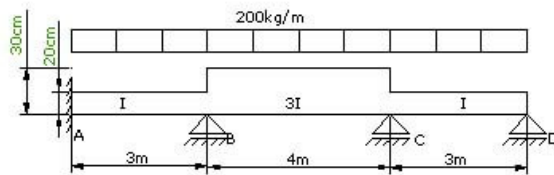
$$\theta_B = -33.066, \theta_C = 25.525, \theta_D = 65.988$$

$$M_{AB} = 498 \text{ kg.m}$$

$$M_{BA} = -M_{BC} = -895 \text{ kg.cm}$$

$$M_{CB} = -M_{CD} = -1098 \text{ kg.cm}$$

H.W - مسئله قبل را برای حالتی که بار گسترده بر روی آن باشد مساب کنید .



مثال :

$$M_{AB} = 500 \times 3 = 1500 \text{ kg.m}$$

$$M_{BC}^F = -M_{CB}^F = -\frac{WL^2}{12} = -\frac{600 \times 6^2}{12} = -1800 \text{ kg.m}$$

$$M_{DE}^F = -M_{ED}^F = -\frac{WL^2}{12} - \frac{PL}{8} = -2850 \text{ kg.m}$$

$$\alpha = \frac{a}{L} = \frac{3}{7.5} = 0.4 \rightarrow \alpha' = 0.6$$

$$M_{CD}^F = -\frac{PL^2\alpha}{8} \times \frac{2\alpha'^2 + (\alpha - \alpha')^2}{1 - 3\alpha\alpha'} = -4580 \text{ kg.m}$$

$$M_{DC}^F = -\frac{PL^2\alpha'}{8} \times \frac{2\alpha^2 + (\alpha - \alpha')^2}{1 - 3\alpha\alpha'} = 3254 \text{ kg.m}$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{6000} (2\theta_B + \theta_C) - 1800$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{6000} (2\theta_C + \theta_B) + 1800$$

$$M_{DE} = \frac{2EI}{6000} (2\theta_D + \theta_E) - 2850$$

$$M_{ED} = \frac{2EI}{6000} (2\theta_E + \theta_D) + 2850$$

$$M_{CD} = \frac{3EI}{7.5} \times \frac{0.4}{0.28} (0.4\theta_C + 0.6\theta_D) - 4580$$

$$M_{DC} = \frac{3EI}{7.5} \times \frac{0.6}{0.28} (0.4\theta_C + 0.6\theta_D) + 3254$$



لنگر گیرداری و مفصل اگر داده شده باید از جدول استفاده کنیم .

$$M_{BC} = 2\theta_B + \theta_C - 1800$$

$$M_{CB} = 2\theta_C + \theta_B + 1800$$

$$M_{CD} = 0.685\theta_C + 1.02\theta_D - 4580$$

$$M_{DC} = 1.03\theta_C + 1.53\theta_D + 3254$$

$$M_{DE} = 2\theta_D + \theta_E - 2850$$

$$M_{ED} = 2\theta_E + \theta_D + 2850 \quad M_{ED} = 2\theta_E + \theta_D + 2850$$

$$\text{گره B} \quad M_{BC} + 1500 = 0 \rightarrow 2\theta_B + \theta_C = 300 \quad (1)$$

$$\text{گره C} \quad M_{CB} + M_{CD} = 0 \rightarrow \theta_B + 2.685\theta_C + 1.02\theta_D = 2780 \quad (2)$$

$$\text{گره D} \quad M_{CD} + M_{DE} = 0 \rightarrow 1.03\theta_C + 3.53\theta_D + \theta_E = -404 \quad (3)$$

$$\text{گره E} \quad M_{ED} = 0 \rightarrow \theta_D + 2\theta_E = -2850 \quad (4)$$

$$\theta_B = -478 \text{ واحد}$$

$$\theta_C = 1257 \text{ واحد}$$

$$\theta_D = -65 \text{ واحد}$$

$$\theta_E = -1392 \text{ واحد}$$

$$M_{BC} = -1500 \text{ kg.m}$$

$$M_{CB} = 3837 \text{ kg.m}$$

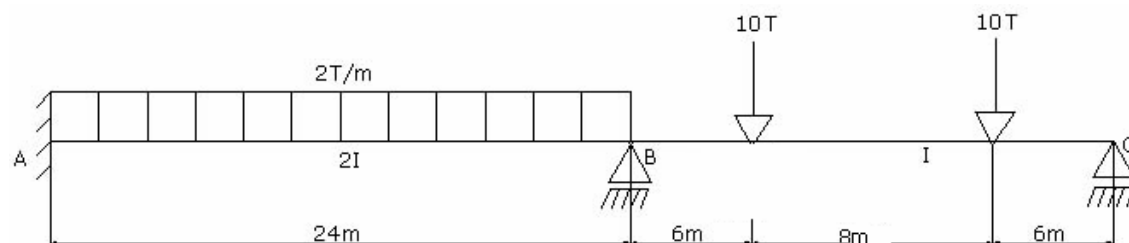
$$M_{DC} = -4373 \text{ kg.m}$$

$$M_{ED} = 0$$

عکس العملها

$$R_B = 1911 \text{ kg} \quad , \quad R_C = 436 \text{ kg} \quad , \quad R_D = 5530 \text{ kg} \quad , \quad R_E = 1771 \text{ kg}$$

مثال :



کام اول :

$$K'_{AB} = K'_{BA} = \frac{4E(2I)}{24} = 0.333EI$$

$$K'_{CB} = K'_{BC} = \frac{4E(I)}{20} = 0.2EI$$

$$D_{AB} = \frac{0.333EI}{0.333EI + \infty} = 0$$

$$D_{BA} = \frac{0.333EI}{0.333EI + 0.2EI} = 0.625$$

$$D_{BC} = \frac{0.2EI}{0.2EI + 0.333EI} = 0.375$$

$$D_{CB} = \frac{0.2EI}{0.2EI + 0} = 1$$

کام دوم :

$$C_{AB} = C_{BA} = C_{BC} = C_{CB} = \frac{1}{2}$$

کام سوم :

$$M_{AB}^F = -96t.m \quad , \quad M_{BC}^F = -42t.m \quad , \quad M_{BA}^F = 96t.m \quad , \quad M_{CB}^F = 42t.m \quad ,$$

کام چهارم :

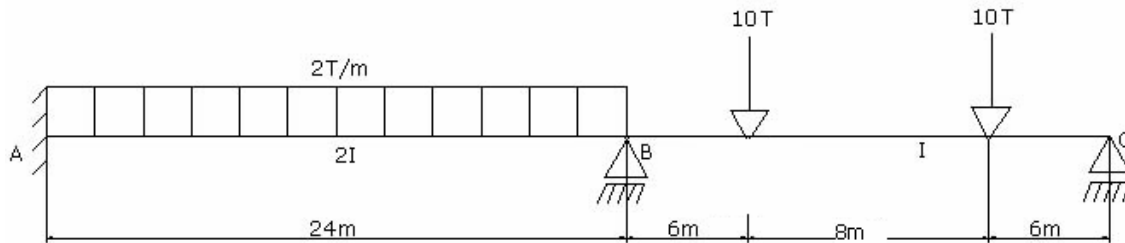
مل مثال با روش سفتی کاهش یافته :

در این حالت با توجه به اینکه گره C مفصلی است و لنگری را تحمل نمی کند و لنگر آن صفر است بنابراین آن را به صورت باز در نظر می گیریم و هیچ لنگری را روی آن توزیع نمی کنیم . در این حالت می توان گره را به دو روش باز کرد . اگر لنگر گیرداری آن را بر مبنای تکیه گاه گیردار مساب کنیم. در سیکل اول توزیع لنگر ضریب انتقال آن  $\frac{1}{2}$  است و بعد صفر می شود و یا اینکه می توان لنگر گیرداری قسمت BC را به صورت تیر یکسر گیردار و یکسر ساده در نظر گرفت. ضریب انتقال گره B در این حالت صفر است . زیرا گره C هیچ لنگری نمی گیرد و بنابر این هیچ لنگری به آن انتقال پیدا نمی کند .

جواب:

$$M_{AB} = -107.4 \quad M_{BA} = 73.2 \quad M_{BC} = -73.2 \quad M_{CB} = 0$$

مثال :



$$M_{AB}^F = -M_{BA}^F = -96t.m \quad , \quad M_{BC}^F = -M_{CB}^F = -42t.m$$

$$K_{AB} = K_{BA} = 0.333$$

$$K_{BC} = K_{CB} = \frac{3EI}{20} = 0.15$$

$$D_{AB} = \frac{K_{AB}}{K_{AB} + \infty} = 0 \quad , \quad D_{BA} = \frac{0.333}{0.333 + 0.15} = 0.69$$

$$D_{BC} = \frac{0.15}{0.333 + 0.15} = 0.31 \quad , \quad D_{CB} = \frac{0.15}{0.15 + 0} = 1$$

فقط برای مواقعی که انتهای تیر لنگر صفر باشد مانند نقطه C :

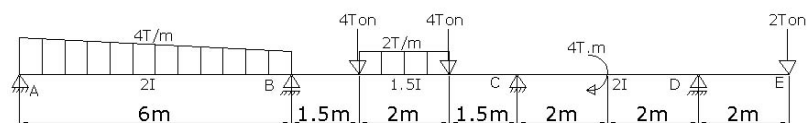
جواب:

$$M_{AB} = -107.4 \quad M_{BA} = 73.2 \quad M_{BC} = -73.2 \quad M_{CB} = 0$$

$$M_{AB}^F = -M_{BA}^F = -\frac{EI(\Delta t)}{h}$$

$$t_1 > t_2$$

مثال :



$$M_{AB}^F = -\frac{2 \times 6^2}{12} - \frac{2 \times 6^2}{20} = -9.6 \text{ t.m} \quad M_{BA}^F = -\frac{2 \times 6^2}{12} - \frac{2 \times 6^2}{30} = 8.4 \text{ t.m}$$

$$M_{BC}^F = -4 \times 5 \left( \frac{1.5}{5} \right) \left( 1 - \frac{1.5}{5} \right) - \left( \frac{2 \times 5^2}{24} \times \frac{2}{5} \left( 3 - \left( \frac{2}{5} \right)^2 \right) \right) = -6.57 = M_{CB}^F$$

$$M_{CD}^F = 4 \times \frac{2}{4} \left( 2 - 3 \times \frac{2}{4} \right) = 1.0 \text{ t.m} \quad M_{DE}^F = -4 \text{ t.m}$$

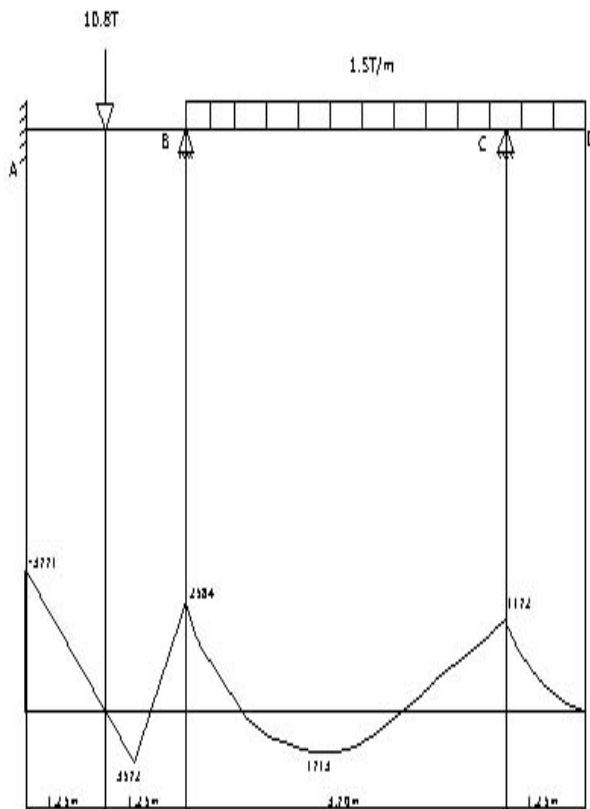
$$K'_{AB} = \frac{3E(2I)}{6} = \frac{6}{6}EI \quad K'_{BC} = \frac{4E(1.5I)}{5} = 1.2EI$$

$$K'_{CD} = \frac{4E(2I)}{4} = 2EI \quad D_{BA} = \frac{EI}{EI + 1.2EI} = 0.45$$

$$D_{BC} = \frac{1.2EI}{EI + 1.2EI} = 0.55 \quad D_{CB} = \frac{1.2EI}{1.2EI + 2EI} = 0.375$$

$$D_{CD} = \frac{2EI}{1.2EI + 2} = 0.625 \quad D_{DC} = \frac{2EI}{2EI + 0} = 1$$

$$D_{DE} = \frac{0}{2EI + 0} = 0 \quad D_{AB} = \frac{EI}{EI} = 1$$



مثال :

$$M_{AB}^F = -M_{BA}^F = -3375 \text{ kg.m}$$

$$M_{BC}^F = -M_{CB}^F = -1711 \text{ kg.m}$$

$$M_{CD}^F = 1500 \times 1.25 \times \frac{1.25}{2} = -11721 \text{ kg.m}$$

$$K'_{AB} = \frac{4EI}{L} = \frac{4EI}{2.5} = 1.6EI$$

$$K'_{BC} = \frac{4EI}{L} = \frac{4E(1.5I)}{3.7} = 1.62EI$$

$$K'_{CD} = 0$$

$$D_{AB} = \frac{1.6EI}{1.6EI + \infty} = 0$$

$$D_{BA} = \frac{1.6EI}{1.6EI + 1.622EI} = 0.496$$

$$D_{BC} = \frac{1.622EI}{1.622EI + 1.6EI} = 0.503$$

$$D_{CB} = \frac{1.622EI}{1.622EI + 0} = 1$$

$$D_{CD} = \frac{0}{0 + 1.622EI}$$

لنگرهای تیر با مفصل میانی:

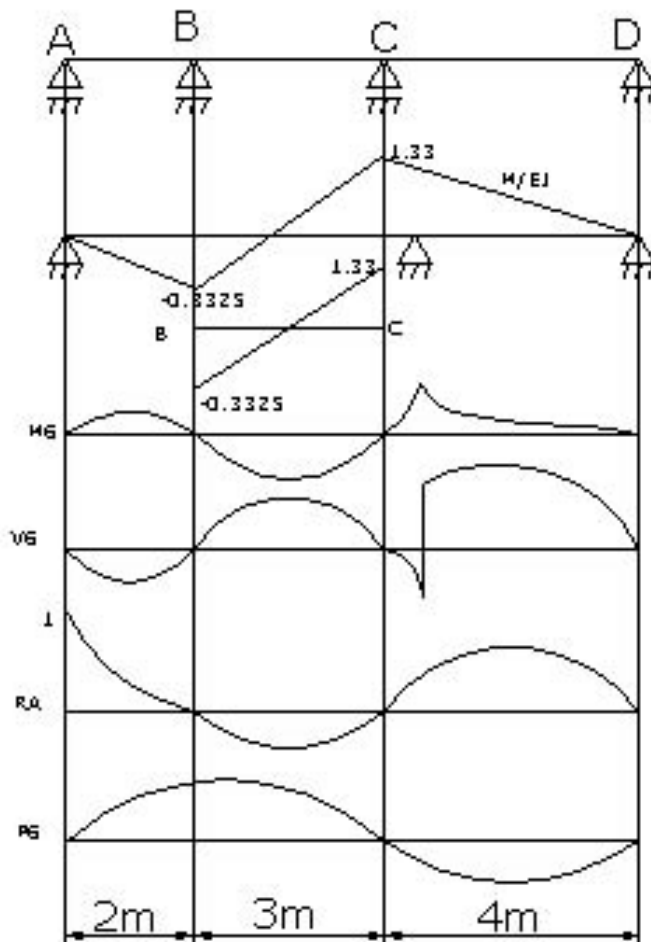
$$\alpha = \frac{a}{L}, \quad \alpha' = \frac{a'}{L}, \quad \alpha + \alpha' = 1$$

$$M_{ij} = \frac{3EI_{ji}}{L_{ij}} \frac{\alpha}{1-3\alpha\alpha'} (\alpha\theta_i + \alpha'D_j - \psi_{ij} + M_{ij}^F)$$

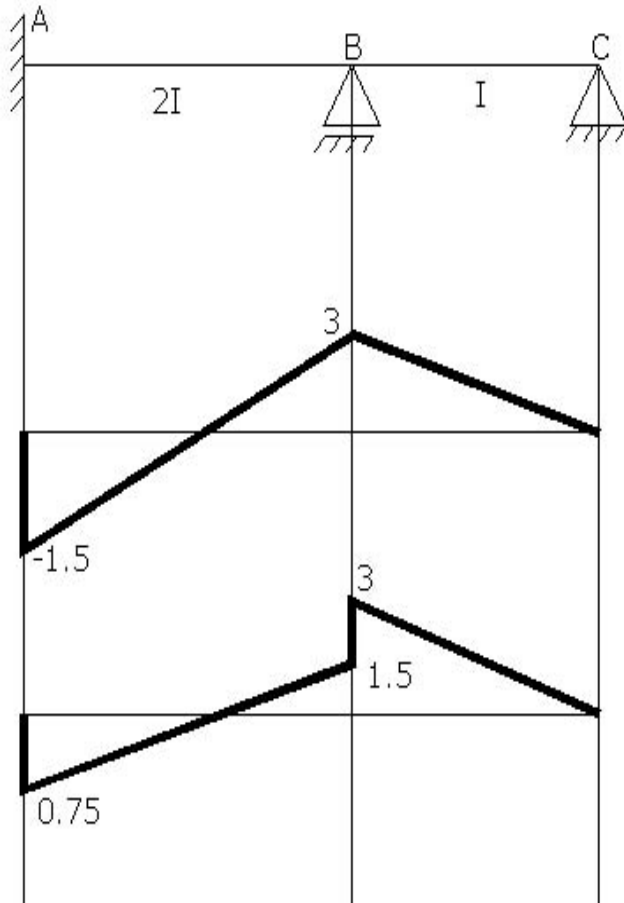
$$M_{ji} = \frac{3EI_{ji}}{L_{ji}} \frac{\alpha'}{1-3\alpha\alpha'} (\alpha\theta_i + \alpha'D_j - \psi_{ji} + M_{ji}^F)$$

$$K_{ij} = \frac{3EI_{ij}}{L_{ij}} \frac{\alpha^2}{1-3\alpha\alpha'}, \quad K_{ji} = \frac{3EI_{ji}}{L_{ji}} \frac{\alpha'^2}{1-3\alpha\alpha'}$$

$$C_{ij} = \frac{\alpha'}{\alpha}, \quad C_{ji} = \frac{\alpha}{\alpha'}, \quad D_{ij} = \frac{K_{ij}}{E_k}, \quad D_{ji} = \frac{K_{ji}}{E_k}$$



مثال :

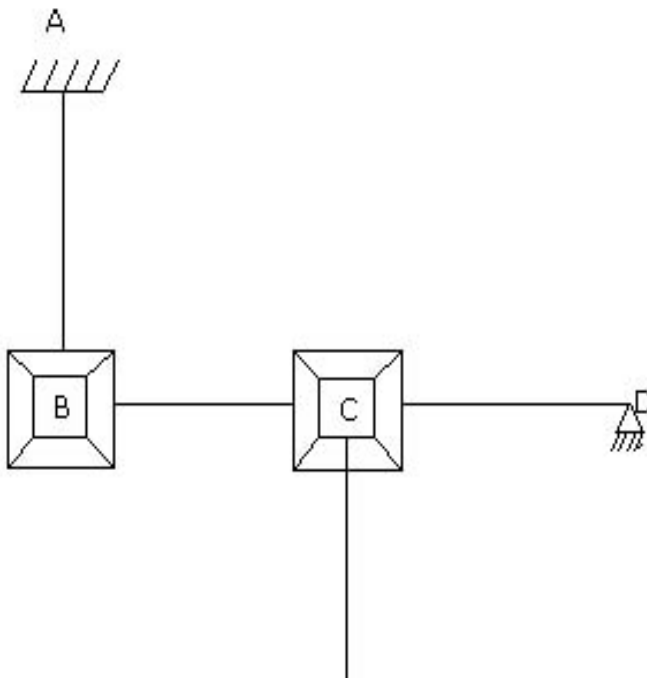


$$\frac{1.5}{x} = \frac{3}{4-x}$$

$$x = 1.33$$

$$y = 2.67$$

در قطعه سمت چپ



H.W

## روش توزیع لنگر:

### روش توزیع لنگر برای قابهای بدون انتقال جانبی:

**گام اول:** D.K.I در قابهای بدون انتقال جانبی ناشی از دوران است. جلوی کلیه دورانه‌های گره‌های آزاد قاب را بگیرید.

**گام دوم:** باتوجه به گیردار کردن گره‌ها لنگرهای گیردار را محاسب کنید.

**گام سوم:** وارد کردن لنگرهای گیرداری نتایج آنالیزها را برهم می‌زند که بایستی اثر آن به نمودی فنتی شود. بنابراین طبق اجتماع اثر قوا لنگر فمشی معلوم و مانند لنگری که گره را گیردار نموده البته بصورت معکوس بر گره وارد می‌کنیم.

لنگرهای ایجاد شده در انتهای اعضا را به رو شیب وافت پیدا می‌کنیم که این لنگر ایجاد لنگر دیگری در انتهای دیگر عضو فواهد کرد که این مساله باعث حالت غیر بالانسی در گره‌های مجاور آن گره مورد نظر را فواهد کرد. برای ایجاد تعادل گره‌های مجاور بایستی که لنگر فمشی فرضی و مختلف الجهت به آن گره‌ها وارد نمود و مجدداً مراحل بالا را تکرار کرد این عملیات را آنقدر ادامه می‌دهیم تا دیگر هیچگونه لنگر اضافی بر روی گره‌ها موجود نباشد.

**گام چهارم:** اکنون باتوجه به اصل اجتماع اثر قوا لنگرهای انتهایی اعضا را که در هر حالت مناسبه نموده ایم بایکدیگر جمع کنید تا لنگر انتهای عضو به دست آید. که مرحله پایانی روش توزیع لنگر است.

$$D.F = \frac{\frac{I_{ij}}{L_{ij}}}{\sum_{j=1}^N \frac{I_{ij}}{L_{ij}}}$$

ضریب توزیع لنگر

**توجه:** ضریب توزیع لنگر برای تکیه‌گاه‌های گیردار صفر و برای مفصلی یک است.

$$M_{ij} = (D.F)_{ij} \times M$$

$$M_{ji} = (C.O)_{ij} \times (D.F)_{ij} \times M$$

جی.او.سی (C.O): ضریب انتقال لنگر که براعضایی که سطح مقطعشان ثابت است برابر  $\frac{1}{2}$  است.

### طریقه تشکیل جدول توزیع لنگر:

ردیفهای جدول توزیع لنگر بصورت زیر مرتب می شود:

**ردیف اول:** کلیه گره های قاب را بنویسید.

**ردیف دوم:** کلیه انتهای اعضای متصل به گره های قاب را بنویسید.

**ردیف سوم:** ضریب توزیع لنگر را برای انتهای اعضا را بنویسید.

**ردیف چهارم:** لنگرهای گیرداری را برای انتهای اعضا بنویسید.

**ردیف پنجم:** لنگر غیر بالانسی ایجاد شده در گره را پیدا نموده آنرا عکس کرده سپس سهم انتهای هر عضو را از ضریب

توزیع لنگر در آن پیدا کنید.

**ردیف ششم:** لنگرهای انتهایی دیگر اعضا را پیدا کنید و در جای مربوط بنویسید. برای یافتن آن لنگرها انتهای نزدیک

را نصف نموده برای انتهای دور در نظر بگیرید.

**ردیف هفتم:** بخاطر مشخص شدن لنگرهای انتهای دور مجددا تعادل گره های مجاور به هم می خورد لذا بایستی

که آنها را بالانس نموده برای بالانس کردن آن لنگر فرضی مساوی با جهت عکس به گره ها وارد کرده سهم انتهای

اعضای مجاور آن گره را ردیف هشتم لنگر انتهای دیگر اعضا را پیدا کنید.

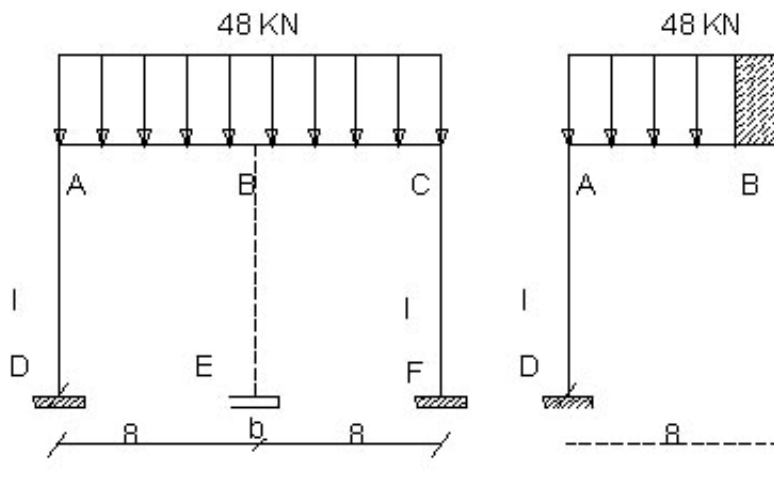
ردیف بالانس و انتقال لنگر را آنقدر ادامه دهید تا کلیه گره ها به حالت تعادل در آید.

### مثال:

قاب دودمانه یک طبقه شکل را به روش توزیع لنگر آنالیز کنید.

مل: چون قاب متقارن است می توان نیمی از قاب را در نظر گرفت.





ضرائب توزیع لنکر:

$$D.F_{AB} = \frac{\frac{4I}{8}}{\frac{4I}{8} + \frac{I}{6}} = 0.75$$

$$D.F_{AD} = \frac{\frac{I}{6}}{\frac{4I}{8} + \frac{I}{6}} = 0.25$$

مجموع ضرائب توزیع لنکر در هر گره برابر یک باید باشد.

لنکرهای گیرداری:

$$F.E.M_{AB} = \frac{WL^2}{12} = \frac{-48(8)^2}{12} = -256$$

$$F.E.M_{BA} = \frac{WL^2}{12} = \frac{48(8)^2}{12} = 256$$

\*برای یافتن لنکر غیربالانس داریم

A گره:  $-256 - 0 = -256 \Rightarrow 256 = \text{عکس می کنیم}$

B گره:  $256 - 0 = 256 \Rightarrow -256 = \text{عکس می کنیم}$

گره	A		B	D
انتهای اعضا	AB	AD	BA	DA
DF	0.75	0.25	0	0
F.E.M	-256	0	256	0
بالانس BAL	$256 \times 0.75 = 192$	$256 \times 0.25 = 64$	$-256 \times 0 = 0$	$0 \times 0 = 0$ 0
انتقال CO	0	0	$192 \times 1/2 = 96$	$64 \times 1/2 = 32$
BAL تکرار	$0 \times 0.75 = 0$	$0 \times 0.25 = 0$	$96 \times 0 = 0$	$32 \times 0 = 0$
لنگر انتهای	-64	+64	352	32

اگر مجموع لنگرهای در گره آزاد صفر شده محاسبات درست است.

تذکر: آخرین مراتب محاسبات جدول ردیف بالانس خواهد بود و سپس لنگرهای بعد از لنگر گیرداری (و خود لنگر گیر داری) به پائین ستون را جمع نموده تا لنگرهای انتهایی حاصل شود.

**روش توزیع لنگر اصلاح شده برای اعضای انتهای مفصل**

برای رامتی محاسبات تغییرات زیر رامی توان قائل شد.

$\frac{I}{L}$  عضوی را که انتهای آن مفصل می باشد در ضریب  $\frac{3}{4}$  ضرب کرده و از آن برای محاسبه ضریب توزیع لنگر

استفاده کنید.

همچنین لنگر گیرداری را بصورت زیر اصلاح نموده و ضریب انتقال لنگر را برای انتهای مفصل صفر فرض کنید.

$$\text{اصلاح شده} = M_{ij}^F = M_{ij}^F - \frac{1}{2} M_{ji}^F$$

مثال:

لنگرهای انتهایی تیر سه دهانه زیر را بیابید. فرض شود این تیر در تکیه گاه B تحت اثر نشست 15 میلیمتر قرار گرفته است.

	A	3I	B	10 I	C	3I	D
		6m		12m		6m	
	A	B		C		D	
اتفا	AB	BA	BC	CB	CD	DC	
DF	#	0.31	0.69	0.77	0.23	#	
F.E.M	#	-300	+500	+500	0	#	
BAL	#	-0.62	-138	-85	-115	#	
CO	#	0	-385×1/2	-138×1/2	0	#	
BAL	#	385/2×0.31	385/2×0.69	69×0.77	69×0.23	#	
CO	#	0	69/2×0.77	385/4×0.69	0	#	
BAL UP	#					#	
BAL	#					#	
M	0	-302.8	302.8	114.6	-114.6	0	

$$I = 400 \times 10^{-6} (m^3)$$

$$E = 200 \times 10^6 \left( \frac{KN}{m^2} \right)$$

$$D.F._{BA} = \frac{\frac{3}{4} \left( \frac{3I}{6} \right)}{\frac{3}{4} \left( \frac{3I}{6} \right) + \frac{10I}{12}} = 0.31$$

$$D.F._{BC} = \frac{10 \frac{I}{12}}{\frac{10I}{12} + \left( \frac{3I}{6} \right) \frac{3}{4}} = 0.69$$

$$D.F._{CD} = \frac{\frac{3}{4} \left( \frac{2I}{6} \right)}{\frac{10I}{12} + \left( \frac{2I}{6} \right) \frac{3}{4}} = 0.23$$

$$D.F._{CB} = \frac{10 \frac{I}{12}}{\frac{10I}{12} + \left( \frac{2I}{6} \right) \frac{3}{4}} = 0.69$$

## توزیع لنگر برای قابهای با انتقال جانبی

**مرحله اول:** تعداد انتقالهای جانبی موجود در قاب مشخص شود.

**مرحله دوم:** تعداد جدولها توزیع لنگر برابر تعداد انتقالهای جانبی بعلاوه یک ناشی از بارگذاری خواهد بود.

**مرحله سوم:** جدول توزیع مطابق قبل انجام می شود.

**مرحله چهارم:** چون مقادیر تغییر مکانهای جانبی نامعلوم است. لذا بدون فرض مقدار معین برای انتقال جانبی

تشکیل جدول میسر نیست لذا درهرمالت تغییر مکانی در آن امتداد بصورت دلفواه فرض کنید و جدول توزیع لنگر

را مطابق روابط نشست تکیه گاهی تشکیل دهید.

**مرحله پنجم:** مقادیر فرضی صمیخ نبوده لذا جهت یافتن مقادیر دقیق ضریب اصلاحی بنا به  $k$  می یابیم. این ضریب

اصلاح  $k$  را به کمک معادلات تعادل از نوع تعادل برش پیدا خواهیم کرد. بدین صورت که لنگرهای ایجاد شده

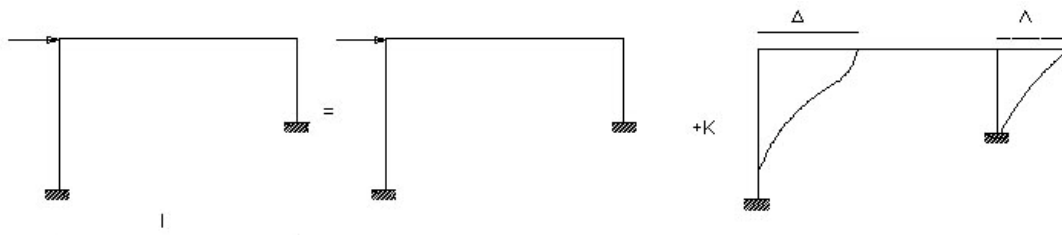
درهرمالت  $K_1$  تا  $K_n$  برابر می کنیم و به کمک این ضریب ، نیروهای برشی درپایه را متناسبه می نمائیم. معادلات

برش را می نویسیم تا این ضرائب  $K$  بدست آید.

لنگرهای واقعی از مجموع لنگرهای بدست آمده که  $K$  برابر تغییر کرده اند به دست می آید.

### مثال :

برای قاب شکل زیر چند جدول توزیع تشکیل خواهید داد...



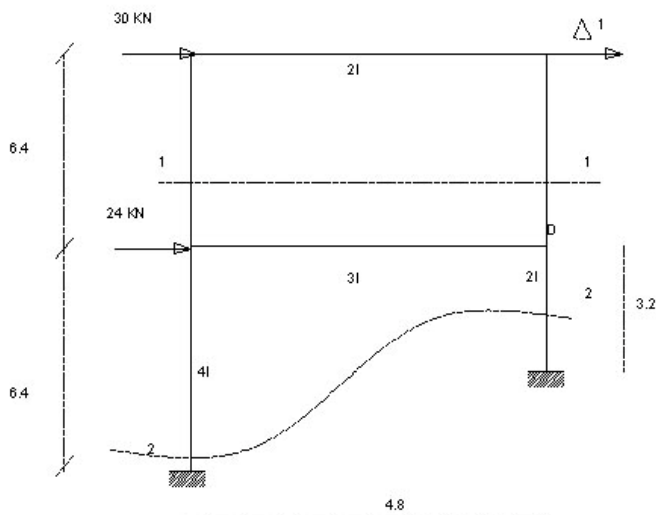
ملاحظه می شود درمالت اول نیروی خارجی برگرد می شود لذا سطر چهارم جدول که مربوط به لنگرهای

گیرداری است مقادیرش صفر است وکلاً جدول مذف می شود (چون لنگرهای انتهایی صفر خواهد بود) و یک جدول

توزیع لنگرکفایت می کند.

### مثال:

باروش توزیع لنگر قاب شکل را آنالیز کرده ولنگرهای انتهایی را برای آن به دست آورید.



الف: جدول توزیع لنگر برای بارگذاری بدون انتقال جانبی

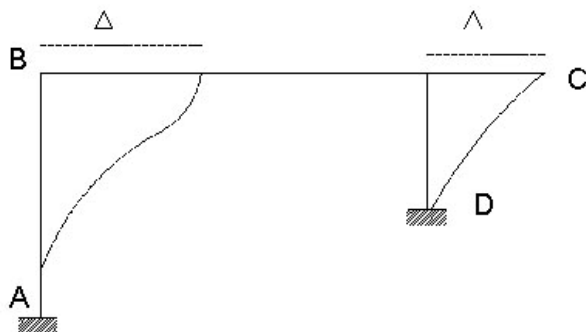
گره	A	B		C		D
انتها	AB	BA	BC	CB	CD	DC
DF	0	0.286	0.714	0.625	0.375	0
لنگرگذاری	-34.5	51.8	-72	72	0	0
BAL	0	$20.16 \times 0.286$	$20.16/2 \times 0.714$	$72 \times 0.625$	$72 \times 0.375$	0
CO	$20.16 \times 0.286$	0	$72/2 \times 0.625$	$20.16 \times 0.714$	0	$72/2 \times 0.375$
BAL						
BAL						
M	-27.7	65.56	-65.56	33.43	-33.43	-16.72

ب: جدول توزیع لنگر برای انتقال جانبی دلفواه در تراز BC

گره	A	B		C		D
انتها	AB	BA	BC	CB	CD	DC
DF	0	0.286	0.714	0.625	0.375	0
F.E.M	-100.66	-106.66	0	0	-240	-240
BAL	0	$106.66 \times 0.286$	$106.66 \times 0.714$	$240 \times 0.625$	$240 \times 0.375$	0
CO	$106.66.2 \times 0.286$	0	$.240 \times 0.625$	$106.66.2 \times 0.714$	0	$240.2 \times 0.375$
M	-101.59	-96.48	96.48	154.78	-154.78	-197.4

$\Delta$  = عمود بر امتداد طولی عضو

$$M_{ij} = \frac{2EI_{ij}}{L_{ij}} (2\varphi_i + \varphi_j - \frac{3\Delta_{ij}}{L_{ij}})$$



$$\Delta = \frac{-6EI\Delta}{L^2}$$

انتخاب می شود:  $\Delta = \frac{1000}{EI}$

$$\text{برای یافتن ضریب } k \text{ جهت تصمیع } \Delta \text{ ی انتفاشی} \quad M_{AB} = M_{BA} = \frac{-6(1000)}{\left(\frac{7}{5}\right)^2}, M_{CD} = M_{DC} = \frac{-6(1000)}{5^2}$$

بایستی که از معادله تعادلی برش استفاده نمائیم این معادله تعادلی برش دقیقاً مثل روش شیب وافت نوشته می شود.

**الف: تعیین نیروی برشی در تکیه گاه D, A برای جدول توزیع لنگر حالت الف**

1- تعیین نیروی برشی پایه A

$$\sum \overleftarrow{M_B}^+ = 0 \Rightarrow 7.5V_{AB} + 27.7 + 48 \times 3 - 65.56 = 0 \Rightarrow V_{AB} = -14.15$$

2- تعیین نیروی برشی پایه D

$$\sum M_C = 0$$

$$\sum \overleftarrow{M_C}^+ \Rightarrow 5V_{DC} + 16.72 + 33.43 = 0 \Rightarrow V_{DC} = -10.03$$

ب- تعیین نیروی برشی پایه های A و D برای جدول توزیع لنگر حالت ب

$$V_{AB} = \frac{101.59 + 96.48}{7/5} = 26.41$$

$$V_{DC} = \frac{197.4 + 154.78}{5} = 70.44$$

معادله تعادل برش:

$$(14.5 + 10.03) + K(26.41 + 70.44) = 48 \Rightarrow K = 0.246$$

طرز محاسبه تغییر مکان واقعی در تراز BC:

$$\Delta = K\Delta_1 \Rightarrow \Delta = 0.246 \times \frac{1000}{EI} = \frac{246}{EI}$$

طرز محاسبه لنگرهای انتهای واقعی:

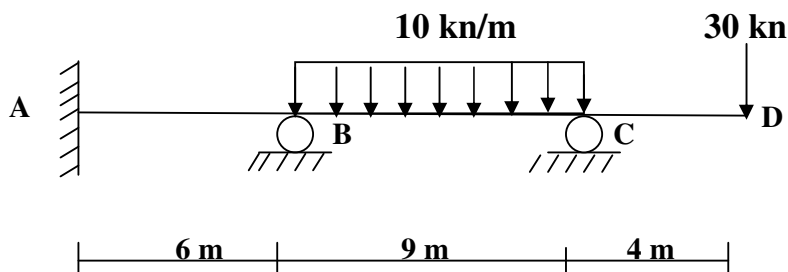
(انتقال جانبی دلفواه) + KM1 (بارگذاری بدون انتقال جانبی) M=M0 واقعی

$$M_{AB} = -27.7 + 0.246(-101.59) \Rightarrow M_{AB} = -52.68$$

$$M_{BC} = -65.56 + 0.246(96.48) \Rightarrow M_{BC} = -41.83$$

مثال:

مطلوب است آنالیز تیر زیر به روش توزیع لنگر:

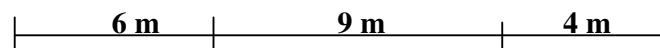
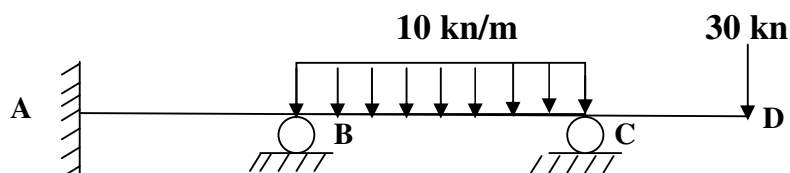


$$-FEM_{BC} = -FEM_{CB} = \frac{WL^2}{12} = 67.5 \text{ KN.M}$$

$$K_{AB} = \frac{I}{6}, \quad K_{BC} = \frac{3}{4} \left( \frac{I}{9} \right) = \frac{I}{12}$$

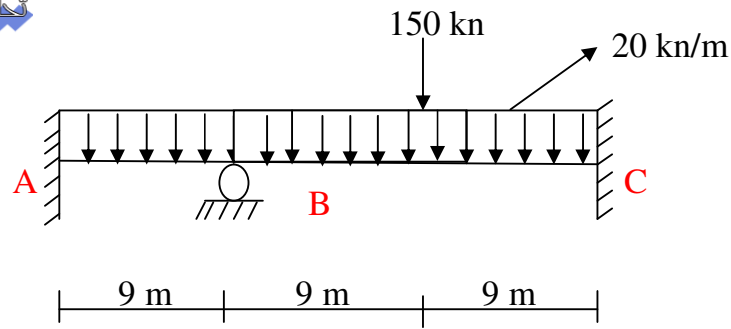
$$D_{AB} = 0 \quad D_{BA} = \frac{\frac{I}{6}}{\frac{I}{6} + \frac{3}{4} \frac{I}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$D_{BC} = \frac{\frac{I}{12}}{\frac{I}{12} + \frac{I}{6}} = \frac{1}{3} \quad D_{CB} = 1$$

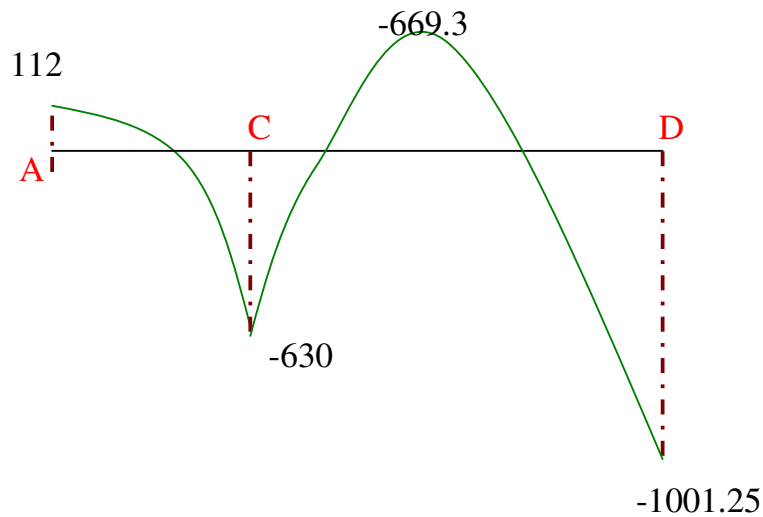


joint member	A	B	C	
	AB	BA	BC	CB
سفتی نسبی یا	I/6	I/6	I/9	I/12
کاهش یافته				
D.F	0	2/3	1/3	1
FEM	0	0	-67.5	67.5
BAL	0	45	22.5	52.5
C.O	22.5	0	26.3	0
BA	0	-17.5	-8.8	0
C.O	-8.8	0	0	0
BA				
M	13.7	27.5	-27.5	120

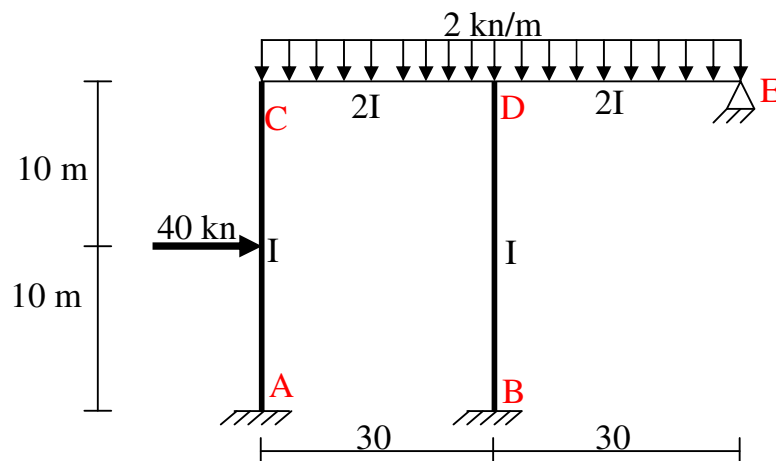




joint	A	B	C	
member	AB	BA	BC	CD
سفتی نسبى	I/9	I/9	I/9	I/9
D.F	0	1/3	2/3	0
FEM	-135	135	-877.5	877.5
BAL	0	495	247.5	0
C.O	247.5	0	0	123.75
M	112.5	630	-630	1001.25



مثال:



$$FEM_{CD} = -FEM_{DC} = \frac{-2 \times 30^2}{12} = -150 \text{ KN.M} \quad FEM_{DE} = -FEM_{ED} = \frac{-2 \times 30^2}{12} = -150 \text{ KN.M}$$

$$FEM_{AC} = -FEM_{CA} = \frac{-40 \times 20}{8} = -100 \text{ KN.M} \quad DF_{CA} = \frac{\frac{I}{20}}{\frac{I}{20} + \frac{2I}{30}} = 0.429$$

$$DF_{DB} = \frac{\frac{I}{20}}{\frac{I}{20} + \frac{2I}{30} + \frac{3}{4} \times \frac{2I}{30}} = 0.3$$

$$DF_{CD} = \frac{\frac{2I}{30}}{\frac{I}{20} + \frac{2I}{30}} = 0.571$$

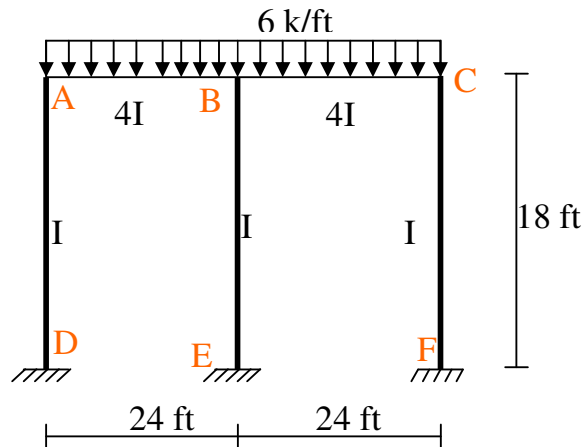
$$DF_{DE} = \frac{\frac{\frac{3}{4} \times \frac{2I}{30}}{\frac{I}{20} + \frac{2I}{30} + \frac{3}{4} \times \frac{2I}{30}}}{\frac{I}{20} + \frac{2I}{30} + \frac{3}{4} \times \frac{2I}{30}} = 0.3$$

$$DF_{DC} = \frac{\frac{2I}{30}}{\frac{I}{20} + \frac{2I}{30} + \frac{3}{4} \times \frac{2I}{30}} = 0.4$$

Joint Member	A AC	C CA	C CD	DC	D DB	DE	E ED	B BD
S' و S	I/20	I/20	2I/30	2I/30	I/20	$\frac{3}{4} \times 2I/30$	$\frac{3}{4} \times 2I/30$	I/20
D.F	0	0.429	0.571	0.4	0.3	0.3	1	0
FEM	-100	100	-150	150	0	-150	150	0
BA	0	21.4	28.6	0	0	0	-150	0
CO	10.7	0	0	14.3	0	-75	0	0
BA	0	0	0	24.3	18.2	18.2	0	0
CO	0	0	12.2	0	0	0	0	9.1
BA	0	-5.2	-7	0	0	0	0	0
CO	-2.6	0	0	-3.5	0	0	0	0
BA	0	0	0	1.4	1.1	1.1	0	0
CO	0	0	0.7	0	0	0	0	0
BA	0	-0.3	0.4	0	0	0	0	0
CO	-0.2	0	0	-0.2	0	0	0	0
BA	0	0	0	0.1	0.1	0.1	0	0
M	-92.1	11.59	-11.59	19.4	-205.6	0	0	0

مثال :

قاب صلب نشان داده در شکل زیر را آنالیز کرده ، نمودار لنگر خمشی و برشی و نمودار ارتجاعی را رسم نمایید .



توجه: در اینجا برای سفتی مطلق از  $\frac{4EI}{L}$  و برای سفتی کاهش یافته از  $\frac{3EI}{L}$  استفاده شده است.

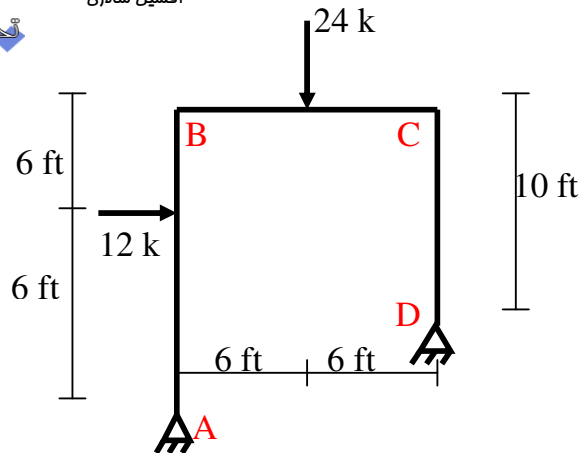
member	S , S'	مقدار نهایی
AB,BC	$(\frac{4I}{24} = \frac{I}{6}) \times 18$	3
AD,BE,CF	$\frac{I}{18} \times 3$	1

$$m_{AB}^F = m_{BC}^F = \frac{6 \times 24^2}{12} = 288 \text{ kip.ft}$$

$$m_{BA}^F = m_{CB}^F = -288 \text{ kip.ft}$$

Joint	A			B		C		D	E	F
Member	AB	AD	CD	BC	BE	CB	CF	DA	EB	FC
S' و S	3	1	3	3	1	3	1	1	1	1
D.F	0.75	0.25	0.429	0.429	0.142	0.75	0.25	0	0	0
FEM	288	0	-288	288	0	-288	0	0	0	0
BA	-216	-72	0	0	0	216	72	0	0	0
CO	0	0	-108	108	0	0	0	-36	0	36
BA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	72	-72	-396	396	0	-72	72	-36	0	36

مثال:



$$M_{AB}^F = -\frac{12 \times 9 \times 6^2}{15^2} = -17.28 \text{ kip.ft}$$

$$M_{BA}^F = \frac{12 \times 6 \times 9^2}{15^2} = 25.92 \text{ kip.ft}$$

$$M_{BC}^F = \frac{24 \times 12}{8} = -36 \text{ kip.ft}$$

$$M_{CB}^F = \frac{24 \times 12}{8} = 36 \text{ kip.ft}$$

<b>AB</b>	$\frac{I}{15} \times 30$	<b>2</b>
<b>BC</b>	$\frac{2I}{12} \times 30$	<b>5</b>
<b>CD</b>	$\frac{I}{10} \times 30$	<b>3</b>

	مقادیر نسبی		
$M_{AB}^F = M_{BA}^F$	$\frac{1}{100} \times 90000$	$\frac{1}{225} \times 90000$	<b>400</b>
$M_{CD}^F = M_{DC}^F$	$\frac{6 EI \Delta}{L^2}$	$\frac{1}{100} \times 90000$	<b>900</b>

$$H_A + H_D = 12$$

$$\frac{(4.8 + M_{AB} + M_{BA})}{15} + \frac{(M_{CD} + M_{DC})}{10} = 12$$

$$2(M_{AB} + M_{BA}) + 3(M_{CD} + M_{DC}) = 216$$

$$M_{AB} = 0 + K(0) = 0$$

$$M_{BA} = -38.24 + K(188.1) = -38.24 + 188.1K$$

$$M_{CD} = 13.06 + K(316.6) = 13.06 + 316.6K$$

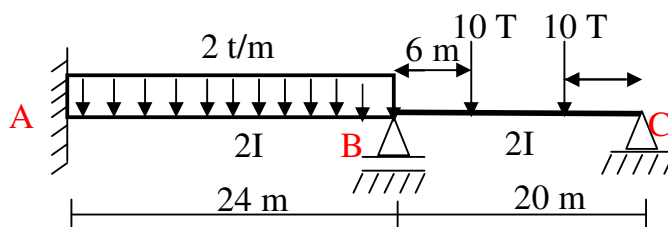
$$M_{DC} = 0 + K(0)$$

$$2(-38.24 + 188.1K) + 3(13.06 + 316.6K) = 216$$

$$\Rightarrow K = 0.1910$$

مثال :

مطلوب است آنالیز تیر شکل زیر به روش توزیع لنگر .



گام اول :

$$K_{AB} = K_{BA} = \frac{2I}{24} = 0.083I$$

$$K_{CB} = K_{BC} = \frac{3I}{4 \times 20} = 0.0375I$$

گام دوم :

$$D_{AB} = \frac{0.083I}{0.083I + \infty} = 0$$

نکته : سفتی تکیه گاه گیردار  $\infty$  است .

$$D_{BA} = \frac{0.083I}{0.083I + 0.0375I} = 0.69$$

$$D_{BC} = \frac{0.0375I}{0.0375I + 0.083I} = 0.31$$

$$D_{CB} = \frac{0.0375I}{0.0375I + 0} = 1$$

$$C_{AB} = C_{BA} = C_{CB} = \frac{1}{2} \quad C_{BC} = 0$$

کام سوم :

$$FEM_{AB} = -96 \text{ T.M}$$

$$FEM_{BC} = -42 \text{ T.M}$$

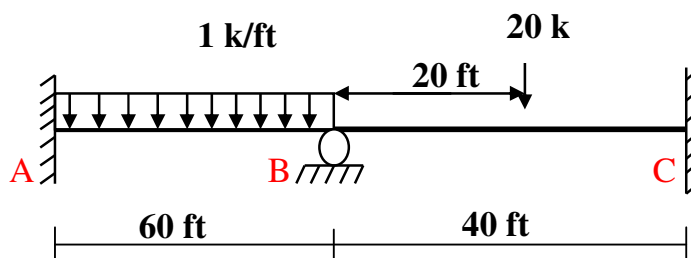
$$FEM_{BA} = 96 \text{ T.M}$$

$$FEM_{CB} = 42 \text{ T.M}$$

joint member	A	B	C
	AB	BA	BC
سفتی نسبی یا کاهش یافته	0.333I	0.333I	0.2I
D.F	0	0.69	0.31
FEM	-96	96	-42
BAL	0	-37.26	-16.74
C.O	-18.63	0	-21
BAL	0	14.49	6.51
C.O	7.25	0	0
BAL	0	0	0
M	-107.4	73.2	-73.2

مثال:

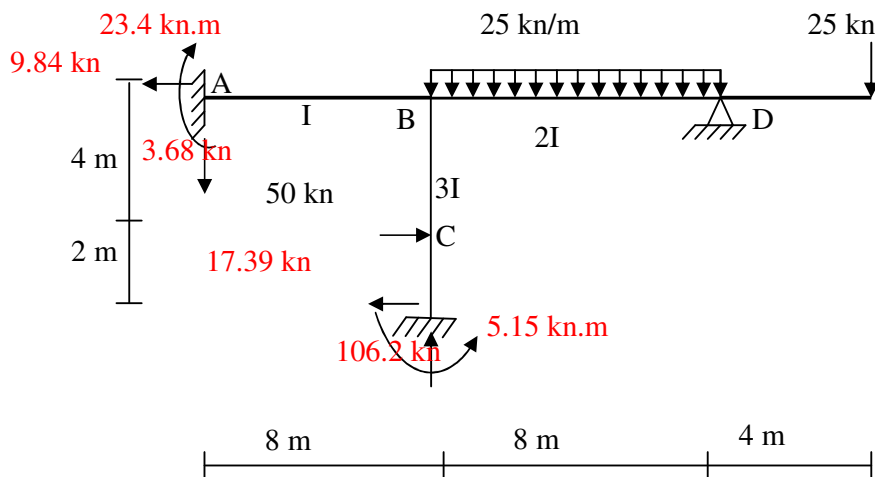
مطلوب است آنالیز تیر زیر به روش توزیع لنکر .



joint member	A	B		
	AB	BA	BC	CD
سفتی نسبی	I/60	I/60	I/40	I/40
D.F	0	0.4	0.6	0
FEM	-300	300	-100	100
BAL	0	-80	-120	0
C.O	-40	0	0	-60
BAL	0	0	0	0
M	-340	220	-220	40

مثال :

مطلوب است آنالیز قاب شکل زیر به روش توزیع لنگر و محاسبه واکنش های تکیه گاهی :



Joint Member	A	B			D	M	C
	AB	BA	BC	BD	DB	DE	CB
S' و S	I/8	I/8	3I/6	$\frac{3}{4} \times \frac{2I}{8}$	$\frac{3}{4} \times \frac{2I}{8}$	-----	3I/6
D.F	0	0.154	0.615	0.231	1	-----	0
FEM	0	0	22.22	-133.33	133.33	-100	-44.44
BA	0	17.11	68.33	25.66	-33.33	0	0
CO	8.56	0	0	-16.66	0	0	34.17
BA	0	2.57	10.24	0	0	0	0
CO	1.28	0	0	0	0	0	5.12
BA	0	0	0	0	0	0	0
M	9.84	19.68	100.79	-120.48	100	-100	-5.15



$$FEM_{BD} = \frac{WL^2}{12} = \frac{-25 \times 8^2}{12} = -133.33 \text{ KN.m}$$

$$FEM_{CB} = \frac{-50 \times 2 \times 4^2}{6^2} = -44.4 \text{ KN.m}$$

$$FEM_{BC} = \frac{50 \times 2^2 \times 4}{6^2} = 22.22 \text{ KN.m}$$

$$M_D = -100 \text{ KN}$$

$$D_{AB}^F = 0$$

$$D_{BA}^F = \frac{\frac{I}{8}}{\frac{I}{8} + \frac{3}{4} \left( \frac{2I}{8} \right) + \left( \frac{3I}{6} \right)} = 0.154$$

$$D_{BC}^F = \frac{\frac{3I}{6}}{\frac{I}{8} + \frac{3}{4} \left( \frac{2I}{8} \right) + \left( \frac{3I}{6} \right)} = 0.1615$$

$$D_{CB}^F = 0$$

$$D_{BD}^F = \frac{\frac{3}{4} \left( \frac{2I}{8} \right)}{\left[ \frac{I}{8} \right] + \left( \frac{3}{4} \right) \left( \frac{2I}{8} \right) + \left( \frac{3I}{6} \right)} = 0.231$$

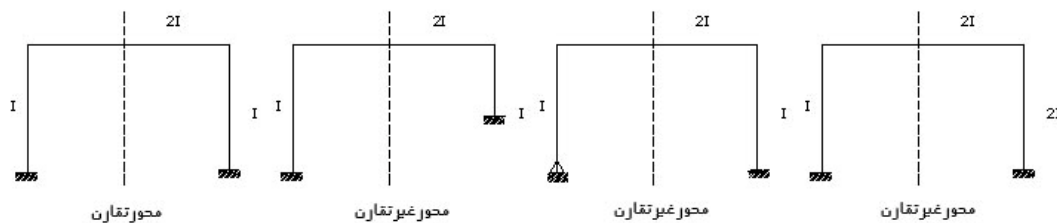
$$D_{DB}^F = 1$$



## تقارن و ضد تقارن:

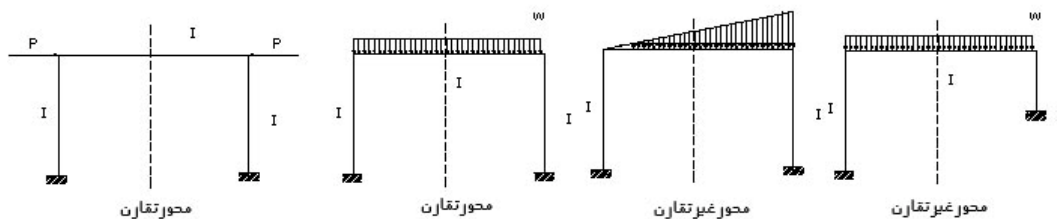
### تعریف قاب متقارن:

قاب‌ای را نسبت به یک محور متقارن گویند که اگر آن قاب را حول آن محور مورد نظر به اندازه 180 درجه دوران دهیم به شکل اول قاب دقیقاً برسیم.



### قاب متقارن بار گذاری شده:

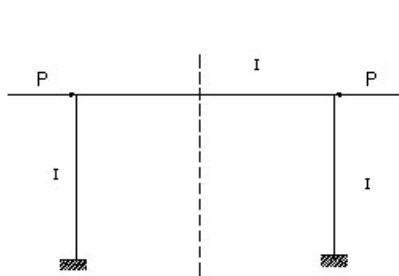
قاب بار گذاری شده‌ای را نسبت به یک محور متقارن گویند که بعد از دوران 180 درجه حول آن محور مورد نظر هم نمونه بار گذاری و هم شکل قاب دقیقاً به صورت اولیه در آید.



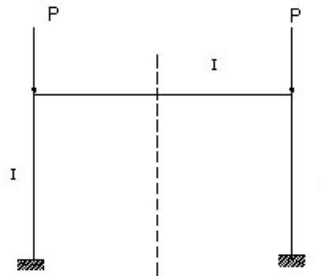
### قاب بار گذاری شده ضد متقارن:

قاب بار گذاری شده‌ای را نسبت به یک محور ضد متقارن گویند که بعد از دوران 180 درجه به

مالت اولیه برسد ولیکن بارگذاری را معکوس نمود تا اینکه به شکل اولیه بارگذاری برسیم.



محور ضدتقارن



محور ضدتقارن

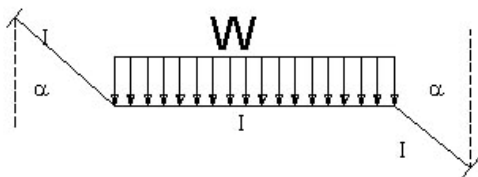
مثال:

معمور تقارن یا ضد تقارن اشکال زیر را بیابید.

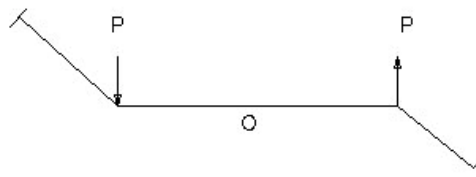
مل:

شکل (1): قاب ضد متقارن نسبت به محور گذرنده از نقطه 0 و عمود بر صفحه قاب

شکل (2): قاب متقارن نسبت به محور گذرنده از نقطه 0 و عمود بر صفحه قاب



[1]



[2]

مثال:

در مورد قابهای مطرح شده در زیر تشخیص دهید که چه حالتی از لحاظ تقارن ضد تقارن و یا غیر تقارن موجود

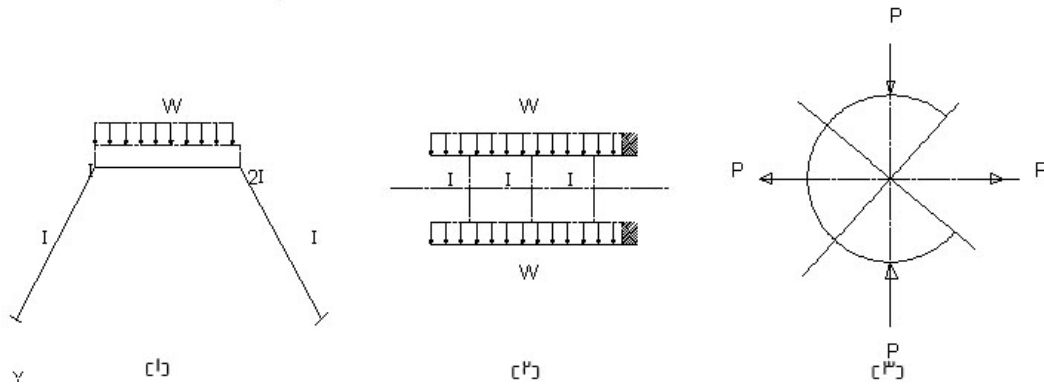
است.

مل :

شکل (1): دارای معمور غیر تقارن است.

شکل (2): معمور مشخص شده روی شکل ضد تقارن است.

شکل(3): دارای 4 محور ، دو محور تقارن ( خط چین ) و دو محور ضد تقارن ( خط پر ) کشیده شده است.



(( طريقة تشخیص خصوصیات نقطه یا نقاط تلاقی سازه با محورهای تقارن یا ضد تقارن ))

**الف-تقارن محوری در صفحه قاب :**

**گام اول:** ممل تلاقی قاب را با محور تقارن مشخص کنید.

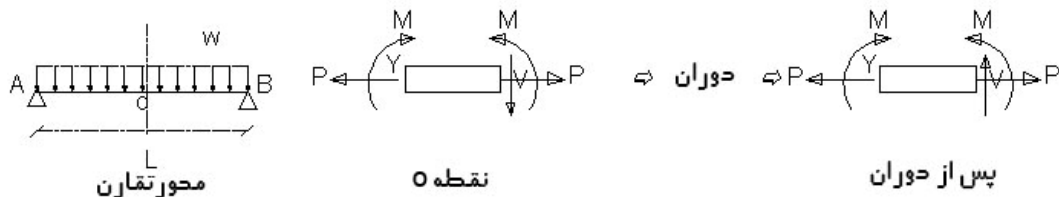
**گام دوم:** نیروهای داخلی در نیم رخ سمت راست و چپ این نقطه را که کلا شامل لنگر خمشی نیروی محوری و

نیروی برشی میباشد به صورت پارامتری نشان دهید.

**گام سوم:** اکنون همانطور که بعد از دوران قاب حول محور مورد نظر به قاب اولیه میرسیم نیروهای داخلی نیز در

آن نقطه مورد نظر بعد از دوران بایستی که بصورت اولیه باشد که با مقایسه نیروهای داخلی قبل از دوران و

بعد از دوران استنتاجهای لازم را میتوان کرد.



**مثال:**

از شکل بالا نتیجه می‌شود که  $V_0$  نیروی برشی در نقطه 0 صفر است.

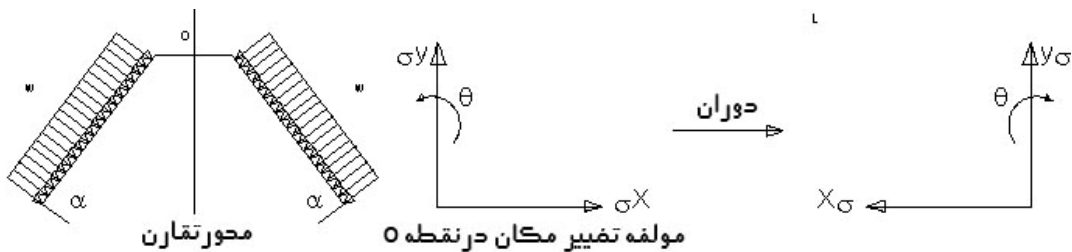
نکته: برای کلیه قابهای متقارن که محور تقارن در صفحه قاب می‌باشد در محل تلاقی محور تقارن با قاب نیروی برشی صفر است.

ب- تعیین خصوصیات تغییر مکانی تحت شرایط حالت الف

**گام اول:** پارامترهای تغییر مکانها شامل تغییر مکان افقی، قائم و دوران را نشان می‌دهیم.

**گام دوم:** پس از دوران مولفه های تغییر مکان حول محور مورد نظر بایستی به شکل اول برسیم.

مثال: چه خصوصیتی در نقطه تلاقی شکل با محور تقارن موجود است:

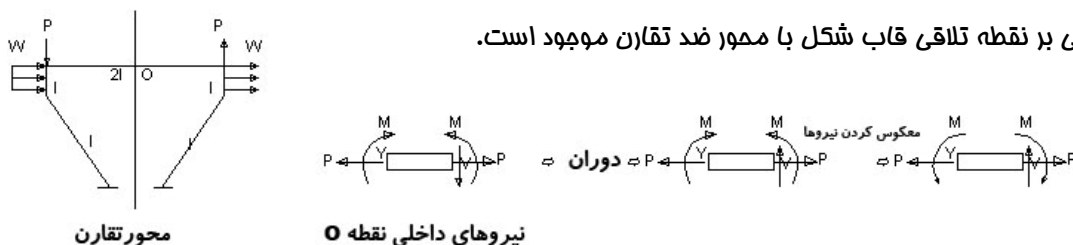


**تذکر:**

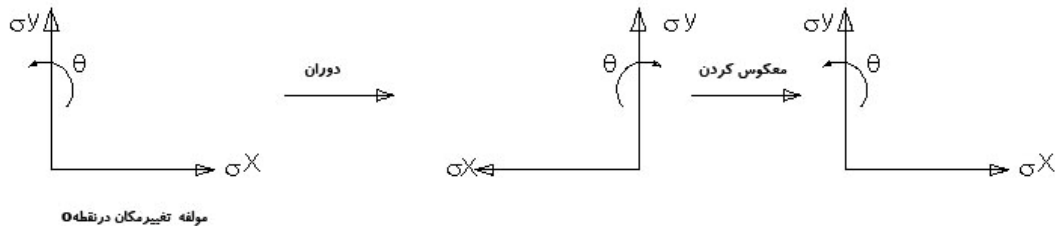
از آنجاییکه در مورد قابهای ضد متقارن بایستی که بعد از دوران قاب حول محور ضد متقارن نیروها را معکوس نماییم تا به سازه اولیه برسیم لذا بایستی که مولفه های نیرو در محل تلاقی با محور ضد تقارن را نیز معکوس نمود تا به مولفه های اولیه برسیم.

همچنین اگر جهت مولفه های تغییر مکان را معکوس نماییم بایستی که دقیقاً همان مولفه های تغییر مکان قبل از دوران باشد.

**مثال:**



**نتیجه:**  $M=0$  و  $P=0$  چون به حالت اول نرسیدند.



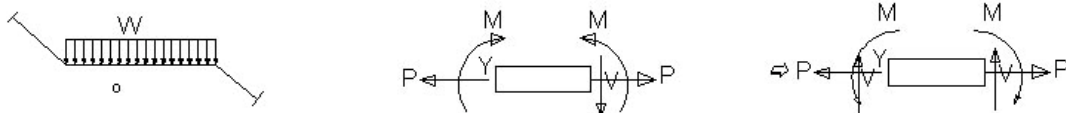
**نتیجه:**  $\delta_y = 0$

چ- یافتن خصوصیات نیرویی برای قاب متقارنی که محور تقارن عمود بر صفحه قاب است .

کلیه مراملی که برای قاب متقارن زمانی که محور تقارن در صفحه قاب بود انجام دادیم. در اینجا نیز انجام میدهم با این تفاوت که در اینجا دوران در صفحه قاب صورت میگیرد , در حالیکه دوران در آنجا بر صفحه قاب صورت میگیرد.

**مثال:**

خصوصیات نقطه 0 چیست؟



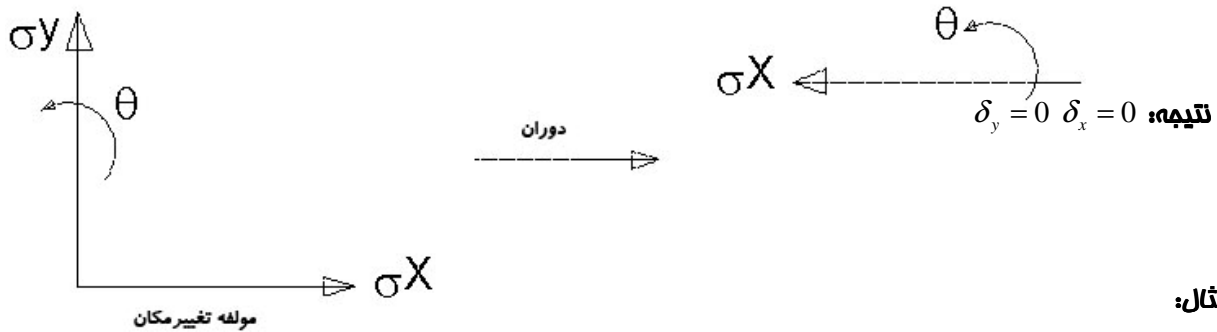
**نتیجه:**  $M=0$

هر نقطه 0 بصورت مفصل عمل میکند.

د- یافتن خصوصیات تغییر مکانی برای حالت چ:

دقیقا به حالت قبل عمل میکنیم با این تفاوت که به جای مؤلفه نیرو مؤلفه تغییر مکان است.

بنابر این برای حالت چ داریم :

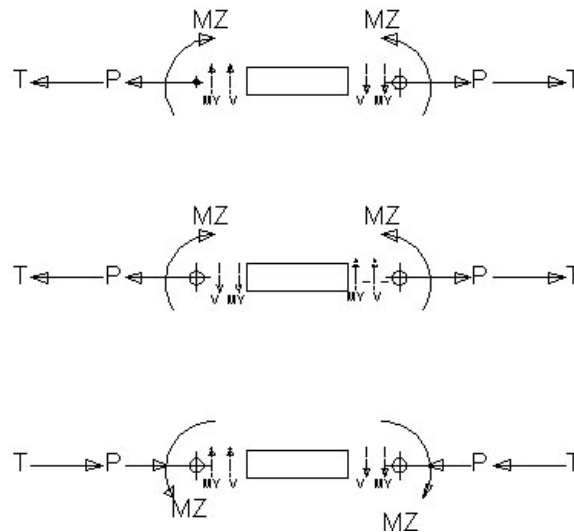
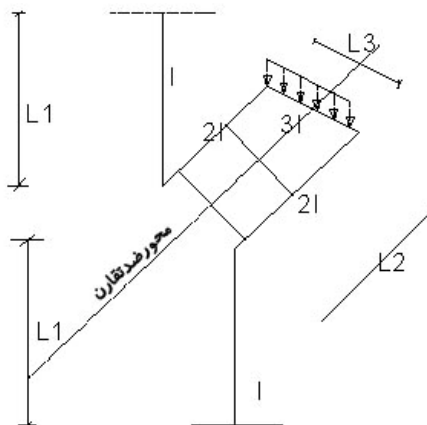


چه خصوصیتی مرتبط با نقطه قاب فضایی شکل با محور ضد تقارن است .

⊕ . نیروی عمود بر صفحه و از صفحه خارج میشود.

⊗ نیروی عمود بر صفحه و بر صفحه وارد میشود.

Tلنکر پیچش



نتیجه: از I = III نتیجه میشود که :  $P=0$   $T=0$   $M_z = 0$  و  $V_y = 0$  است.

## روش کانی:

### الف: روش کانی برای قابهای بدون انتقال جانبی

$$M_{ij} = 2M_{ij} + M_{ji} \pm M_{ij} \quad I$$

$$M'_{ij} = R_{ij} \left( \sum_{j=1}^n M'_{ij} + F_i \right) \quad II \quad \text{فاکتور فمش}$$

$$R_{ij} = -\frac{1}{2} \frac{\left( \frac{I}{L} \right)_{ij}}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{I}{L} \right)_{ij}}$$

$$F_i = \sum_{j=1}^n \pm M_{ij}^F \quad \text{ضریب لنگرگرداری}$$

### دستورکار جهت آنایز قابهای بدون انتقال جانب:

1- لنگرگرداری را پی‌دا کنی‌د.

2- نسبت  $\frac{I}{L}$  اعضاء را مشخص کنید.

3- ضریب  $F_i$  را برای کلیه گره‌ها به غیر از تکیه‌گاه‌ها مشخص کنید.

$$F_i = \sum_{j=1}^n \pm M_{ij}^F$$

4- فاکتور فمش  $R_{ij}$  را برای انتهای کلیه اعضاء به غیر از تکیه‌گاه‌ها معلوم سازید.

5- اکنون از معادله شماره II کانی استفاده کنید بدین ترتیب که با مقادیر فرضی صفر برای  $M'$ ‌ها شروع نموده

مقادیر جدید را بیابید، مجدداً این مقادیر جدید را در معادلات قرار داده و مقادیر جدیدتر  $M'$ ‌ها را پیدا کنید. این کار

را تا مدی ادامه دهید تا افتلاف  $M$ ‌ها در دو سیکل متوالی ناچیز گردد.

6- با معلوم شدن مقادیر  $M'$ ‌ها به کمک معادله شماره I کانی لنگرهای انتهایی اعضاء را پیدا کنید.

## تذکره:

1- مقدار  $M'$  که به تکیه‌گاه‌ها گیرداری منتهی شود برابر صفر است

2- مقدار  $M'$  که به تکیه‌گاه‌ها ی مفصلی منتهی شود برابر صفر است به شرط آنکه اطلاعاتی که در روی انتهای

مفصل در روش توزیع لنگر داشتیم اینجا نیز به کار ببرید یعنی:

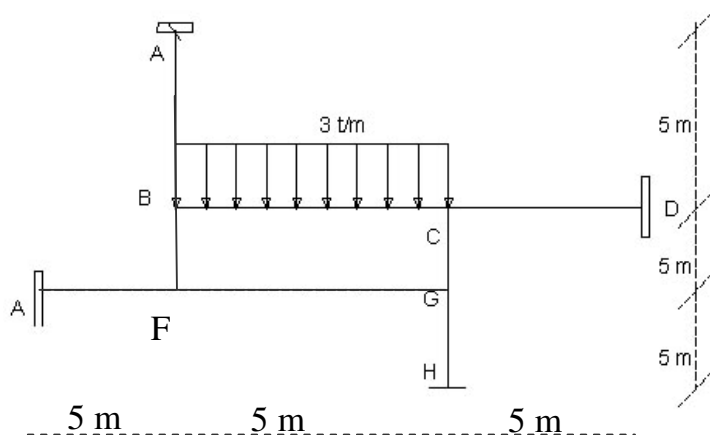
$$\text{معمولی} \left( \frac{I}{L} \right)_{ij} = \frac{3}{4} \left( \frac{I}{L} \right)_{ij} \text{ اصلاح شده}$$

$$\text{معمولی} M_{ij}^F = M_{ij}^F - \frac{1}{2} M_{ij}^F \text{ اصلاح شده}$$

مثال :

قاب شکل را به روش کانی آنالیز نمائید.

EI کلیه اعضا بایکدیگر مساوی می باشد.



مل: قاب بدون انتقال جانبی

مماسبه لنگرگیری: داری:

$$M_{BC}^F = \frac{-3(5^2)}{12} = -6.25 = M_{CD}^F$$

$$M_{CB}^F = \frac{3(5^2)}{12} = 6.25 = M_{DC}^F$$



مماسه Fi ضریب لنگرگیری:

$$F_B = M_{BA}^{F^o} + MF_{BF}^0 + M_{BC}^F = -6 / 25$$

$$FC = M_{CB}^F + M_{CD}^T + M_{BA}^{F^o} = 0$$

$$F_F = 0$$

$$F_G = 0$$

$$R_{BF} = -\frac{1}{2} \frac{5}{3} \frac{I}{5} = -\frac{1}{6}$$

مال باتوجه به فرمول II کانی داریم:

سیکل اول		سیکل دوم	سیکل سوم	سیکل چهارم
$M'_{AB}$	$= -\frac{1}{6}(-6.25 + 0 + 0 + 0) = 1.0416$	1.101	1.105	1.107
$M'_{BC}$	$= -\frac{1}{6}(-6.25 + 0 + 0 + 0) = 1.0416$	1.101	1.105	1.107
$M'_{BF}$	$= -\frac{1}{6}(-6.25 + 0 + 0 + 0) = 1.0416$	1.101	1.105	1.107
$M'_{CB}$	$= -\frac{1}{6}(0 + 0.00416 + 0 + 0) = -0.174$	-0.188	-0.194	-0.195
$M'_{CD}$	$= -\frac{1}{6}(0 + 0.00416 + 0 + 0) = -0.174$	-0.188	-0.194	-0.195
$M'_{CG}$	$= -\frac{1}{6}(0 + 0.00416 + 0 + 0) = -0.174$	-0.188	0.194	-0.195
$M'_{GC}$	$= -\frac{1}{6}(0 - 0.174 + 0 + 0) = 0.029$	0.061	0.065	0.065
$M'_{GF}$	$= -\frac{1}{6}(0 - 0.174 + 0 + 0) = 0.029$	0.061	0.065	0.065
$M'_{GH}$	$= -\frac{1}{6}(0 - 0.174 + 0 + 0) = 0.029$	0.061	0.065	0.065
$M'_{FG}$	$= -\frac{1}{6}(0 + 0.029 + 1.0416 + 0) = -0.179$	-0.194	-0.195	-0.195
$M'_{FB}$	$= -\frac{1}{6}(0 + 0.029 + 1.0416 + 0) = -0.179$	-0.194	-0.195	-0.195
$M'_{FE}$	$= -\frac{1}{6}(0 + 0.029 + 1.0416 + 0) = -0.179$	-0.194	-0.195	-0.195

## آنالیز قابها باانتقال جانبی، پایه ها قائم و طول مساوی (درروش کانی)

ازوش شیب افست نتیجه می شود:

$$M_{ij} = 2M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij} + M_{ij}^F \quad (1)$$

$$M'_{ij} = \frac{2EI_{ij}}{L_{ij}} \theta_i$$

$$M'_{ji} = \frac{2EI_{ij}}{L_{ij}} \theta_j$$

$$M''_{ji} = \frac{-6EI_{ij}\Delta_{ij}}{(L_{ij})^2}$$

$$M'_{ij} = Rij \left( \sum_{j=1}^N M'_{ji} + \sum_{J=1}^N M''_{ij} + F_i \right) \quad (2)$$

$$M'_{ij} = Dij \left( \sum_{R=1}^N (M'_{ij} + M'_{ji})_R + F_R + M_R \right) \quad (3)$$

$$D_{ij} = -1.5 \frac{\left( \frac{I}{L} \right)_{ij}}{\sum_{r=1}^m \left( \frac{I}{L} \right)_{ij}}$$

$$F_R = \frac{1}{3} \sum_{r=1}^m (M_{ij}^F + M_{ji}^F)_r$$

$$M_R = \frac{V_R h_r}{3} \quad V_r = \sum P_r \quad \text{طبقات بالای } r$$

## دستورالعمل کارجهت آنالیز قابهای باانتقال جانبی درروش کانی

1-لنگرهای گیرداری اعضا را بیابید.

2-ضریب  $F_i$  را به دست آورید.  $F_i$  به تعداد گره ها منهای تکیه گاهها فواید بود.

3-ضریب  $F_R$  را پیدا کنید درتراز هرطبقه  $F_R$  به تعداد دلتا ها فواید بود.

4-ضریب  $M_R$  که به تعداد  $F_R$  است را به دست آورید.

5-نسبت  $I/L$  کلیه اعضا را مشخص نموده و ضریب  $R_{ij}$  را برای انتهای اعضا بنویسید.  $R_{ij}$  به تعداد دوبرابر اعضا

منهای تکیه گاهها می باشد.

6- ضریب  $D_{ij}$  را به دست آورید ضریب  $D_{ij}$  مربوط به ستونهاست و به تعداد ستونها نوشته می شود.

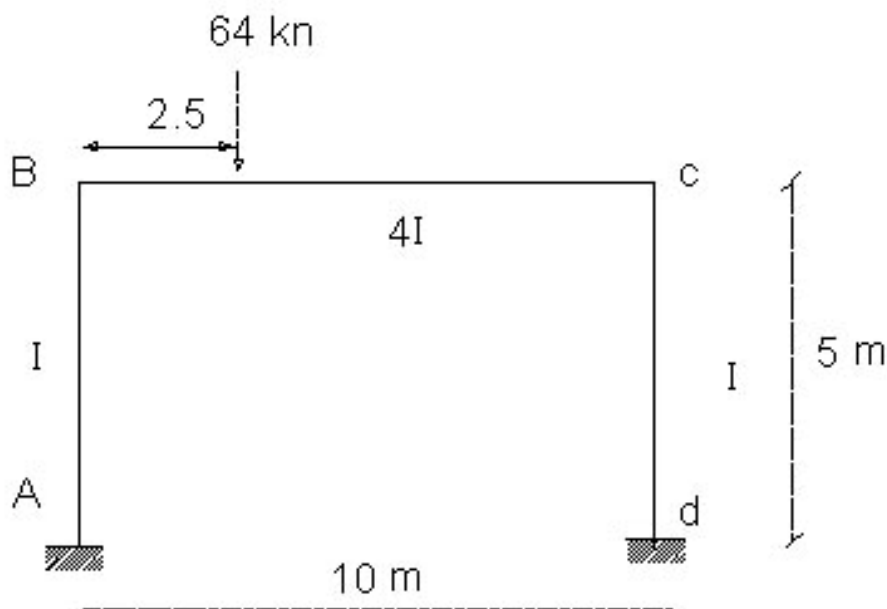
7- اکنون همزمان از معادلات از معادله 2 و 3 کانی در بالا استفاده نموده مقادیر  $M'$  ها و  $M''$  را بیابید.

8- با تعیین لنگرهای  $M'_{ij}$  و  $M''_{ij}$  توسط گام قبل اکنون می توانیم به کمک معادله شماره 1 کانی لنگرهای

انتهای را بیابیم.

**مثال :**

قاب شکل را به روش کانی آنالیز کنید.



**لنگرهای گیرداری:**

$$M_{CB}^F = \frac{64(2.5)^2(7.5)}{100} = 30 \text{ kn}$$

$$M_{DC}^F = \frac{-64(2.5)(7.5)^2}{100} = -90 \text{ kn.m}$$

ضریب  $F_i$ :

$$F_B = M_{BA}^F + M_{BC}^F = -90 \text{ KN.m}$$

$$F_C = M_{CD}^F + M_{CB}^F = 30 \text{ KN.m}$$

$$F_R = \frac{1}{3}(M_{BA}^F + M_{AB}^F + M_{CD}^F + M_{DC}^F)$$

ضریب  $F_R$ :

ضریب  $M_R$ :

$$M_R = \frac{V_r H_r}{3} = \frac{0 \times 5}{3} = 0$$

$V_r$  مجموع بارهای بالاتر از تراز  $r$  در افق که در اینجا نداریم.

ضریب  $R_{ij}$ :

$$R_{BC} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\frac{4I}{10}}{\frac{4I}{10} + \frac{I}{5}} \right) = -\frac{1}{3}$$

$$R_{BA} = -\frac{1}{6}$$

$$R_{CB} = -\frac{1}{3}$$

$$R_{CD} = -\frac{1}{6}$$

ضریب  $D_{ij}$  که مربوط به ستونهای برش فورده است.

$$D_{BA} = -\frac{1}{5} \left( \frac{\frac{I}{5}}{\frac{I}{5} + \frac{I}{5}} \right) = -\frac{3}{4}$$

$$D_{CD} = \frac{-3}{4}$$

باتوجه به روابط 2 و 3 داریم:

سیکل اول	سیکل دوم	سیکل سوم	سیکل چهارم
$M'_{BA} = -\frac{1}{6}(-90 + M_{AB} + M_{CB} + M_{BA}) = 15$	18.96	19.6	19.63
$M'_{BC} = -\frac{1}{3}(-90 + M_{AB} + M_{CB} + M_{BA}) = 30$	37.916	39.2	39.26
$M'_{CB} = -\frac{1}{3}(30 + 0 + 30 + 0) = -20$	-21.38	-21	-20.81
$M'_{CD} = -\frac{1}{6}(30 + 0 + 30 + 0) = -10$	-10.7	-10.5	-10.41
$M'_{BA} = -\frac{3}{4}(0 + 0 + 15 + 0 - 10 + 0) = -3.75$	-6.195	-6.83	-6.91
$M'_{CD} = -\frac{3}{4}(0 + 0 + 15 + 0 - 10 + 0) = 3.75$	-6.195	-6.83	-6.91

باتوجه به فرمول 1 به دست می آید.

$$M_{ij} + 2M'_{ij} + M'_{ji} + M''_{ij} \pm M_{ij}^F$$

$$M_{BA} = 2(19.631) + 0 + (-6.91) + 0 = 32.35$$

$$M_{BC} = -32.3$$

$$M_{CB} = 27.64$$

$$M_{CD} = -27.7$$

$$M_{DC} = -17.32$$

$$M_{AB} = 12.72$$